

УДК 534.2.532

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ СФЕРИЧНОСТИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА ПРИ ЕГО СВЕРХСЖАТИИ

Р. И. Нигматулин^{*,**}, А. А. Аганин^{***},
М. А. Ильгамов^{****}, Д. Ю. Топорков^{****}

* Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, 117997 Москва

** Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва

*** Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, 420111 Казань

**** Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН, 450054 Уфа
E-mails: nigmar@ocean.ru, aganin@kfti.knc.ru, ilgamov@anrb.ru, top.dmtr@gmail.com

Рассматривается эволюция малых отклонений от сферической формы кавитационного пузырька в ходе его однократного сжатия в условиях экспериментов по акустической кавитации дейтерированного ацетона. Движение пара в пузырьке и окружающей жидкости определяется как суперпозиция сферической составляющей и ее несферического возмущения. При описании сферической составляющей учитываются нестационарная теплопроводность пара и жидкости, неравновесность испарения-конденсации на межфазной поверхности. В начале процесса сжатия пар в пузырьке считается идеальным газом с давлением, близким к однородному. При моделировании высокоскоростной стадии сжатия применяются реалистичные уравнения состояния. При описании несферической составляющей движения учитываются влияние вязкости жидкости, поверхностного натяжения, плотности пара в пузырьке и неоднородность его давления. Получены оценки амплитуды малых возмущений (в виде гармоник степени $n = 2, 3, \dots$ с длиной волны $\lambda = 2\pi R/n$, где R — радиус пузырька) сферической формы пузырька в ходе его сжатия до момента достижения в нем экстремальных значений давления, плотности и температуры. Эти результаты представляют интерес при исследовании явления пузырькового термояда, поскольку несферичность пузырька препятствует его сильному сжатию.

Ключевые слова: динамика пузырька, устойчивость сферической формы, акустическая кавитация, коллапс пузырька.

Введение. Экспериментальные данные о производстве термоядерных нейтронов и ядер трития при ультразвуковой (с частотой $f \approx 20$ кГц) акустической кавитации дейтерированного ацетона C_3D_6O [1–4] и их теоретическая интерпретация [5–9] вызвали многочисленные дискуссии. В ходе обсуждений (см., например, [10]) был высказан ряд критических замечаний [11–13]. Это обусловило проведение дополнительных экспериментов, уточнение теоретических представлений [2, 5–7, 9]. Были проведены эксперименты со смесью дейтерированного бензола C_6D_6 , дейтерированного ацетона C_3D_6O и тетрахлорэтилена C_2Cl_4 , в которых для инициирования кавитации вместо нейтронного источника использовалась примесь урановой соли [4]. В процессе спонтанного деления ядер урана ^{238}U образующиеся альфа-частицы и ядра урана ^{234}U разлетаются с большими скоростями. Ядра урана ^{234}U чрезвычайно быстро передают свою кинетическую энергию окружающей жидкости (на интервале, составляющем несколько нанометров), что приводит к образованию в жидко-

сти, находящейся в метастабильном состоянии под действием растягивающих напряжений, пузырьковых зародышей. Частота образования сферических пузырьковых кавитационных кластеров в экспериментах [4] была в 10–100 раз меньше ($f' \approx 10 \div 100 \text{ с}^{-1}$), чем в более ранних экспериментах, в которых использовался нейтронный источник. Поэтому скорость образования быстрых нейтронов и ядер трития была меньше ($P \approx 10^4 \text{ с}^{-1}$). Соответствующие экспериментальные данные представлены в работах [14–16]. Проведено сравнение амплитудных спектров импульсов (которые имеют место при нейтронной эмиссии), полученных во всех известных экспериментах, с результатами теоретических исследований, в которых использовались современные численные методы Монте-Карло для расчета процесса переноса ядерных частиц. Результаты этого сравнения подтвердили экспериментальные данные [17]. Обнаружено, что во всех экспериментах коллапс именно сферического кластера являлся главным условием достижения суперсжатия. Эти результаты могут быть использованы при получении теоретических оценок степени несферичности пузырька в условиях указанных экспериментов.

В недавно опубликованной работе [18] еще раз подвергнута критике система нейтронных измерений, использованная в работах [1–4], и подвергается сомнению принципиальная возможность достижения в пузырьке условий термоядерного синтеза.

Настоящая работа посвящена исследованию искажений сферичности пузырьков в условиях экспериментов по пузырьковому термоядерному синтезу при акустической кавитации дейтерированного ацетона [1]. Эти исследования обусловлены тем, что теоретические представления о процессе сверхсжатия кавитационных пузырьков в центральной зоне пузырькового кластера основаны на модели сферически-симметричного (одномерного) сжатия пузырька. Однако такое движение неустойчиво, поэтому нарушение сферически-симметричного движения ограничивает степень сжатия вещества в центре пузырька и экстремальные значения температур и давлений.

При выборе методики исследования использовались результаты изучения устойчивости сферичности пузырька в режиме однопузырьковой сонолюминесценции (single bubble sonoluminescence (SBSL)) [19–21]. В режиме SBSL возможны три типа неустойчивости: параметрическая, Рэля — Тейлора [19, 22–26] и Биркгофа — Плессета [26–33]. Как известно, на стадии расширения несферичность пузырьков уменьшается [28], поэтому в настоящей работе изучается эволюция искажений сферической формы пузырька в ходе его однократного сжатия. Вследствие этого среди трех перечисленных выше типов неустойчивости сферической формы пузырька необходимо учитывать влияние неустойчивостей Биркгофа — Плессета и Рэля — Тейлора.

Для описания отклонения от сферической формы пузырька применяется линейное приближение. При этом поверхность пузырька представляется в виде суммы поверхностных сферических гармоник [27–36]. Движение поверхности пузырька представляется в виде суперпозиции радиальной (сферической) составляющей и ее несферического возмущения.

Для описания радиальной составляющей движения в режиме SBSL используются как модель Рэля — Плессета (жидкость слабосжимаемая, распределение давления газа в пузырьке однородное) [37–40], так и полная гидродинамическая модель [9, 41–51]. Модель Рэля — Плессета становится неадекватной полной гидродинамической модели лишь на конечной стадии сжатия [48]. Поэтому можно использовать подход [7, 9, 48], в котором в процессе сжатия пузырька выделяются две стадии. На первой, более продолжительной низкоскоростной стадии сжатия пузырька жидкость возле него полагается вязкой несжимаемой, а пар в его полости — идеальным с однородным распределением давления. На завершающей стадии сжатия, когда его скорость становится сравнимой со скоростью звука в жидкости и паре, где указанные приближения несправедливы, используется полная гидродинамическая модель как для пара, так и для жидкости. При сжатии пузырька учи-

тываются нестационарная теплопроводность в паре и жидкости, неравновесный процесс испарения-конденсации на межфазной поверхности. На завершающей высокоскоростной стадии сжатия применяются реалистичные уравнения состояния, построенные по экспериментальным данным [9]. Решение отыскивается численно методом С. К. Годунова [52] с применением подвижной сетки, неравномерной в паре и в жидкости (размер ячеек в жидкости увеличивается в геометрической прогрессии в направлении от поверхности пузырька). Полученный закон изменения радиуса пузырька используется в качестве входных данных для уравнений эволюции искажения его сферичности. Подобный прием применялся в работе [24] при изучении устойчивости сферичности пузырька в режиме SBSL.

При описании несферической составляющей движения в данной работе, как и в ряде других работ [19, 21, 25, 30, 31, 53, 54], жидкость предполагается несжимаемой, а плотность содержимого пузырька — однородной. Для учета влияния вязкости жидкости на эволюцию отклонения применяется метод, описанный в [53]. Известны и другие методы (см. [19, 34, 55]), однако метод, изложенный в [53], является более точным, поскольку в нем учитывается нестационарный характер диффузии завихренности жидкости. В методе, предложенном в [53], для описания эволюции отклонения формы пузырька от сферической используется обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, в свободном члене которого содержатся интегралы от функции, характеризующей диффузию завихренности жидкости. Эта функция определяется из уравнения в частных производных с интегральным граничным условием. В отличие от других работ (см. [54, 56]) в данной работе расчет диффузии завихренности проводится конечно-разностным методом [57]. Решение системы уравнений находится численно методом Рунге — Кутты высокого порядка точности [58] с изменяющимся шагом по времени.

При относительно небольших радиальных колебаниях пузырьков влияние плотности газа на эволюцию поверхности пузырька учитывается, как правило, только при определении радиальной (сферической) составляющей движения пузырька. В уравнениях, описывающих искажение, плотностью газа пренебрегается, поскольку она значительно повышается лишь в небольшом промежутке времени, включающем момент максимального сжатия пузырька. В работах [22–25, 59] представлены результаты расчета искажения в режиме SBSL, полученные с учетом влияния плотности газа непосредственно на эволюцию искажения. Наиболее предпочтительным представляется описанный в [59] способ расчета, при использовании которого наряду с учетом плотности газа приближенно учитывается и градиент его давления при радиальном движении. Следует отметить, что при учете плотности газа влияние неустойчивости Рэля — Тейлора, как правило, уменьшается. В настоящей работе влияние плотности пара учитывается так же, как в [59].

Полученные в данной работе оценки амплитуды искажений сферической формы пузырька к моменту экстремального сжатия пара не опровергают предложенное в [1, 2, 4–9] теоретическое обоснование термоядерного характера регистрируемого в экспериментах увеличения количества нейтронов и ядер трития. Для уточнения этих оценок требуется проведение дальнейших исследований с использованием более точных моделей [60, 61].

1. Модель поверхности пузырька. В сферической системе координат (r, θ, φ) уравнение поверхности пузырька представляется следующим образом:

$$r = R(t) + \sum_{n=2}^{\infty} a_{nm}(t) Y_{nm}(\varphi, \theta).$$

Здесь t — время; $R(t)$ — радиус сферической составляющей формы пузырька (радиус пузырька); Y_{nm} — сферическая гармоника степени n порядка m ; $a_{nm}(t)$ — соответствующая амплитуда. Полагается, что при всех n отклонение от сферической формы мало:

$$|a_{nm}(t)/R(t)| = |\varepsilon_{nm}| \ll 1.$$

С учетом этого движение жидкости и пара представляется в виде суперпозиции сферического (радиального) движения и его несферического возмущения. Вследствие малости искажений их изучение проводится отдельно для каждого значения ε_{nm} . Поскольку эволюция ε_{nm} не зависит от индекса m , далее он опускается. С учетом сказанного выше уравнение поверхности пузырька принимается в виде

$$r = R(t)[1 + \varepsilon_n(t)Y_n(\varphi, \theta)].$$

2. Модель радиальной (сферической) составляющей движения. Для описания радиальной составляющей движения пара и жидкости используется следующая система уравнений [9, 62]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho r^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho w r^2) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho w r^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho w^2 r^2 + p r^2) &= 2pr, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho e r^2) + \frac{\partial}{\partial r} [w r^2 (\rho e + p)] &= \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность; w — радиальная компонента вектора скорости жидкости; p — давление; e — удельная полная энергия; T — температура; κ — теплопроводность.

Уравнения состояния жидкости и пара принимаются в виде суммы потенциальных $p^{(p)}$, $U^{(p)}$ и тепловых $p^{(h)}$, $U^{(h)}$ компонент давления и внутренней энергии [62]:

$$p(\rho, T) = p^{(p)}(\rho) + p^{(h)}(T, \rho), \quad U(\rho, T) = U^{(p)}(\rho) + U^{(h)}(T). \quad (2)$$

Процессы диссоциации и ионизации сред не учитываются, поскольку на изменение радиуса они практически не влияют вследствие их малой длительности.

Компоненты $p^{(p)}(\rho)$, $U^{(p)}(\rho)$ задаются с использованием потенциала Борна — Майера [62]:

$$\begin{aligned} p^{(p)}(\rho) &= A\bar{\rho}^{2/3} \exp[b(1 - \bar{\rho}^{-1/3})] + C\bar{\rho}^\alpha - K\bar{\rho}^\beta + A'(\bar{\rho} - 1)^3, \\ U^{(p)}(\rho) &= \frac{3A}{\rho_{10}b} \exp[b(1 - \bar{\rho}^{-1/3})] + \frac{C}{(\alpha - 1)\rho_{10}} \bar{\rho}^{\alpha-1} - \frac{K}{(\beta - 1)\rho_{10}} \bar{\rho}^{\beta-1} + \\ &\quad + \frac{A'}{\rho'} \left(\frac{\bar{\rho}^2}{2} - 3\bar{\rho} + 3 \ln \bar{\rho} + \frac{1}{\bar{\rho}} + \frac{3}{2} \right) + B'. \end{aligned}$$

Здесь $\bar{\rho} \equiv \rho/\rho_{10}$; $\tilde{\rho} \equiv \rho/\rho'$; $p^{(p)} = \rho^2(dU^{(p)}/d\rho)$; ρ_{10} — начальная плотность жидкости; ρ' , A , b , C , K , A' , B' , α , β — константы, определяемые по экспериментальным данным. Компоненты $p^{(h)}$, $U^{(h)}$ принимаются в виде

$$p^{(h)} = \rho\Gamma(\rho)U^{(h)}, \quad U^{(h)} = c_V T,$$

где Γ — коэффициент Грюнайзена. Теплоемкости c_V жидкости и пара полагаются постоянными.

Следует отметить, что используемые уравнения состояния представляют собой одну из ранних версий уравнений состояния Нигматулина — Болотновой, которая была предложена в [9] и уточнена в [63]. Уточнения касаются в основном очень кратковременных супервысокотемпературных процессов в малой окрестности центра пузырька. Расчеты показали, что влияние этих процессов на деформацию пузырька незначительно, поэтому в настоящей работе они не учитываются.

Граничные условия вдали от пузырька ($r = r_\infty$, $r_\infty \gg R$) и на межфазной границе ($r = R(t)$) имеют вид [9, 62]

$$\begin{aligned} r = r_\infty: \quad p &= p_\infty, \quad T = T_0, \\ r = R(t): \quad \dot{R} &= w_l + \frac{j}{\rho_l} = w_g + \frac{j}{\rho_g}, \quad p_l = p_g - \frac{4\mu_l w_l}{R} - \frac{2\sigma}{R}, \\ \varkappa_l \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_l &- \varkappa_g \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_g = j l(p_g), \quad T_l = T_g, \end{aligned} \quad (3)$$

где p_∞ — давление жидкости вдали от пузырька; T_0 — начальная температура пара и жидкости; μ_l — динамическая вязкость жидкости; σ — поверхностное натяжение; l — теплота парообразования; j — интенсивность фазовых превращений (испарения или конденсации), отнесенная к единице времени и единице площади поверхности. Нижние индексы l, g соответствуют параметрам жидкости и газа (пара). Интенсивность фазовых превращений j определяется выражением [9, 62]

$$j = \frac{\alpha'}{\sqrt{2\pi R_g}} \left(\frac{p_S(T)}{\sqrt{T_l}} - \frac{\chi p_g}{\sqrt{T_g}} \right), \quad (4)$$

где

$$\chi = \exp(-\Omega^2) - \Omega \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega \exp(-x^2) dx \right), \quad \Omega = \frac{j \sqrt{R_g T}}{\sqrt{2} p_g},$$

α' — коэффициент аккомодации; R_g — газовая постоянная для пара; $p_S(T)$ — давление насыщения при температуре T .

В системе уравнений (1) и в условиях на межфазной границе (3) вязкость пара не учитывается, а влияние вязкости жидкости описывается без учета сжимаемости жидкости и вызываемого наличием вязкости изменения энергии. Анализ показывает, что эти допущения являются приемлемыми, так как они нарушаются лишь кратковременно на финальной высокоскоростной стадии сжатия.

Уравнения состояния парообразного и жидкого дейтерированного ацетона (2) и зависимости физических параметров этих сред μ_l , σ , \varkappa_l , \varkappa_g , p_S , l от температуры T принимаются в виде аппроксимаций [9], построенных по экспериментальным данным. Коэффициент аккомодации α' выбирается равным единице, что характерно для углеводородов. Для расчета радиальной динамики пузырька используется эффективная математическая модель, в которой процесс его сжатия включает две стадии [7, 9, 48]. На первой, более продолжительной низкоскоростной стадии применяются не уравнения (1)–(3), а их значительно более простые приближения. Жидкость вблизи пузырька полагается вязкой несжимаемой, а пар в его полости — идеальным с однородным распределением давления. На стадии высокоскоростного сжатия, когда указанные приближения несправедливы, используется полная гидродинамическая модель (1)–(3), учитывающая сжимаемость жидкости и несовершенство пара за счет межмолекулярного взаимодействия (холодного давления).

3. Модель деформации пузырька. Для описания эволюции амплитуды отклонения a_n применяется модель [53], в которой влияние плотности пара учитывается в соответствии с [59]:

$$\begin{aligned} (1 + q_n) \ddot{a}_n + \left(3 \frac{\dot{R}}{R} + 2(n+1)(n+2) \frac{\nu_l}{R^2} \right) \dot{a}_n + \left(\omega_n^2 + \frac{4\nu_l(n^2-1)\dot{R}}{R^3} - (n-1)(1-q_n) \frac{\ddot{R}}{R} \right) a_n + \\ + \frac{n(n+1)}{R} \left(\frac{\nu_l Q_n(R, t)}{R} + \frac{2\nu_l(2n+1)}{R^{2-n}} \alpha_n + \frac{\dot{R}}{R} \beta_n \right) = 0, \end{aligned}$$

$$\alpha_n = -\frac{n+1}{2n+1} \int_R^\infty \frac{Q_n}{r^n} dr, \quad \beta_n = \int_R^\infty \left[\left(\frac{R}{r} \right)^3 - 1 \right] \left(\frac{R}{r} \right)^n Q_n dr, \quad (5)$$

$$q_n = \frac{(n+1)\bar{\rho}_g}{n\rho_{l0}}, \quad \omega_n^2 = \frac{\sigma(n^2-1)(n+2)}{\rho_{l0}R^3}.$$

Здесь $\bar{\rho}_g$ — плотность пара на поверхности пузырька в решении системы (1); $\nu_l = \mu_l/\rho_{l0}$ — кинематическая вязкость; $Q_n(r, t)$ — функция, описывающая завихренность движения жидкости. В работе [64] показано, что при выборе в качестве среднего значения плотности пара $\bar{\rho}_g$ его граничного значения можно получить более удовлетворительную оценку возмущения сферичности пузырька при его сжатии, чем при выборе среднего значения плотности пара в объеме пузырька [59].

Уравнение (5) получается в предположении, что газ является гомобарическим, жидкость — вязкой несжимаемой, при этом учитывается ее вихревое движение. При описании несферического возмущения принимается $\rho_l = \rho_{l0}$. Функция $Q_n(r, t)$ вводится следующим образом [53]:

$$\nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times \left(\sum_{n=2}^{\infty} Q_n(r, t) P_n(\cos \theta) \right) \mathbf{e}_r$$

(\mathbf{u} — вектор скорости жидкости; \mathbf{e}_r — единичный вектор вдоль радиальной координаты r). Функция $Q_n(r, t)$ определяется из уравнения

$$\frac{\partial Q_n}{\partial t} + \dot{R}R^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{Q_n}{r^2} \right) + \nu_l \left(\frac{n(n+1)Q_n}{r^2} - \frac{\partial^2 Q_n}{\partial r^2} \right) = 0 \quad (6)$$

и граничных условий

$$Q_n(R, t) = \frac{2}{n+1} \left((n+2)\dot{a}_n - (n-1) \frac{\dot{R}}{R} a_n + (2n+1)R^{n-1}\alpha_n \right), \quad Q_n(\infty, t) = 0. \quad (7)$$

Используемая в работе [51] модель эволюции отклонения без учета влияния плотности пара и неоднородности его давления может быть получена из уравнений (5)–(7) при $q_n = 0$.

4. Параметры уравнений состояния. Для жидкой фазы ацетона принимались следующие значения параметров, входящих в уравнения состояния (2): $A = 9,747 \cdot 10^7$, $b = 19,07$, $\alpha \neq 1$, $C = 0$, $K = 4,535 \cdot 10^8$, $\beta = 2$, $A' = 0$, $B' = 6,048 \cdot 10^5$, $c_V = 1374,6$ Дж/(кг·К), $g_1 = 1,175$, $g_2 = 0,67$, $g_3 = 0,075$, $g_4 = 0,205$, $g_5 = 0,11$, $g_6 = 0,125$, $g_7 = 0,39$, $g_8 = 1,15$, $g_9 = 3$, $g_{10} = 0,36$, $g_{11} = 0,045$, $g_{12} = 0,061$, для паровой фазы — $R_g = 129,9$ м²/(с²·К), $A = 4 \cdot 10^7$, $b = 24,028$, $\alpha = 1,9394$, $C = 1,7435 \cdot 10^9$, $K = 1,7840 \cdot 10^9$, $\beta = 1,9$, $A' = 10^{14}$ при $\tilde{\rho} \geq 1$, $A' = 0$ при $\tilde{\rho} < 1$, $B' = 6,554 \cdot 10^5$, $\rho' = 2000$ кг/м³, $c_V = 1040,4$ Дж/(кг·К), $\Gamma(\rho) = 0,125$. Коэффициенты g_1, \dots, g_{12} используются при вычислении коэффициента Грюнрайзена по формуле

$$\Gamma(\rho) = g_1[g_2 - g_3 e^{-\tilde{\rho}/g_4} - g_5 e^{-\tilde{\rho}^3/g_6} - g_7 e^{-\tilde{\rho}^3/g_8} + g_9 e^{-\tilde{\rho}^{-2}/g_{10}} - g_{11} e^{-\tilde{\rho}^2/g_{12}}].$$

5. Входные данные. В соответствии с экспериментами [1] предполагается, что температура жидкости и пара равна $T = T_0 = 273$ К, давление в пузырьке равно давлению насыщения $p_S(T_0)$ при $T = T_0$. Давление жидкости $p_\infty = 1,5 \cdot 10^6$ Па, что в экспериментах [1] соответствует среднему давлению жидкости в акустической волне на стадии сжатия пузырька. В начале процесса сжатия ($t = 0$) радиус пузырька $R_0 = 500$ мкм (имеются основания полагать, что примерно такое значение реализуется в экспериментах [1] для пузырьков в центральной области кластера на начальной стадии сжатия), скорость

сжатия $\dot{R} = 0$. В начале процесса сжатия амплитуда возмущения сферичности пузырька равна $\varepsilon_n = \varepsilon_{n,0}$, скорость изменения амплитуды $\dot{\varepsilon}_n = 0$, завихренность жидкости $Q_n = 0$.

Основной целью настоящей работы является исследование эволюции возмущений сферичности пузырька в процессе его сжатия и получение оценок максимального роста амплитуды возмущений к моменту экстремального сжатия пара. Поэтому большое внимание уделяется изучению заключительной стадии сжатия, когда значения плотности, давления и температуры пара в пузырьке становятся экстремально большими. Как и в работе [65], оценка роста амплитуды возмущений сферичности при сжатии проводится на основе анализа огибающих для кривых, полученных при варьировании номера гармоники n , определяющей вид возмущения.

6. Особенности радиального движения. Ряд особенностей радиальной составляющей движения пара в кавитационном пузырьке, окружающей пузырек жидкости и межфазной поверхности при сильном сжатии показан на рис. 1, 2. Изучение особенностей радиального движения необходимо для более полного понимания эволюции несферичности пузырька, увеличения амплитуды возмущений сферичности, поскольку параметры радиального движения входят в коэффициенты уравнений (5)–(7), описывающих деформацию межфазной поверхности. На рис. 1 показано изменение радиуса R и скорости \dot{R} . При сжатии радиус пузырька $R_0 = 500$ мкм уменьшается до значения $R_{\min} = 16,3$ мкм. Из рис. 1 следует, что на продолжительном начальном интервале скорость сжатия $|\dot{R}|$ относительно невелика ($|\dot{R}| < 300$ м/с при $t < 11$ мкс, $R > 100$ мкм, $R/R_0 > 0,2$), однако на конечном интервале она сначала быстро увеличивается до 1300 м/с, а затем еще быстрее уменьшается. Упрощенное описание изменения радиуса пузырька при сжатии приведено в [32, 66].

В настоящей работе процесс деформации пузырька рассматривается лишь до момента времени $t_c = 11,12$ мкс ($R = R_c = 17,2$ мкм, $\dot{R} = \dot{R}_c \approx 1000$ м/с), в который достигается экстремальное сжатие пара, т. е. давление, температура и плотность пара в его полости достигают экстремально больших значений. После этого радиус пузырька R_c незначительно (на 5 %) уменьшается до значения R_{\min} . Исследование эволюции несферичности пузырька на отрезке $R_{\min} \leq R \leq R_c$ не представляет интереса, поскольку на величину экстремального сжатия пара она не оказывает влияния.

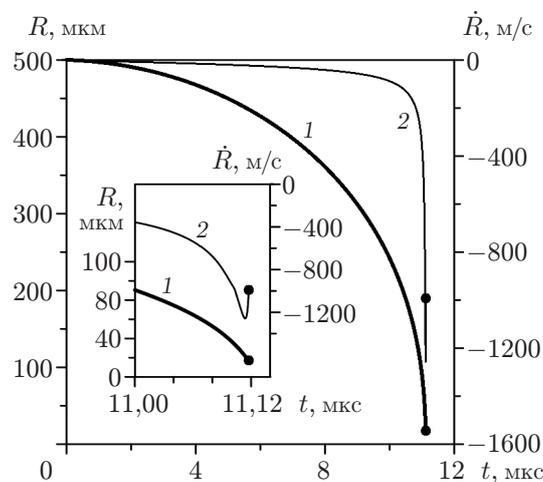


Рис. 1. Зависимости от времени радиуса пузырька R (1) и скорости \dot{R} (2) при его сжатии, а также фрагменты зависимостей $R(t)$ и $\dot{R}(t)$ на интервале $t \in [11,00, 11,12]$ (точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c)

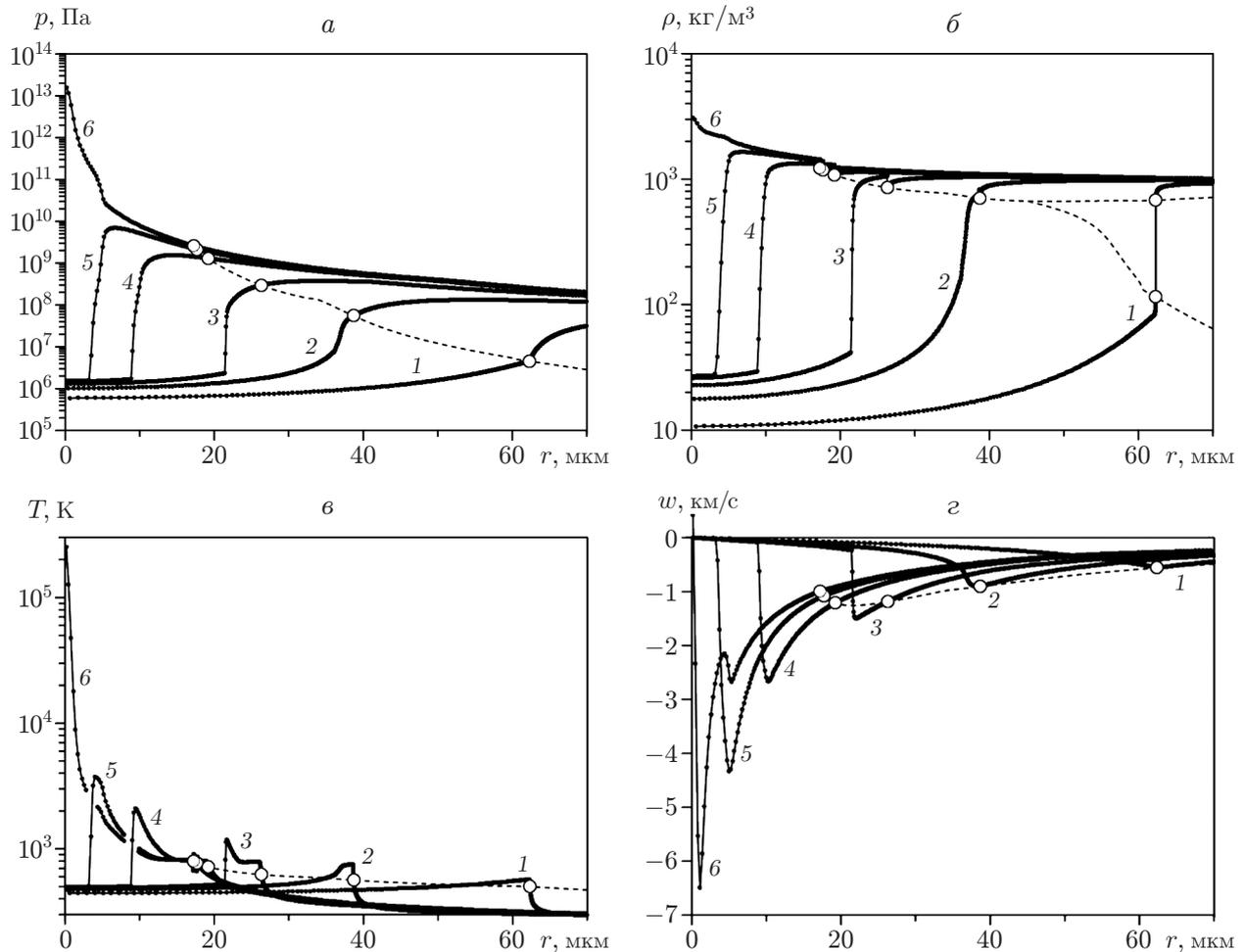


Рис. 2. Радиальные распределения давления (а), плотности (б), температуры (в) и скорости (г) в паре и жидкости в конце процесса сжатия пузырька в различные моменты времени: 1 — $t = 11,064$ мкс, 2 — $t = 11,098$ мкс, 3 — $t = 11,110$ мкс, 4 — $t = 11,116$ мкс, 5 — $t = 11,117$ мкс, 6 — $t = 11,118$ мкс (момент экстремального сжатия пара t_c), точки — значения соответствующих параметров в паре и жидкости на поверхности пузырька

На рис. 2 показаны радиальные распределения газодинамических параметров в пузырьке и окружающем его слое жидкости на финальной стадии сжатия, характеризующейся большими радиальными скоростями и ускорениями. Существенное увеличение значений скорости $|\dot{R}|$ и ускорения $|\ddot{R}|$ межфазной границы приводит к быстрому росту неоднородности распределений термодинамических параметров в приграничной области пара (кривые 1–3). В результате в этой области сначала возникает четко выраженная радиально сходящаяся простая волна сжатия (кривые 2), которая вследствие ускоренного сжатия пузырька превращается в ударную (кривые 3). Ударная волна распространяется к центру пузырька (кривые 4, 5), где фокусируется (кривые б). После отражения сходящейся ударной волны от центра пузырька возникает расходящаяся ударная волна. Пузырек сжимается до тех пор, пока расходящаяся ударная волна не достигнет его поверхности, что приведет к изменению направления движения пузырька (при $R = R_{\min}$). Интенсивность ударной волны по мере схождения к центру быстро увеличивается. В результате достигаемые в центре пузырька в момент фокусировки ударной волны значения плот-

ности, давления и температуры оказываются экстремальными, многократно превышающими соответствующие максимумы на периферии. Поэтому в рассматриваемой задаче момент фокусировки является моментом экстремального сжатия пара t_c . Степень искажения сферической формы пузырька в момент t_c существенно зависит от особенностей процесса сжатия (например, от его продолжительности), поэтому для оценки несферичности пузырька в этот момент необходимо достаточно точно рассчитывать его параметры на финальной стадии сжатия.

7. Увеличение несферичности кавитационного пузырька при сжатии. Как известно, сферическая форма пузырька при его сжатии неустойчива [28, 30]. В ходе сжатия ее возмущения совершают колебания с возрастающей амплитудой. Если бы пузырек был пустым, то при сжатии он разрушился бы (под разрушением понимается соприкосновение каких-либо точек межфазной поверхности, приводящее либо к превращению пузырька в тор, либо к его распаду на фрагменты). Однако пузырек всегда не пуст, поэтому его быстрое сжатие завершается при некотором ненулевом радиусе R_{\min} . Таким образом, результатом развития неустойчивости сферической формы пузырька необязательно является его разрушение. В качестве меры роста несферичности, характеризуемой гармоникой $Y_n(\varphi, \theta)$, целесообразно принять величину $|\varepsilon_n(t)/\varepsilon_{n,0}|$ — модуль отношения текущей безразмерной амплитуды $\varepsilon_n(t) = a_n(t)/R(t)$ к ее значению в начале процесса сжатия $\varepsilon_n(0) = \varepsilon_{n,0}$. Оценка порядка величины $\varepsilon_{n,0}$ является сложной задачей. Предварительный анализ деформаций взаимодействующих без слияния [67] и сливающихся [68] при расширении пузырьков показывает, что величина $|\varepsilon_{n,0}|$ может варьироваться от 10^{-4} до 1. Пусть в некоторых условиях $|\varepsilon_{n,0}| \approx 10^{-3}$. Тогда, если в этих условиях в ходе сжатия максимум величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ составляет приблизительно 10^5 , суперсжатие пузырька невозможно, поскольку пузырек в ходе коллапса, по-видимому, разрушится ($|\varepsilon_n| > 1$). Если в ходе сжатия максимум величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ не превышает 100, то суперсжатие в принципе возможно, однако для более строгого обоснования такого утверждения необходимо применять более точные модели (см., например, [61]).

Типичное изменение величины $\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}$ в ходе сжатия показано на рис. 3. На логарифмической шкале лучше видны изменения $\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}$ на начальном участке сжатия, где $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}| \approx 1$. Кривые, соответствующие значению $n = 23$, характеризуют эволюцию воз-

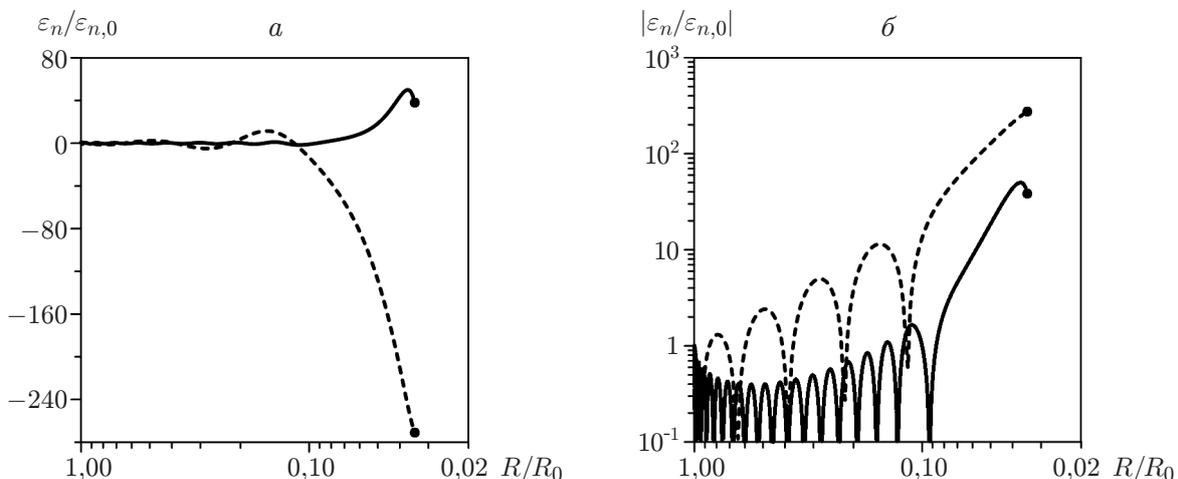


Рис. 3. Эволюция относительной амплитуды возмущения $\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}$ при сжатии: *a* — обычная шкала, *б* — логарифмическая шкала; штриховые линии — $n = 23$, сплошные — $n = 210$; точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c

мущений в виде $Y_n(\varphi, \theta)$ с $n < 50$, а кривые, соответствующие значению $n = 210$, — эволюцию возмущений с $n > 50$. В обоих случаях значения $\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}$ колеблются относительно соответствующего сферической форме значения $\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0} = 0$. При $n = 23$ амплитуда этих колебаний в ходе всего процесса сжатия монотонно возрастает, а при $n = 210$ сначала убывает, а при $R/R_0 < 0,4$ возрастает по закону, близкому к закону при $n = 23$. При $n = 23$ частота колебаний меньше, чем при $n = 210$, менее существенно изменяется и ее величина в ходе сжатия. В конце процесса сжатия ($R/R_0 < 0,07$) значение $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ резко увеличивается.

Вследствие колебательного характера увеличения значения $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ при сжатии в качестве оценки роста несферичности пузырька при фиксированном значении n естественно принять амплитуду колебаний $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ в момент экстремального сжатия пара t_c , которая не совпадает с величиной $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, поскольку последняя зависит также от фазы колебаний. Аппроксимацию амплитуды колебаний $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ в момент t_c можно получить различными способами. В настоящей работе (как и в [65]) при этом учитывается, что по мере изменения n величина $\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}$ также колеблется относительно нулевого значения. В результате на кривой зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от n возникают локальные экстремумы. Их огибающая принимается в качестве аппроксимации зависимости амплитуды колебаний $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ в момент t_c от номера гармоники n . Таким образом, в настоящей работе рост несферичности пузырька при сжатии оценивается по огибающим зависимостей $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от n .

На рис. 4 приведены огибающая зависимости величины $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n и фрагмент этой зависимости для рассматриваемого в работе случая сжатия кавитационного пузырька в дейтерированном ацетоне. Видно, что в процессе сжатия амплитуда возмущений сферичности пузырька возрастает не более чем в 310 раз. Максимальный рост несферичности достигается при $n \approx 58$. При $n < 60$ рост несферичности по мере увеличения n увеличивается (приблизительно в 100–310 раз), а при $n > 60$ быстро уменьшается: при $n > 350$ в конце процесса сжатия амплитуда несферичности оказывается меньше, чем в начале.

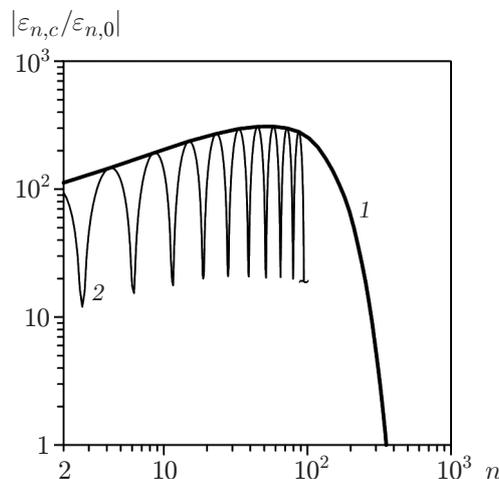


Рис. 4. Огибающая зависимости величины $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, характеризующей рост несферичности пузырька при его сжатии, от номера гармоники n (1) и фрагмент этой зависимости (2)

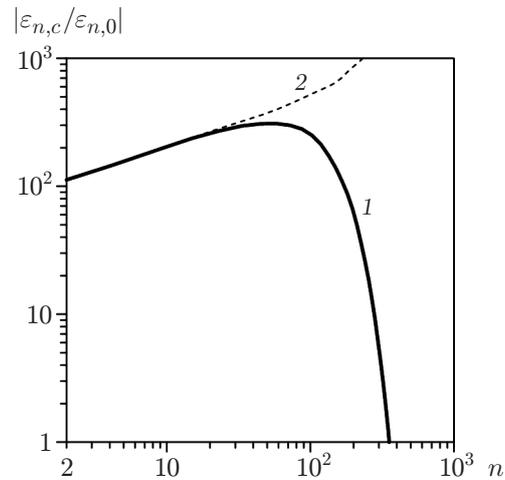


Рис. 5. Огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n с учетом (1) и без учета (2) влияния вязкости жидкости

8. Влияние вязкости жидкости. При $n < 40$ демпфирующее влияние вязкости жидкости на рост амплитуды несферичности пузырька в ходе сжатия несущественно, а при $n > 40$ по мере увеличения n быстро возрастает: без учета влияния вязкости рост амплитуды возмущений к концу процесса сжатия с увеличением n увеличивается, а при учете вязкости при $n > 100$ быстро уменьшается (рис. 5). Это объясняется тем, что согласно уравнению эволюции амплитуды возмущения (5) демпфирующее влияние вязкости жидкости при сжатии возрастает пропорционально n^2 (второе слагаемое в коэффициенте при \dot{a}_n). Таким образом, при сжатии вязкость жидкости оказывает существенное влияние на высокочастотные возмущения сферичности пузырька (ограничивает их рост).

При анализе вязкого демпфирования можно использовать число Рейнольдса, определенное следующим образом:

$$\text{Re} = \frac{\rho_{l0} R u}{(n+1)(n+2)\mu_l}$$

(u — характерная скорость). В качестве характерной скорости следует принять значение $u = \sqrt{2p_\infty R_0^3 / (3\rho_{l0} R^3)}$, получаемое из выражения для полной энергии свободных незатухающих радиальных колебаний сферического адиабатического пузырька в диапазоне от R_c до R_0 .

Расчеты показывают, что на интервалах сжатия, где $\text{Re} > \text{Re}_* \approx 10$, влияние вязкости незначительно. Амплитуда искажений на отрезках, где $\text{Re} > \text{Re}_*$, возрастает в режиме колебаний. Так, при $n < 50$ область, в которой $\text{Re} > \text{Re}_*$, соответствует всей стадии сжатия, а при $n > 50$ — только ее части. С уменьшением числа Рейнольдса Re_* до значения $\text{Re} \approx 1$ скорость роста амплитуды колебаний уменьшается до нуля, а при $\text{Re} < 1$ колебания становятся затухающими. В частности, амплитуда колебаний для $n = 250$ в ходе сжатия сначала (при $0,53 \leq R/R_0 \leq 1,00$, $\text{Re} < 1$) уменьшается, а затем (при $R/R_0 < 0,53$, $\text{Re} > 1$) постепенно увеличивается (рис. 6). При $R/R_0 < 0,14$, $\text{Re} > \text{Re}_*$ она увеличивается практически так же, как в невязком случае.

9. Влияние поверхностного натяжения. Для анализа влияния поверхностного натяжения можно использовать число Вебера, определенное следующим образом:

$$\text{We} = \frac{\rho_{l0} R u^2}{\sigma(n+1)(n+2)},$$

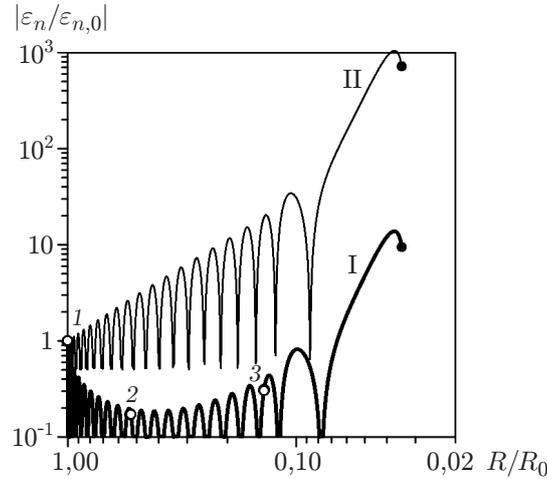


Рис. 6. Эволюция относительной амплитуды искажения при сжатии пузырька с учетом ($\nu = \nu_{\text{C}_3\text{D}_6\text{O}}$) (I) и без учета ($\nu = 0$) (II) вязкости жидкости при $n = 250$: 1 — $\text{Re} = 0,565$, 2 — $\text{Re} = 1$, 3 — $\text{Re} = \text{Re}_* \approx 10$; темные точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c

где $u = \sqrt{2p_\infty R_0^3 / (3\rho_{l0} R^3)}$. Расчеты показывают, что на участках сжатия, где $\text{We} > \text{We}_* \approx 10$, влияние поверхностного натяжения незначительно.

С уменьшением числа Вебера в области $\text{We} < \text{We}_*$ роль поверхностного натяжения возрастает. Увеличение поверхностного натяжения приводит к уменьшению периода колебаний искажения, но оказывает слабое влияние на их амплитуду. В частности, при пренебрежении поверхностным натяжением период колебаний увеличивается на 30 % при $\text{We} \approx 1$ и приблизительно в три раза при $\text{We} \approx 0,1$.

Влияние поверхностного натяжения на рост амплитуды несферичности пузырька к моменту достижения экстремального сжатия пара t_c несущественно (огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от n с учетом и без учета влияния поверхностного натяжения практически совпадают).

10. Влияние начального радиуса пузырька. Влияние начального радиуса пузырька R_0 на рост несферичности пузырька характеризует рис. 7. На рис. 7,а видно, что по мере уменьшения R_0 значение радиуса пузырька R_c , при котором достигается экстремальное сжатие пара в его полости, уменьшается. В результате в процессе сжатия амплитуда возмущения сферичности увеличивается более существенно. Поэтому при тех значениях n , при которых демпфирующее влияние вязкости несущественно, в конце процесса сжатия амплитуда возмущения сферичности у более мелких пузырьков (с меньшим значением R_0) оказывается больше. В то же время по мере уменьшения R_0 демпфирующее влияние вязкости возрастает. В результате при тех значениях n , при которых это влияние существенно, амплитуда возмущения сферичности в конце процесса сжатия с уменьшением R_0 убывает. Судя по огибающим, максимум амплитуды колебаний величины $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, характеризующей рост амплитуды несферичности при сжатии, с уменьшением R_0 с 500 до 50 мкм возрастает примерно в 3,3 раза, а номер n , при котором он достигается, уменьшается с 58 до 20.

11. Влияние давления жидкости. Влияние давления жидкости p_∞ на форму пузырька проявляется главным образом в увеличении скорости сжатия пузырька \dot{R} с увеличением p_∞ . Это приводит к ослаблению демпфирующего воздействия вязкости жидкости. В результате с увеличением давления жидкости p_∞ в диапазоне значений n , где влияние

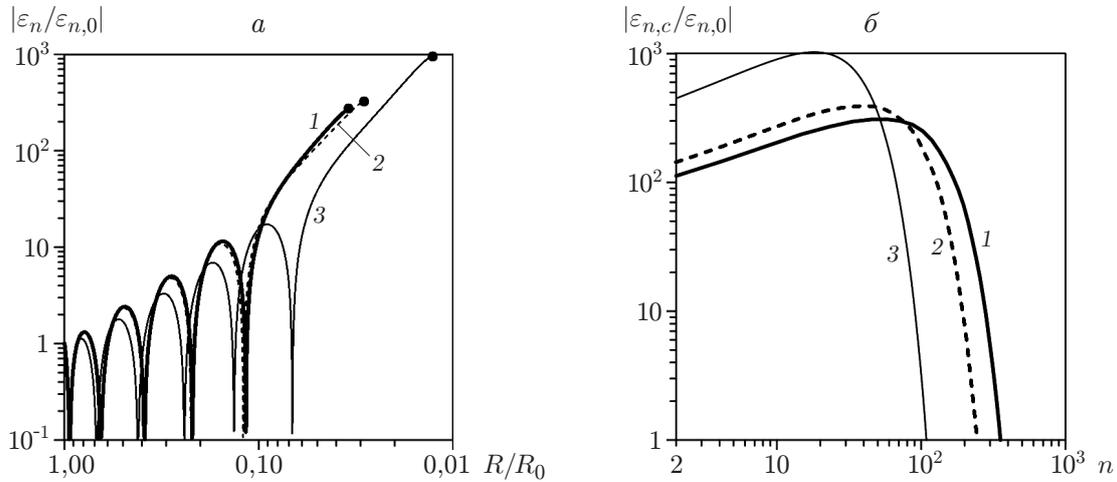


Рис. 7. Эволюция величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ при сжатии пузырька в случае $n = 23$ (а) и огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n (б):
 1 — $R_0 = 500$ мкм, 2 — $R_0 = 250$ мкм, 3 — $R_0 = 50$ мкм; точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c

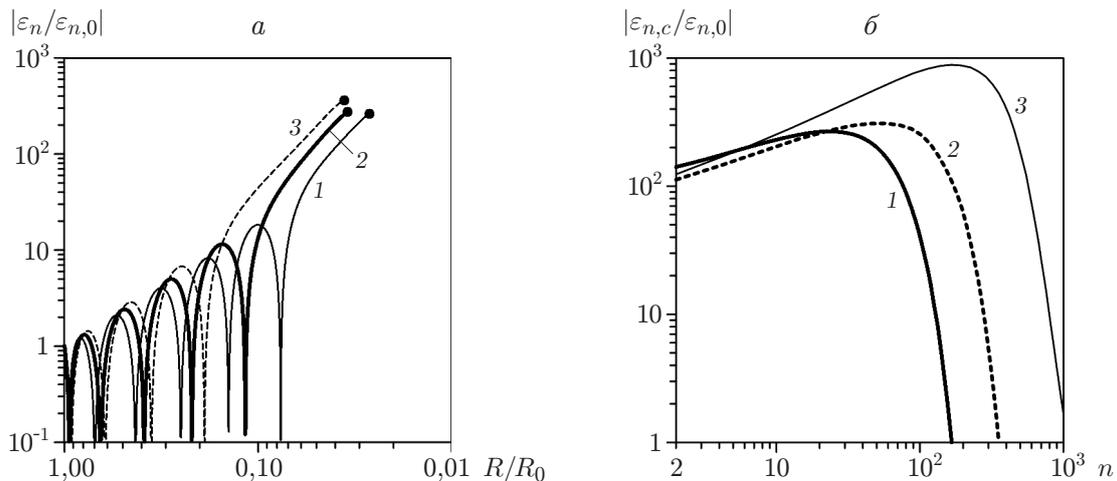


Рис. 8. Эволюция величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ при сжатии пузырька в случае $n = 23$ (а) и огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n (б):
 1 — $p_\infty = 1,5 \cdot 10^5$ Па, 2 — $p_\infty = 1,5 \cdot 10^6$ Па, 3 — $p_\infty = 1,5 \cdot 10^7$ Па; точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c

вязкости существенно, амплитуда возмущения сферичности в конце процесса сжатия возрастает (рис. 8). Из рис. 8 следует, что с увеличением давления жидкости p_∞ с $1,5 \cdot 10^6$ до $1,5 \cdot 10^7$ Па максимум отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ возрастает приблизительно в три раза, а номер n , при котором он достигается, увеличивается с 58 до 200. Уменьшение значения p_∞ с $1,5 \cdot 10^6$ до $1,5 \cdot 10^5$ Па приводит к незначительному уменьшению максимума отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, в то время как номер n , при котором он достигается, уменьшается с 58 до 23.

12. Влияние температуры жидкости. Увеличение значения T_0 с 0 до 20 °С приводит к уменьшению отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ более чем в два раза для значений n из диапазона, в котором влияние вязкости жидкости несущественно (рис. 9). Максимум отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ уменьшается почти в три раза, в то время как значение n , при котором он достигается, уменьшается незначительно. Указанные изменения обусловлены тем, что

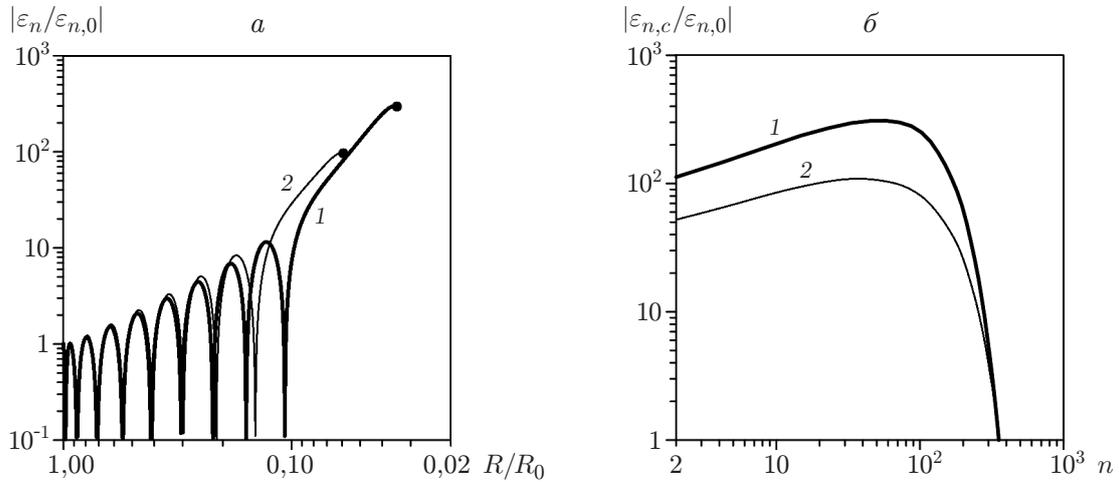


Рис. 9. Эволюция величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ при сжатии пузырька в случае $n = 72$ (а) и огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n (б):
 1 — $T_0 = 273,15$ К, 2 — $T_0 = 293,15$ К; точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c

при повышении температуры жидкости увеличиваются масса пара в пузырьке и скорость звука в паре. В результате сжатие пузырька завершается при бóльших значениях R_c , что приводит к меньшей степени несферичности пузырька в момент t_c . Следует отметить, что при высокой температуре жидкости T_0 достигаемые в момент t_c экстремальные значения давления и температуры в пузырьке оказываются меньше, чем при низкой температуре. Это обусловлено отмеченным выше увеличением массы пара в пузырьке и скорости звука в паре с ростом T_0 .

13. Влияние тепломассопереноса на поверхности пузырька. В случае пренебрежения тепломассопереносом в ходе процесса сжатия пузырька его радиус в момент t_c существенно увеличивается (от значения $R_c = 17,23$ мкм до значения $R_c = 27,26$ мкм). Это объясняется тем, что при отсутствии тепломассопереноса в конце процесса сжатия пара в пузырьке больше. Другим следствием пренебрежения тепломассопереносом является меньшая скорость сжатия пузырька, а также более длительный процесс сжатия. В результате в случае пренебрежения вязкостью и поверхностного натяжения от температуры значение отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, характеризующего рост несферичности пузырька, получается заниженным: на 44 % для эллипсоидальных возмущений ($n = 2$) и на 60 % для возмущений с $n \approx 30 \div 40$ (при сжатии пузырька амплитуда последних увеличивается более существенно) (рис. 10).

При частичном учете тепломассопереноса на начальной стадии процесса сжатия радиус пузырька в момент t_c увеличивается менее существенно, при этом степень роста искажения его сферичности занижается в меньшей степени. Так, при учете тепломассопереноса при повышении температуры на границе пузырька с 0 °С в начале процесса сжатия до 125 °С (при этом радиус R уменьшается до 100 мкм, а скорость сжатия \dot{R} возрастает до 313 м/с) или до 50 °С (при этом радиус R уменьшается до 200 мкм, а скорость \dot{R} возрастает до 120 м/с) степень роста искажения занижается менее существенно: на 3,5 и 16 % соответственно для возмущений с $n = 2$ и на 10 и 23 % для возмущений с $n \approx 30 \div 40$, максимально увеличивающихся при сжатии.

14. Влияние уравнения состояния пара. Уравнения состояния (2) Нигматулина — Болотновой можно применять для пара в широком диапазоне значений его плотности и температуры как при наличии в нем ударных волн, так и при их отсутствии. Вместе

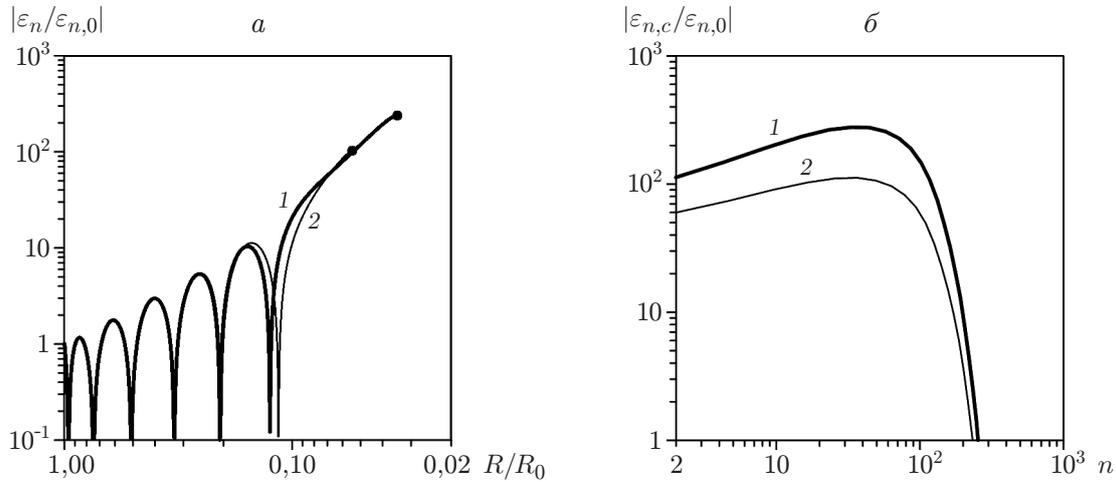


Рис. 10. Эволюция величины $|\varepsilon_n/\varepsilon_{n,0}|$ при сжатии пузырька в случае $n = 35$ (а) и огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n (б) с учетом (1) и без учета (2) тепломассопереноса (точки — момент экстремального сжатия пара в пузырьке t_c)

с тем обусловленные фокусировкой ударных волн супервысокотемпературные процессы в пузырьке кратковременны и локализованы в малой окрестности центра пузырька, в то время как в настоящей работе рассматривается лишь небольшая приграничная область пузырька. В этой области значения давления и других параметров на достаточно длительном промежутке времени сжатия близки к их значениям в окрестности линии насыщения до достижения критических значений. Затем на относительно малом промежутке времени радиус пузырька быстро уменьшается. Давление пара на его поверхности быстро возрастает до больших значений. Таким образом, можно ожидать, что при моделировании состояния пара вблизи поверхности пузырька наиболее существенную роль играют описание состояния пара в окрестности линии насыщения и критической точки и выбор направления последующего изменения состояния при быстром адиабатическом сжатии. Этим требованиям удовлетворяют модифицированные уравнения состояния Ван-дер-Ваальса

$$p = \frac{R_g T}{V - kV_{cr}} - \frac{a}{(V/V_{cr})^\delta}, \quad U = c_V T - \frac{a}{\rho_{cr}(\delta - 1)} \left(\frac{\rho}{\rho_{cr}} \right)^{\delta-1}, \quad (8)$$

где $V = 1/\rho$; $V_{cr} = 1/\rho_{cr}$. Соответствующее (8) уравнение адиабаты Пуассона (изоэнтропы) имеет вид

$$[p + a(V/V_{cr})^{-\delta}](V - kV_{cr})^\gamma = \text{const},$$

где $\gamma = R_g/c_V + 1 = 1,125$ — показатель адиабаты; индекс cr соответствует параметрам в критическом состоянии (для дейтерированного ацетона $p_{cr} = 47,61 \cdot 10^5$ Па, $\rho_{cr} = 309$ кг/м³, $T_{cr} = 508,15$ К). Если в выражениях (8) положить $\delta = 2$, то они превращаются в классическое уравнение состояния Ван-дер-Ваальса. Наличие свободного параметра δ позволяет более точно описать поведение пара в окрестности критической точки. Константы a , k , δ находятся из соотношений в критической точке $p = p_{cr}$, $\partial p/\partial V = 0$, $\partial^2 p/\partial V^2 = 0$. В частности, для дейтерированного ацетона $k = 0,2176$, $a = 214,1 \cdot 10^5$ Па, $\delta = 1,5563$.

На рис. 11 приведены изотермы и адиабата Пуассона для ацетона, построенные по модифицированным уравнениям состояния Ван-дер-Ваальса (8), уравнениям состояния (2) и экспериментальным данным [9]. Видно, что уравнения (8) удовлетворительно описывают как состояние пара в окрестности линии насыщения и критической точки, так и его изменение при быстром адиабатическом сжатии.

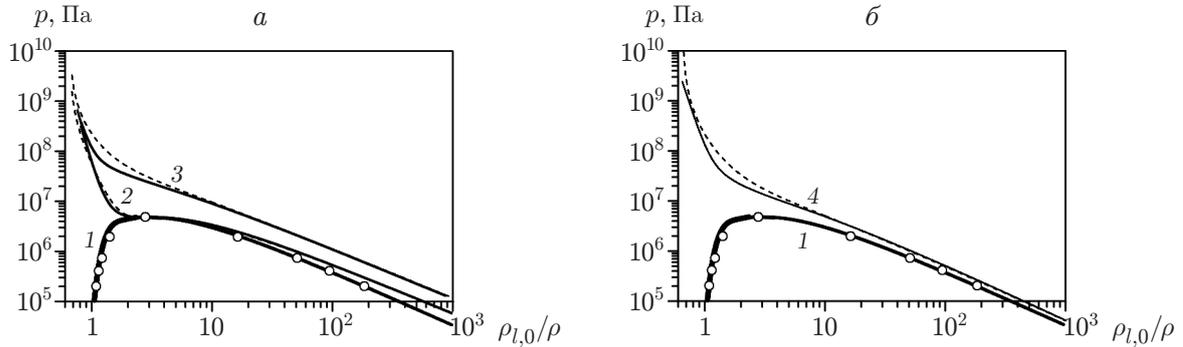


Рис. 11. Изотермы и адиабаты Пуассона для ацетона:
 1 — линия насыщения, 2, 3 — изотермы (2 — $T = T_{cr} = 508,2$ К, 3 — $T = 1000$ К),
 4 — адиабаты; точки — экспериментальные данные [9]; сплошные кривые — расчет по уравнениям состояния (2), штриховые — расчет по уравнениям состояния (8)

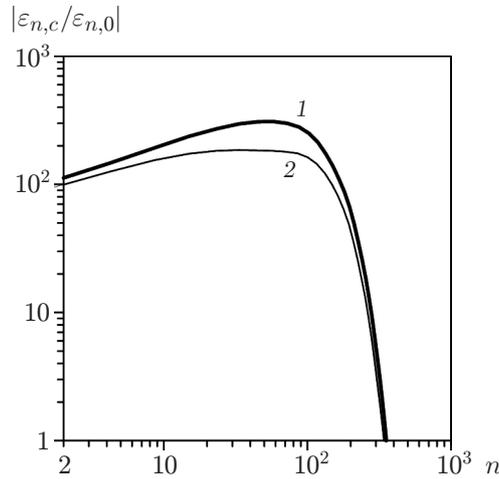


Рис. 12. Огибающие зависимости $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ от номера гармоники n , полученные при описании динамики пара с использованием уравнений состояния (2) (кривая 1) и уравнений состояния (8) (кривая 2)

Влияние уравнений состояния пара на рост амплитуды искажений сферичности пузырька $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ при различных значениях n показано на рис. 12. Видно, что использование при описании динамики пара модифицированных уравнений состояния Ван-дер-Ваальса (8) вместо уравнений состояния Нигматулина — Болотновой (2) приводит к небольшим отклонениям параметров при длинноволновых возмущениях сферичности пузырька ($2 \leq n \leq 10$) и при высокочастотных возмущениях ($n > 200$). Для возмущений, максимально увеличивающихся при сжатии ($n \approx 40 \div 70$), значение отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$ уменьшается приблизительно в 1,7 раза.

Заключение. Проведено исследование роста возмущений сферичности отдельного кавитационного пузырька в дейтерированном ацетоне C_3D_6O при его сжатии в условиях экспериментов [1] (температура жидкости $T_0 = 0$ °С, давление жидкости $p_\infty = 1,5 \cdot 10^6$ Па; радиус пузырька в начале процесса сжатия $R_0 = 500$ мкм, пар в пузырьке находится в состоянии насыщения при температуре 0 °С). В этих условиях радиус пузырька уменьшается до значения $R_{min} = 16,3$ мкм. Максимальное сжатие пузырька ограничено ненулевым значением R_{min} , поскольку скорость сжатия быстро возрастает (до 1,3 км/с) и температу-

ра становится значительно больше критической, поэтому пар в пузырьке в конце процесса сжатия ведет себя как неконденсируемый газ.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

В процессе сжатия амплитуда возмущений сферичности пузырька в виде отдельных сферических гармоник $Y_n(\theta, \varphi)$ возрастает не более чем в 400 раз. Максимальный рост достигается при $n \approx 58$. При $n < 60$ рост несферичности пузырька по мере увеличения n монотонно увеличивается (приблизительно в 100–310 раз), а при $n > 60$ быстро уменьшается, поэтому при $n > 350$ амплитуда несферичности в конце процесса сжатия оказывается меньше, чем в его начале.

В случае длинноволновых возмущений ($n < 40$) влияние вязкости жидкости несущественно. Если влияние вязкости не учитывается, то амплитуда коротковолновых возмущений при сжатии с увеличением n возрастает неограниченно, следовательно, роль вязкости жидкости в ограничении роста несферичности является существенной.

Влияние поверхностного натяжения на рост амплитуды возмущений сферичности пузырька при его сжатии несущественно.

С уменьшением начального радиуса пузырька R_0 его радиус при экстремальном сжатии пара уменьшается. Это приводит к более значительному увеличению амплитуды длинноволновых возмущений (примерно в четыре раза при уменьшении R_0 с 500 до 50 мкм), для которых влияние вязкости жидкости несущественно. Амплитуда коротковолновых возмущений с уменьшением R_0 увеличивается менее существенно вследствие увеличения демпфирующего влияния вязкости.

С увеличением давления жидкости p_∞ увеличивается скорость сжатия пузырька, что приводит к ослаблению демпфирующего воздействия вязкости жидкости. В результате с увеличением p_∞ амплитуда возмущений сферичности в диапазоне значений n , где влияние вязкости существенно, в конце процесса сжатия возрастает. При сжатии с увеличением p_∞ с $1,5 \cdot 10^6$ до $1,5 \cdot 10^7$ Па максимальный рост амплитуды возмущения возрастает приблизительно в четыре раза, а номер n , при котором он достигается, при этом увеличивается до 400.

Увеличение температуры жидкости T_0 приводит к уменьшению роста длинноволновых возмущений (приблизительно в два раза при увеличении T_0 с 0 до 20 °С), для которых влияние вязкости жидкости несущественно. Это обусловлено тем, что повышение T_0 вызывает увеличение массы пара в пузырьке и скорости звука в паре, в результате чего радиус пузырька при экстремальном сжатии пара увеличивается.

В случае пренебрежения тепломассопереносом радиус пузырька при экстремальном сжатии пара увеличивается. В результате значение отношения $|\varepsilon_{n,c}/\varepsilon_{n,0}|$, характеризующего рост амплитуды возмущений сферичности пузырька при сжатии, получается заниженным на 60 % для возмущений, амплитуда которых при сжатии увеличивается наиболее существенно.

При анализе формы пузырька уравнения состояния пара Нигматулина — Болотновой можно заменить на модифицированное уравнение Ван-дер-Ваальса с тремя свободными параметрами, определяемыми из известных условий в критической точке. Такая замена оказывается возможной, поскольку необходимость использования уравнений состояния (2) возникает лишь кратковременно и в малой окрестности центра пузырька. Эта замена приводит к относительно небольшим погрешностям роста амплитуды длинноволновых возмущений сферичности пузырька в интервале $2 \leq n \leq 10$ и высокочастотных возмущений с $n > 200$. Для возмущений, испытывающих при сжатии максимальный рост, эта величина уменьшается приблизительно в два раза.

Следует отметить, что полученные оценки роста амплитуды возмущений сферической формы пузырька при его сжатии не противоречат предложенному в [1, 2, 4–9] теорети-

ческому обоснованию термоядерного характера регистрируемого в экспериментах увеличения количества нейтронов и ядер трития. Действительно, согласно предварительным оценкам [67, 68] амплитуда отклонения от сферической формы взаимодействующих пузырьков в начале процесса сжатия может варьироваться от $10^{-4}R$ до R . Если предположить, что в экспериментах [1] амплитуда начальной несферичности пузырька составляет $10^{-4}R$, то к концу процесса сжатия независимо от n она не превысит значения $0,04R$, т. е. и в конце процесса сжатия форма пузырька останется близкой к сферической.

Вследствие несферичности поверхности пузырька возникающая в нем ударная волна не является строго сферической. По мере схождения ударной волны амплитуда ее несферичности будет увеличиваться, что окажет влияние на положение и конфигурацию области в пузырьке с экстремально большими значениями газодинамических параметров. Этот вывод подтверждается результатами численного моделирования [61] с использованием двумерного обобщения одномерной модели Нигматулина [9], которая была использована в настоящей работе для описания сферической составляющей движения жидкости и пара. Для оценки влияния несферичности ударных волн в пузырьке необходимо провести исследование несферической динамики пара в пузырьке в окрестности его центра.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Taleyarkhan R. P., West C. D., Cho J. S., et al.** Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // *Science*. 2002. V. 295. P. 1868–1873.
2. **Taleyarkhan R. P., West C. D., Cho J. S., et al.** Additional evidence of nuclear emissions during acoustic cavitation // *Phys. Rev. E*. 2004. V. 69. 036109.
3. **Xu Y., Butt A.** Confirmatory experiments for nuclear emissions during acoustic cavitation // Festschrift edition celebrating the 65th birthday of prof. R. T. Lahey (Jr.) / Ed. by R. P. Taleyarkhan, P. Di' Marco, G. Lohnert. S. l.: Elsevier, 2005. V. 235, iss. 12. P. 1317–1324.
4. **Taleyarkhan R. P., West C. D., Lahey R. T. (Jr.), et al.** Nuclear emissions during self-nucleated acoustic cavitation // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. 034301.
5. **Нигматулин Р. И., Талейархан Р. П., Лэхи Р. Т. (мл.)** Термоядерный синтез на основе дейтерия при акустической кавитации // *Вестн. АН Респ. Башкортостан*. 2002. Т. 7, № 4. С. 3–25.
6. **Nigmatulin R. I., Taleyarkhan R. P., Lahey R. T. (Jr.)** The evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation revisited // *J. Power Energy*. 2004. V. 218-A. P. 345–364.
7. **Nigmatulin R. I.** Nano-scale thermonuclear fusion in imploding vapor bubbles // *Nuclear Engng Design*. 2005. V. 235. P. 1079–1091.
8. **Lahey R. T. (Jr.), Taleyarkhan R. P., Nigmatulin R. I., Akhatov I. Sh.** Sonoluminescence and the search for sonofusion // *Advance in heat transfer*. N. Y.: Acad. Press, 2006. V. 39.
9. **Nigmatulin R. I., Akhatov I. Sh., Topolnikov A. S., et al.** The theory of supercompression of vapor bubbles and nano-scale thermonuclear fusion // *Phys. Fluid*. 2005. V. 17. 107106.
10. **Nigmatulin R. I., Akhatov I. Sh., Vakhitova N. K., et al.** Mathematical modeling of a single bubble and multi bubble dynamics in a liquid // *Proc. of the Intern. conf. on multiphase systems*, Ufa (Russia), June 15–17, 2000. Ufa: Gilem Publ., 2000. P. 294–301.
11. **Didenko Y. T., Suslick K. S.** The energy efficiency of formation of photons, radicals and ions during single-bubble cavitation // *Nature*. 2002. V. 418. P. 394–397.
12. **Camara C., Putterman S., Kirilov E.** Sonoluminescence from a single bubble driven at one megahertz // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 92. 124301.
13. **Vazquez G., Camara C., Putterman S., Weninger K.** Sonoluminescence: nature's smallest blackbody // *Optics Lett.* 2001. V. 26, iss. 9. P. 575–577.

14. **Forringer E. R., Robbins D., Martin J.** Confirmation of neutron production during self-nucleated acoustic cavitation // *Trans. Amer. Nuclear. Soc.* 2006. V. 95. 736.
15. **Forringer E. R., Robbins D., Martin J.** Confirmation of neutron production during self-nucleated acoustic cavitation of deuterated benzene and acetone mixture // *Proc. of the Intern. conf. fusion energy, Albuquerque (USA).* Nov. 14, 2006.
16. **Bugg W.** Report of bubble fusion confirmation experiment: Rep. on activities on June 2006 visit / *Purdue Univ. West Lafayette (USA),* 2006.
17. **Taleyarkhan R. P., Lapinskas J., Xu Y., et al.** Modeling, analysis and prediction of neutron emission spectra from acoustic cavitation bubble fusion experiments // *Nuclear Engng Design.* 2008. V. 238. P. 2779–2791.
18. **Говердовский А. А., Имшенник В. С., Смирнов В. П.** О перспективах термоядерной энергетики на основе кавитации пузырей // *Успехи физ. наук.* 2013. Т. 183, № 4. С. 445–448.
19. **Hilgenfeldt S., Lohse D., Brenner M.** Phase diagrams for sonoluminescing bubbles // *Phys. Fluids.* 1996. V. 8, N 11. P. 2808–2826.
20. **Putterman S. J., Weninger K. P.** Sonoluminescence: how bubbles turn sound into light // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2000. V. 32. P. 445–476.
21. **Hilgenfeldt S., Brenner M., Grossmann S., Lohse D.** Analysis of Rayleigh — Plesset dynamics for sonoluminescing bubbles // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 365. P. 171–204.
22. **Augsdorfer U. H., Evans A. K., Oxley D. P.** Thermal noise and the stability of single sonoluminescing bubbles // *Phys. Rev. E.* 2000. V. 61. P. 5278–5286.
23. **Yuan L., Ho C. Y., Chu M.-C., Leung P. T.** Role of gas density in the stability of single-bubble sonoluminescence // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64. 016317.
24. **Lin H., Storey B. D., Szeri A. J.** Rayleigh — Taylor instability in violently collapsing bubbles // *Phys. Fluid.* 2002. V. 14. P. 2925–2928.
25. **Kwak H.-Y., Karng S. W., Lee Y. P.** Rayleigh — Taylor instability on a sonoluminescing gas bubbles // *J. Korean Phys. Soc.* 2005. V. 45, N 4. P. 951–962.
26. **Kull H. J.** Theory of the Rayleigh — Taylor instability // *Phys. Rep.* 1991. V. 206. P. 197–325.
27. **Plesset M. S.** On the stability of fluid flows with spherical symmetry // *J. Appl. Phys.* 1954. V. 25, N 1. P. 96–98.
28. **Plesset M. S., Mitchell T. P.** On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // *Quart. Appl. Math.* 1956. V. 13, N 4. P. 419–430.
29. **Birkhoff G.** Stability of spherical bubbles // *Quart. Appl. Math.* 1956. V. 13, N 4. P. 451–453.
30. **Eller A. I., Crum L. A.** Instability of the motion of a pulsating bubble in a sound field // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1970. V. 47, N 3. P. 762–767.
31. **Ильгамов М. А.** Качественный анализ развития отклонений от сферической формы при схлопывании полости в жидкости // *Докл. АН.* 2005. Т. 401, № 1. С. 37–40.
32. **Ильгамов М. А.** Качественная теория устойчивости сферической формы полости при сжатии в жидкости // *Актуальные проблемы механики сплошной среды.* Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2006. С. 8–35.
33. **Ильгамов М. А.** Отклонение от сферичности паровой полости в момент ее коллапса // *Докл. АН.* 2011. Т. 440, № 1. С. 35–38.
34. **Ламб Г.** *Гидродинамика.* М.: ОГИЗ: Гостехтеоретиздат, 1947.
35. **Birkhoff G.** Note on Taylor instability // *Quart. Appl. Math.* 1954. V. 12, N 3. P. 306–309.
36. **Plesset M. S., Prosperetti A.** Bubble dynamics and cavitation // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1977. V. 9. P. 145–185.
37. **Нигматулин Р. И., Ахатов И. Ш., Вахитова Н. К.** О сжимаемости жидкости в динамике газового пузырька // *Докл. АН.* 1996. Т. 348, № 6. С. 768–771.

38. **Flynn H. G.** Cavitation dynamics. 1. A mathematical formulation // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1975. V. 57, N 6. P. 1379–1396.
39. **Keller J. B., Miksis M.** Bubble oscillations of large amplitude // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1980. V. 68, N 2. P. 628–633.
40. **Prosperetti A., Crum L. A., Commander K. W.** Nonlinear bubble dynamics // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1986. V. 83, N 2. P. 502–514.
41. **Wu C. C., Roberts P. H.** Shock wave propagation in a sonoluminescing gas bubble // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 70. P. 3424–3427.
42. **Wu C. C., Roberts P. H.** A model of sonoluminescence // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1994. V. 445. P. 323–349.
43. **Moss W. C., Clarke D. B., White J. W., Young D. A.** Hydrodynamic simulations of bubble collapse and picosecond sonoluminescence // *Phys. Fluids.* 1994. V. 6, N 9. P. 2979–2985.
44. **Moss W. C., Clarke D. B., Young D. A.** Calculated pulse widths and spectra of a single sonoluminescing bubble // *Science.* 1997. V. 276. P. 1398–1401.
45. **Аганин А. А., Ильгамов М. А.** Колебания сферического пузырька газа в жидкости с образованием ударных волн // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 1999. № 6. С. 126–133.
46. **Аганин А. А., Ильгамов М. А.** Численное моделирование динамики газа в пузырьке при схлопывании с образованием ударных волн // *ПМТФ.* 1999. Т. 40, № 2. С. 101–110.
47. **Аганин А. А., Нигматулин Р. И., Ильгамов М. А., Ахатов И. Ш.** Динамика пузырька газа в центре сферического объема жидкости // *Докл. АН.* 1999. Т. 369, № 2. С. 182–185.
48. **Aganin A. A.** Dynamics of a small bubble in a compressible fluid // *Intern. J. Numer. Methods Fluids.* 2000. V. 33. P. 157–174.
49. **Аганин А. А., Ильгамов М. А.** Динамика пузырька газа в центре сферического объема жидкости // *Мат. моделирование.* 2001. Т. 13, № 1. С. 26–40.
50. **Аганин А. А., Ильгамов М. А.** Динамика газового пузырька при возбуждении импульсами сжатия и разрежения в жидкости // *Докл. АН.* 2002. Т. 382, № 2. С. 176–180.
51. **Нигматулин Р. И., Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю.** Искажение сферичности парового пузырька в дейтерированном ацетоне // *Докл. АН.* 2006. Т. 408, № 6. С. 767–771.
52. **Годунов С. К.** Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. М.: Наука, 1976.
53. **Prosperetti A.** Viscous effects on perturbed spherical flows // *Quart. Appl. Math.* 1977. V. 34. P. 339–352.
54. **Hao Y., Prosperetti A.** The effect of viscosity on the spherical stability of oscillating gas bubbles // *Phys. Fluids.* 1999. V. 11, N 6. P. 1309–1317.
55. **Аганин А. А., Ильгамов М. А., Топорков Д. Ю.** Влияние вязкости жидкости на затухание малых искажений сферической формы газового пузырька // *ПМТФ.* 2006. Т. 47, № 2. С. 30–39.
56. **Wu C. C., Roberts P. H.** Bubble shape instability and sonoluminescence // *Phys. Lett. A.* 1998. V. 250. P. 131–136.
57. **Aganin A. A., Khismatullina N. A.** Liquid vorticity computation in non-spherical bubble dynamics // *Intern. J. Numer. Methods Fluids.* 2005. V. 48, iss. 2. P. 115–133.
58. **Хайрер Э.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Э. Хайрер, С. Нёрсетт, Г. Ваннер. М.: Мир, 1990.
59. **Lin H., Storey B. D., Szeri A. J.** Inertially driven inhomogeneities in violently collapsing bubbles: the validity of the Rayleigh — Plesset equation // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 452. P. 145–162.

60. Nagrath S., Jansen K., Lahey R. T. (Jr.) Computation of incompressible bubble dynamics with a stabilized finite element level set method // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 2005. V. 194. P. 4565–4587.
61. Аганин А. А., Халитова Т. Ф., Хисматуллина Н. А. Метод численного решения задач сильного сжатия несферического кавитационного пузырька // Вычисл. технологии. 2010. Т. 15, № 1. С. 14–32.
62. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: В 2 т. М.: Наука, 1987.
63. Нигматулин Р. И., Болотнова Р. Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // Докл. АН. 2007. Т. 415, № 5. С. 617–621.
64. Аганин А. А., Топорков Д. Ю., Халитова Т. Ф., Хисматуллина Н. А. Эволюция малых искажений сферической формы парового пузырька при его сверхсжатии // Мат. моделирование. 2011. Т. 23, № 10. С. 82–96.
65. Аганин А. А., Ильгамов М. А., Нигматулин Р. И., Топорков Д. Ю. Эволюция искажений сферичности кавитационного пузырька при акустическом сверхсжатии // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 1. С. 57–69.
66. Ильгамов М. А. Расширение-сжатие и устойчивость полости в жидкости при сильном акустическом воздействии // Докл. АН. 2010. Т. 433, № 2. С. 178–181.
67. Аганин А. А., Давлетшин А. И., Топорков Д. Ю. Расширение-сжатие кавитационных пузырьков в кометообразных струяках // Тр. 10-х Забабахинских науч. чтений. Снежинск: Всерос. науч.-исслед. ин-т техн. физики, 2010. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.vniitf.ru/images/zst/2010/sec1/att00131.pdf>.
68. Нигматулин Р. И., Ильгамов М. А., Аганин А. А. Проблема устойчивости сферической формы пузырька при его сверхсжатии // Тр. Ин-та механики Уфим. науч. центра РАН. Уфа: Гилем, 2010. Вып. 7. С. 19–37.

*Поступила в редакцию 24/XII 2012 г.,
в окончательном варианте — 20/V 2013 г.*
