

УДК 622.234.573

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД
ПО ДАВЛЕНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИН ГИДРОРАЗРЫВА
В ОКРЕСТНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВЫРАБОТКИ**

А. В. Азаров, С. В. Сердюков

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: antonazv@mail.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Представлены численные исследования о возможности использования давления распространения гидроразрыва массива горных пород вблизи горной выработки для оценки напряженного состояния среды. Разработка и тестирование предлагаемого подхода выполнено на основе результатов численных экспериментов трехмерного моделирования гидроразрыва вблизи цилиндрической полости. Для решения основных уравнений модели использовался расширенный метод конечных элементов. Установлены закономерности изменения давления распространения трещин гидроразрыва вблизи цилиндрической полости. Приведены соотношения для определения напряжений в случае однородного сжатия среды и в неоднородном поле, когда минимальное напряжение действует перпендикулярно оси полости. Исследовано, как изменяется ошибка при использовании предлагаемого метода в зависимости от соотношений между параметрами модели. Показано, что в некоторых случаях по траектории трещины гидроразрыва, ее выходу на поверхность полости и давлению распространения можно оценивать направление действия минимального напряжения.

Массив горных пород, горная выработка, напряженное состояние, гидравлический разрыв, давление распространения трещин, траектория разрыва, численное моделирование, расширенный метод конечных элементов, определение напряжений

DOI: 10.15372/FTPRPI20250102
EDN: NLSWRH

Для обеспечения безопасности и эффективности подземной разработки месторождений полезных ископаемых необходим контроль физического состояния массива горных пород. Важная его часть — наблюдение за изменением действующих напряжений. Большинство используемых для этого методов основано на измерениях деформаций при разгрузке среды вблизи специально создаваемых полостей [1–5]. Это могут быть скважины, щели, кольцевое обруивание пород *in-situ* [3–7]. К недостаткам деформационных способов относятся расчет напряжений на основе идеализированных моделей среды, необходимость дополнительной информации об упругих свойствах массива [7], его локальное разрушение, затрудняющее проведение повторных наблюдений.

Известен метод гидроразрыва, в котором напряжения оценивают по характерным точкам зависимости давления рабочей жидкости от объема ее закачки [4], а упругие модули не используют. В его классическом варианте полагают, что давление закрытия трещины P_s равно минимальному сжатию пород $\sigma_{\min}$. Максимальное напряжение $\sigma_{\max}$ раньше рассчитывали через давление раскрытия разрыва P_r как $\sigma_{\max} = 3P_s - P_r$. Позже доказали, что проникновение рабочей жидкости в сомкнутую трещину приводит к равенству $P_r \approx P_s$ и ошибочному выводу о напряженном состоянии среды $\sigma_{\max} \approx 2\sigma_{\min}$ [8]. Определять $\sigma_{\max}$ можно по давлению инициирования гидроразрыва. Для этого необходима дополнительная информация о сопротивлении пород разрыву, сложным образом зависящему от локальных свойств и трещиноватости среды в пункте наблюдений, условий тестирования [9, 10]. Еще одна проблема метода — низкая точность фиксирования момента закрытия трещины по кривой падения давления [11–14], особенно при малых утечках жидкости во вмещающие породы [15–17]. Эти и другие недостатки ограничивают применение гидроразрыва для контроля напряженного состояния массива.

Цель настоящей работы — анализ возможности повышения информативности и достоверности метода за счет использования в расчетной схеме надежно регистрируемого давления распространения трещин и совместной обработки данных нескольких разрывов, выполненных в зоне влияния горной выработки. Как известно, вблизи нее минимальное сжатие ориентировано ортогонально свободной поверхности, что предопределяет конфигурацию разрывов. Зависимость сжатия от расстояния до выработки и комбинации главных напряжений позволяет определять значения последних. Предлагаемый подход протестирован на синтетических данных численного моделирования гидроразрыва в окрестности цилиндрической полости.

ОДНОРОДНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Рассмотрим закономерности изменения давления p в трещине при ее развитии вблизи цилиндрической полости радиусом R в условиях гидростатического напряженного состояния среды $S_{xx} = S_{yy} = S_{zz}$. Обозначим это сжатие через S_h (рис. 1). Считаем, что начальная дисковая трещина (инициатор разрыва) расположена на удалении d от полости, поток жидкости q в нее постоянен и известен, поверхность полости свободна от напряжений.

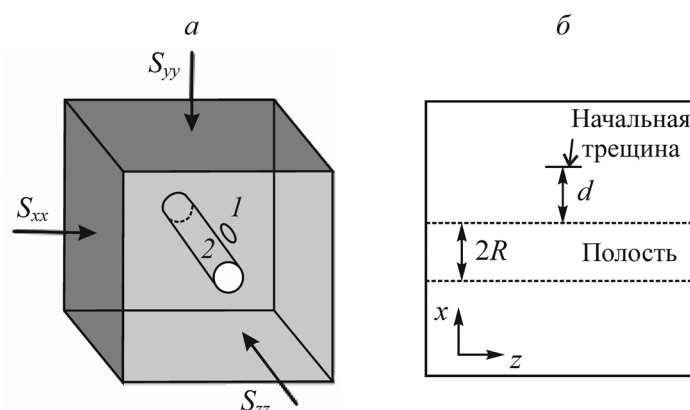


Рис. 1. Взаимное расположение начальной трещины (1), цилиндрической полости (2) и направления действия главных напряжений S_{xx} , S_{yy} , S_{zz} в пространстве (а) и в плоскости xz (б)

Деформацию среды опишем уравнениями упругости, рост трещины — с использованием когезионного слоя [18]. Уравнения решались численно расширенным методом конечных элементов [19]. Подробное описание модели и схемы расчетов приведено в [20]. Во всех экспериментах принято: коэффициент Пуассона среды $\nu = 0.3$; критическая энергия разрушения $G_c = 120$ Н/м; динамическая вязкость жидкости гидроразрыва $\mu = 0.001$ Па·с; $q = 2 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

В первом эксперименте моделировалось развитие трещин при $S_h = 3$ МПа и разных удалениях инициатора разрыва от полости $R/2$, R и $2R$. Модуль упругости среды $E = 10$ ГПа, ее прочность на растяжение $S_c = 1$ МПа. На рис. 2а, б видно, что трещины формируются вдоль полости, не выходя на ее поверхность. Давление распространения p значительно зависит от расстояния d , т. е. с его увеличением оно растет (рис. 2в).

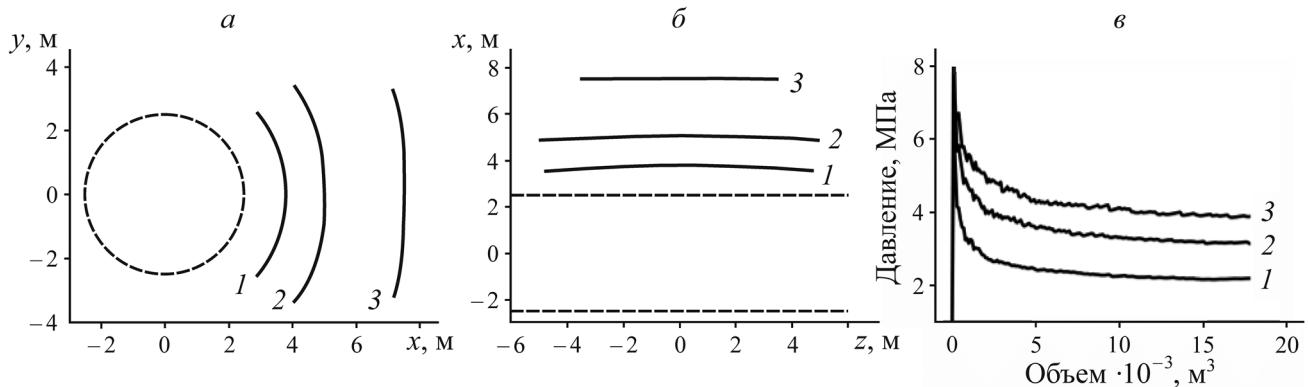


Рис. 2. Траектории (а, б) и давление в трещине (в) при $E = 10$ ГПа, $S_c = 1$ МПа, $S_h = 3$ МПа и удалениях начальной трещины от цилиндрической полости $R/2$ (1), R (2) и $2R$ (3)

Далее исследовалось, как на p влияет гидростатическое сжатие S_h . На рис. 3а приведены зависимости p от объема закаченной рабочей жидкости V при $d = R$, $S_c = 0.1$ МПа, $E = 10$ ГПа и $S_h = 1, 2, 3, 4$ и 5 МПа. Выберем на них значения p , соответствующие объему $V = 2.5$ дм³ (рис. 3б). Видно, что они прямо пропорциональны сжатию среды. Для $d = 0.5R$ и $d = 2R$ результат тот же. Коэффициент пропорциональности зависит в основном от объема V (рис. 3б, в) и в меньшей степени от свойств среды [21].

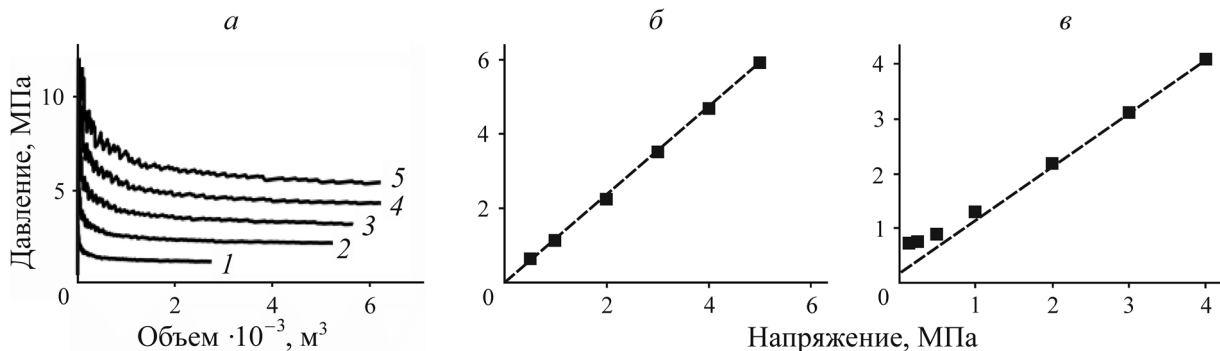


Рис. 3. Зависимость давления распространения гидроразрыва вблизи цилиндрической полости ($d = R$): а — от объема закачки рабочей жидкости при $S_c = 0.1$ МПа, $E = 10$ ГПа и разном гидростатическом сжатии $S_h = 1$ МПа (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4) и 5 МПа (5); б — от напряжения сжатия $S_h = 0.5 - 5$ МПа при $S_c = 0.1$ МПа, $E = 10$ ГПа, $V = 2.5$ дм³; в — от напряжения сжатия $S_h = 0.25 - 5$ МПа при $S_c = 1$ МПа, $E = 10$ ГПа, $V = 20$ дм³

На рис. 3в представлены давления распространения гидроразрыва для $S_h = 0.25, 0.5, 1, 2, 3, 4$ МПа при $d=R$, $S_c = 1$ МПа, $E = 10$ ГПа и $V = 20$ дм³. Когда напряжение в среде равно или меньше ее прочности, зависимость p от S_h нелинейна.

Остановимся на случае $S_h > S_c$. В силу выявленной линейности запишем:

$$p(V, d, M, S) = f(V, d, M) + C(V, M)S(d), \quad (1)$$

где f — сопротивление разрыву; S — сжатие трещины; C — коэффициент пропорциональности; M — свойства среды и жидкости.

В соответствии с формой образующихся трещин (рис. 2а, б), их сжатие соответствует радиальной компоненте локального поля напряжений в окрестности полости. Согласно решению задачи Кирша:

$$S(d) = S_h \left(1 - \left(\frac{R}{R+d} \right)^2 \right). \quad (2)$$

Предположим, что имеются данные по давлению распространения в однородной среде двух трещин гидроразрыва, расположенных на удалениях от полости d_1 и d_2 . Из рис. 2а, б видно, что для малых d размер разрыва вдоль полости больше, чем в ее поперечном сечении. По мере увеличения d эта разница уменьшается, форма трещины стремится к диску. Изменчивость конфигурации гидроразрыва с ростом V приводит к тому, что $C \neq 1$, сопротивление f зависит от d . Но для напряжений $S_h > S_c$, например в угольных пластах:

$$|f(V, d_2, M) - f(V, d_1, M)| \ll C(V, M)[S(d_2) - S(d_1)]. \quad (3)$$

Тогда

$$\Delta p_{12} = p_1 - p_2 \approx C(V, M)[S(d_1) - S(d_2)]. \quad (4)$$

Из (4) и (2) получаем выражение для мгновенной оценки гидростатического напряжения, действующего на бесконечности:

$$\tilde{S}_h(V) = \frac{\Delta p_{12}(V)}{C(V, M)k_{12}}, \quad (5)$$

где

$$k_{12} = \left(1 + \frac{d_2}{R} \right)^{-2} - \left(1 + \frac{d_1}{R} \right)^{-2}. \quad (6)$$

Если парные измерения проводятся на расстояниях $d_1 = 0.5R$ и $d_2 = R$, то $k = 7/36$, если $d_1 = R$ и $d_2 = 2R$, то $k = 5/36$, при $d_1 = 0.5R$ и $d_2 = 2R$ — $k = 1/3$.

Что касается коэффициента C , то для данных, приведенных на рис. 3а, в, его значение при $V = 1$ дм³ составляет 2.1–2.2, при $V = 2.5$ дм³ — 1.5–1.6, при $V = 20$ дм³ — 1.1–1.2, т. е. по мере роста трещины и приближении ее формы к дисковой коэффициент C стремится к единице. Это согласуется с результатами, полученными на основе механики трещин [22].

Поскольку в процессе измерений объем закачки растет, то вместо (5) целесообразно использовать осредненную оценку

$$\hat{S}_h \approx \frac{1}{\hat{C}k_{12}N} \sum_{i=0}^N \Delta p_{12}(V_i). \quad (7)$$

Здесь

$$V_i = V_0 + i \frac{V_N - V_0}{N},$$

V_0, V_N — нижнее и верхнее значения V в наблюдениях; N — число точек дискретизации регистрируемой кривой $p(V)$ на отрезке $V \in [V_0, V_N]$; i — индекс суммирования.

При проведении измерений в шахтных условиях объемы закачки рабочей жидкости, как правило, не превышают единиц – первых десятков литров. Этого достаточно для получения трещин размером, соизмеримым с диаметром горной выработки, давление распространения которых существенно зависит от локального поля напряжений вблизи нее. Если исключить начальную стадию разрыва, когда сопротивление f велико и быстро снижается с ростом V (рис. 3а), то в используемом на практике диапазоне V средний коэффициент пропорциональности $\hat{C}$ в первом приближении равен двум. Достоверность, точность и область применения осредненной оценки однородного сжатия среды по (7) определим по результатам численных экспериментов.

Влияние прочности на растяжение S_c . На рис. 4 представлены зависимости давления распространения трещины гидроразрыва для разных d при $E = 100$ ГПа, $S_h = 1$ МПа и $S_c = 0.1, 1$ и 10 МПа. При $S_c \leq S_h$ давление распространения трещины существенно уменьшается с приближением инициатора разрыва к полости (рис. 4а, б). Если $S_c = 10$ МПа, т. е. прочность на порядок больше сжатия среды S_h , то кривые $p(V)$ при $d = R$ и $d = 2R$ различаются незначительно (кривые 2, 3, рис. 4в). Это связано с преобладающим влиянием сопротивления разрыву, в связи с чем достоверно оценить S_h по (7) нельзя.

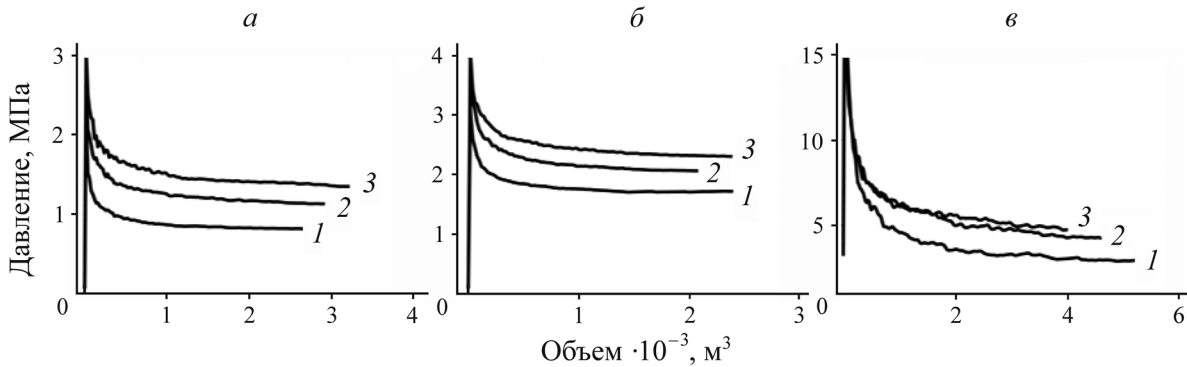


Рис. 4. Зависимость давления разрыва от объема V при гидростатическом сжатии среды $S_h = 1$ МПа, модуле упругости $E = 100$ ГПа и удалениях от выработки $d = R/2$ (1), $d = R$ (2) и $d = 2R$ (3) для разных значений прочности на растяжение S_c , МПа: а — 0.1; б — 1; в — 10

На рис. 5 приведены зависимости мгновенной оценки $\tilde{S}_h$ по формуле (5) от объема закаченной жидкости при $S_h = 1$ МПа, $E = 100$ ГПа, $C = 2$, $d_1 = R/2$ и $d_2 = R$ для $S_c = 0.1, 1$ и 10 МПа. Модули упругости и прочности на растяжение те же, что для эксперимента на рис. 4. Если прочность породы ниже или сравнима с ее однородным сжатием, то осреднение по (7) дает

оценку, близкую к истинному напряжению (рис. 5а, б). В случае S_c много больше S_h (рис. 5в), использование (7) дает неприемлемо высокую ошибку $\delta_s = (\tilde{S}_h - S_h) / S_h \cdot 100\%$, достигающую 145 %.

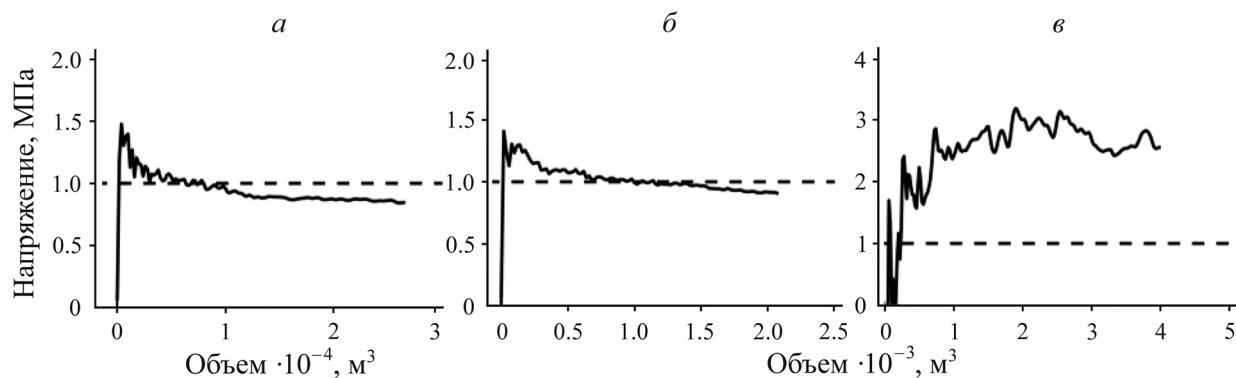


Рис. 5. Оценка однородного сжатия среды $\tilde{S}_h(V)$ при $d_1 = R/2$, $d_2 = 2R$, $E = 100$ ГПа и $S_h = 1$ МПа (штриховая линия) в зависимости от объема трещины для различной прочности на растяжение S_c , МПа: а — 0.1; б — 1; в — 10

На рис. 6 показаны зависимости давления распространения разрыва от объема V и удаления d для фиксированной прочности $S_c = 1$ МПа, $E = 10$ ГПа при разном гидростатическом сжатии среды S_h . Для наименьшего из тестируемых значений $S_h = 0.25$ МПа, ниже прочности S_c , кривые $p(V)$, соответствующие разным d , ближе друг к другу, чем при $S_h \geq S_c$ (рис. 6). При $S_h \geq S_c$ соотношение между давлениями p при $d = R/2$, R и $2R$ сохраняются (рис. 6б, в).

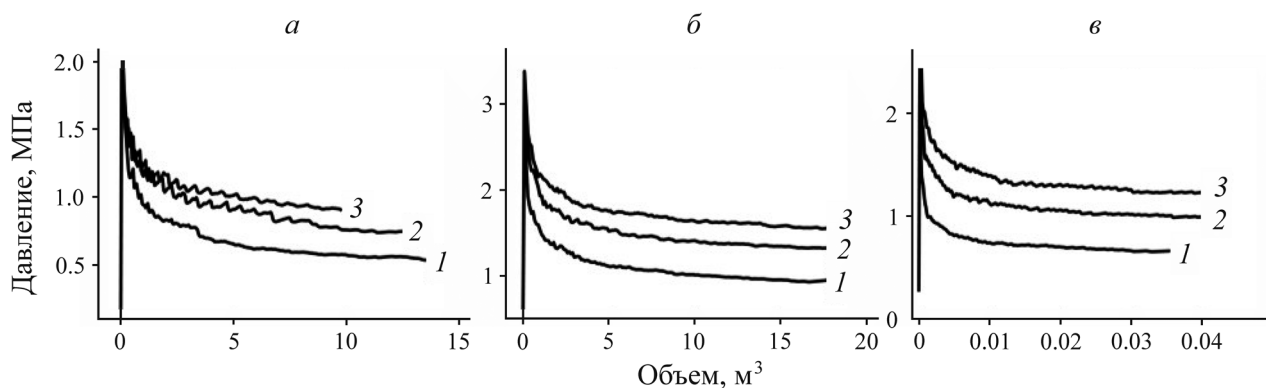


Рис. 6. Зависимость давления разрыва от объема V закачки рабочей жидкости при $S_c = 1$ МПа, $E = 10$ ГПа, удалениях $d = R/2$ (1), $d = R$ (2) $d = 2R$ (3) и различном гидростатическом сжатии среды S_h , МПа: а — 0.25; б — 1; в — 10

На рис. 7 представлены оценки $\tilde{S}_h(V)$, рассчитанные по (5) с использованием данных рис. 6. Восстановить поле напряжений в зоне влияния горной выработки можно только в случае $S_h \geq S_c$. Ошибка δ_s осредненной оценки однородного сжатия среды по (7) в рассматриваемом эксперименте составляет 5 % для $S_h = 1$ МПа и 7.5 % для $S_h = 10$ МПа. Когда $S_h = 0.25$ МПа значительно меньше прочности на растяжение, формула (7) в рассматриваемом диапазоне V дает завышенное напряжение с ошибкой на ~ 141 %.

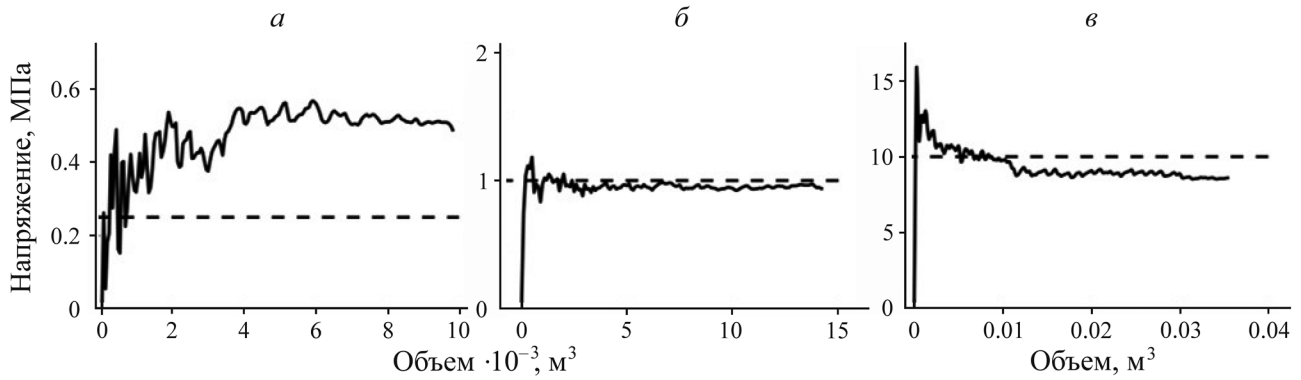


Рис. 7. Оценка однородного сжатия среды $\tilde{S}_h(V)$ при $d_1=R/2$, $d_2=2R$, $S_c=1$ МПа, $E=100$ ГПа в зависимости от объема трещины для разных значений напряжения S_h (штриховая линия), МПа: а — 0.25; б — 1; в — 10

На рис. 8 приведены относительные ошибки определения напряжений по формуле (7) при $\hat{C}=2$, $d_1=R/2$, $d_2=2R$ для разных сочетаний S_c и S_h . Ошибка менее 7–10 % происходит, когда гидростатическое сжатие среды больше ее прочности на растяжение.

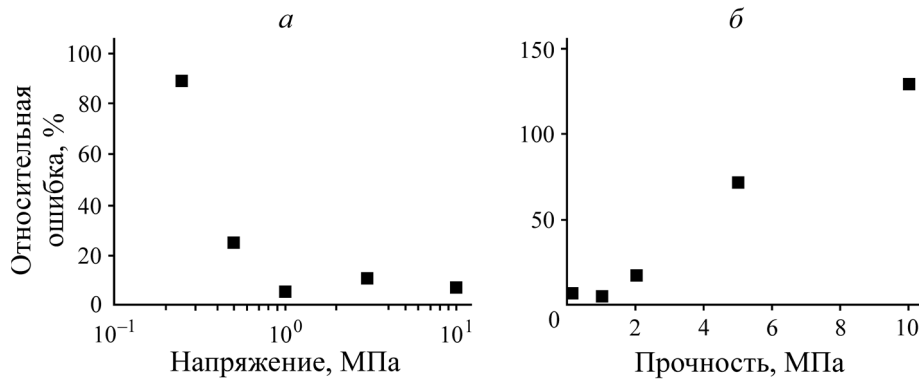


Рис. 8. Относительная ошибка определения гидростатического сжатия среды при $\hat{C}=2$, $d_1=R/2$, $d_2=2R$: а — в зависимости от напряжения S_h при $S_c=1$ МПа; б — в зависимости от прочности среды на растяжение S_c при $S_h=1$ МПа

Осредненные оценки $\hat{S}_h$ и их относительные ошибки δ_s для различных S_h и сочетаний d_1 , d_2 при $\hat{C}=2$, $S_c=1$ МПа, $E=10$ МПа, $V \in [0.1, 20]$ дм³ представлены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. Осредненные оценки напряжения для различных удалений гидроразрывов от полости

Однородное сжатие среды S_h , МПа	Оценка напряжения $\hat{S}_h$ [МПа] и относительная ошибка δ_s [%] при $\hat{C}=2$		
	$d_1=R/2, d_2=R$	$d_1=R, d_2=2R$	$d_1=R/2, d_2=2R$
0.25	0.60 (141.45)	0.38 (35.28)	0.47 (89.17)
0.5	0.73 (24.85)	0.48 (4.04)	0.62 (24.85)
1	1.02 (2.04)	0.85 (15.04)	0.95 (5.07)
3	2.70 (9.76)	2.65 (11.46)	2.68 (10.47)
10	9.43 (5.67)	9.07 (9.28)	9.28 (7.15)

Для $S_h \geq S_c$ и $\hat{C} = 2$ получаемая оценка в большинстве случаев ниже действующего в среде напряжения, что свидетельствует о целесообразности коррекции параметра $\hat{C}$ в сторону уменьшения (табл. 1). Для пары гидроразрывов на удалениях от выработки $R/2$ и R минимальную ошибку δ_s в исследованном диапазоне напряжений $S_h \in [1, 10]$ МПа дает $\hat{C}_{0.5R/R} \approx 1.91$. Если разрывы выполняются на расстояниях $d_1 = R/2$, $d_2 = 2R$, то $\hat{C}_{0.5R/2R} \approx 1.85$, для $d_1 = R$, $d_2 = 2R$ — $\hat{C}_{R/2R} \approx 1.75$. Наиболее точные оценки получены при $d_1 = R/2$, $d_2 = 2R$, $\hat{C}_{0.5R/2R} \approx 1.85$. Ошибка δ_s в экспериментах в этом случае составляет $< 3.5\%$.

Влияние модуля упругости E . Предлагаемый метод оценки напряжений работает, когда размеры создаваемых трещин сравнимы с диаметром горной выработки. В этом случае давление распространения разрыва существенно зависит от локального поля напряжений вблизи полости, что в конечном итоге дает возможность оценить однородное напряженное состояние среды. Если трещины значительно меньше, то доминирует сопротивление разрыву и условие (3) не выполняется. В результате оценка напряжения по формуле (7) ведет к неприемлемым ошибкам.

При прочих равных условиях размеры гидроразрыва зависят от свойств среды. В механике трещин диаметр распространяющейся дискообразной трещины дается выражением [23]:

$$D = 2 \left[\frac{3VE}{8\sqrt{\pi}K_{IC}(1-\nu^2)} \right]^{2/5}, \quad (8)$$

где K_{IC} — критический коэффициент интенсивности напряжений, который больше для более прочных горных пород с коэффициентом пропорциональности величине S_c примерно $0.07 - 0.15$ [м^{1/2}] [24]. Для сохранения необходимых размеров трещин при увеличении прочности породы следует пропорционально увеличивать объем закачки рабочей жидкости. Поэтому в расчетах при $S_c = 0.1$ МПа, $E = 10$ ГПа диапазон V составлял единицы литров (рис. 3а, б), а при $S_c = 1$ МПа, $E = 10$ ГПа — брался в 10 раз больше (рис. 3в, рис. 6). Для широкого класса горных пород $E/S_c \approx 10^3 - 10^4$ [25] и для определения напряжений предлагаемым методом вполне достаточно максимального объема закачки рабочей жидкости 20 л на один гидроразрыв.

С уменьшением отношения E/S_c до 10^3 и ниже и ограниченном объеме $V \leq 20 - 30$ дм³ ошибка δ_s при расчетах по (7) быстро увеличивается. На рис. 9а приведена зависимость мгновенной оценки напряжения по формуле (5) от объема V при $E = 100$ ГПа, $S_h = S_c = 1$ МПа. Видно, что несмотря на равенство друг другу сжатия и прочности среды, при высоком значении $E/S_c = 10^5$ ошибка незначительна. Для сравнения на рис. 9б приведены два графика для сред с теми же $S_h = S_c = 1$ МПа, но отличающимися модулями упругости. Первый из них получен при $E = 10$ ГПа, соответственно $E/S_c = 10^4$, второй — при $E = 1$ ГПа и $E/S_c = 10^3$. Ошибка оценки напряжения по (7) с $\hat{C} = \hat{C}_{0.5R/2R} = 1.85$ в первом случае составляет 2.7%, во втором — 9.2%. Из рис. 9б (кривая 2) видно, что увеличение объема закачки позволило бы уменьшить δ_s . Наблюдается снижение разницы между давлением распространения разрывов, удаленных от полости на расстояния R и $2R$, что схоже с ситуацией при высокой прочности породы (рис. 4в).

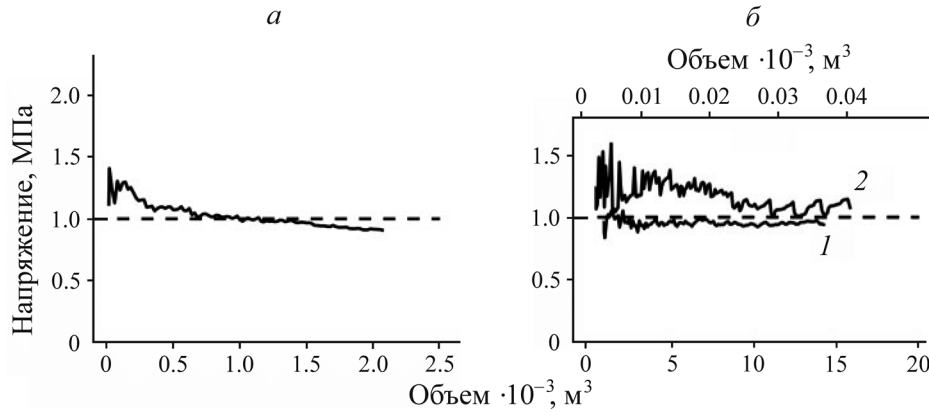


Рис. 9. Оценка однородного сжатия среды $\tilde{S}_h(V)$ при $d_1 = R/2$, $d_2 = 2R$, $S_h = 1$ МПа (штриховая линия), $S_c = 1$ МПа в зависимости от объема трещины для разных значений модуля упругости: а — $E = 100$ ГПа; б — $E = 10$ ГПа (1) (нижняя шкала объема) и $E = 1$ ГПа (2) (верхняя шкала объема)

При сохранении E/S_c на уровне 10^3 , но низком значении $S_c = 0.1$ МПа ($E = 0.1$ ГПа), т. е. меньше действующего в среде сжатия $S_h = 1$ МПа, ошибка оценки напряжений незначительна. Отсюда сформулируем достаточные условия применимости предлагаемого метода определения напряжений в ситуации однородного напряженного состояния среды и $V_{\max} = 20$ дм³: $S_h > S_c$, $E/S_c > 10^3$. Допустимо равенство в любом одном из двух приведенных неравенств.

Сферическая полость. Рассмотрим случай, когда полость имеет сферическую форму, например радиусом $R = 2.5$ м. Это может представлять практический интерес при разработке месторождений камерными системами. Параметры среды и рабочей жидкости те же, что и в экспериментах с цилиндрической выработкой. На рис. 10а приведены расчетные давления распространения разрывов на расстояниях $d = R/2$, R и $2R$ при $S_h = 3$ МПа. Видно, что на начальных этапах развития разрыва давление p резко снижается, затем кривые сходятся, поскольку образующиеся трещины быстро удаляются от области разгрузки среды. Мгновенная оценка напряжений $S_h = 1$ и 3 МПа по формуле (5) с $C = 1$ дает кривые, показанные на рис. 10б. Выбор $C = 1$ обусловлен сохранением изометричной в плане формы трещин в процессе роста, меньшим влиянием свободной поверхности, по сравнению с цилиндрической полостью. Осредненная оценка по формуле (7) дает напряжения, близкие к истинным (рис. 10б).

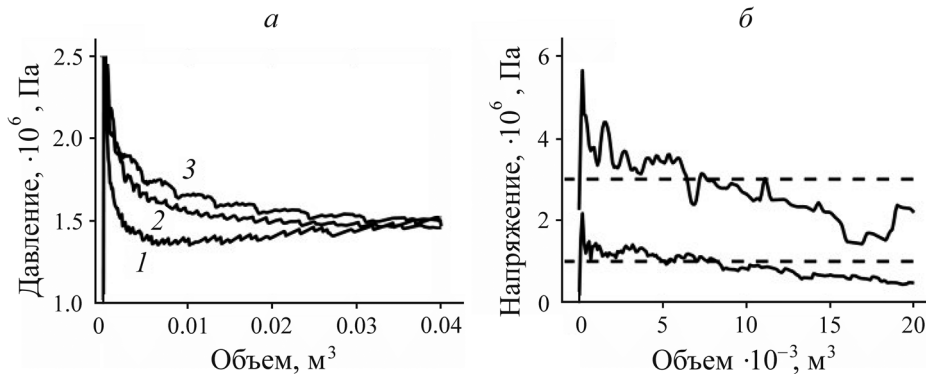


Рис. 10. Сферическая полость. Давление разрыва (а) и оценка (б) однородного сжатия среды от объема V закачки рабочей жидкости при $S_c = 1$ МПа, $E = 10$ ГПа, удалениях $d = R/2$ (1), $d = R$ (2) $d = 2R$ (3) и разным гидростатическом сжатии среды S_h , МПа: а — 1; б — 1 и 3 (штриховая линия)

НЕОДНОРОДНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Когда поле напряжений, действующих на бесконечности, неоднородно, возможны различные ситуации. Трещина гидроразрыва может приближаться к полости или, если минимальное сжатие ориентировано вдоль или под острым углом к оси выработки, выходить на ее поверхность [26]. На рис. 11 приведены траектории трещин для разных углов между минимальным напряжением и осью полости при главных напряжениях 1.5, 3 и 3 МПа. Здесь F_1, F_2, F_3 — плоскости, ортогональные трем различным направлениям действия минимального сжатия. Чем больше угол между F и осью полости, тем короче траектория прорастания в нее разрыва. Положение пересечения разрыва с поверхностью позволяет судить об ориентации минимального напряжения в пространстве. Но оценить предлагаемым методом напряжение невозможно, поскольку основная часть трещины распространяется не параллельно поверхности выработки.

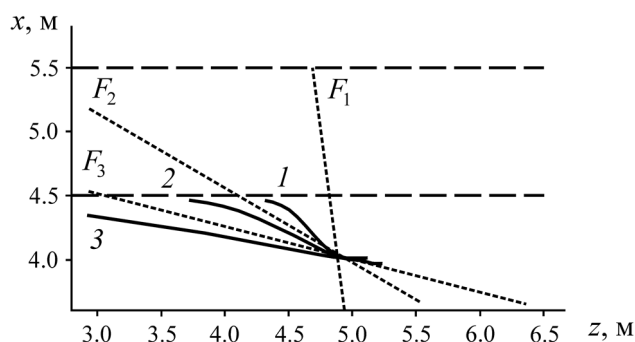


Рис. 11. Траектории трещин гидроразрыва в плоскости xz , $y = 5$ м при главных напряжениях 1.5, 3 и 3 МПа в зависимости от угла между минимальным напряжением и осью полости: 1 — 5° ; 2 — 45° ; 3 — 75° ; F_1, F_2, F_3 — плоскости, ортогональные направлениям действия минимальных напряжений

Рассмотрим случай, когда минимальное сжатие ортогонально оси цилиндрической выработки.

Минимальное напряжение ортогонально оси полости. Определение ориентации напряжений. В рассматриваемой ситуации, как показано в [26], трещина не выходит на поверхность и распространяется либо вдоль полости, либо от нее.

Пусть S_{xx} — минимальное напряжение, действующее вдоль оси x (рис. 12). Для определения направления действия и величин S_{xx} и S_{yy} выполним несколько гидроразрывов в разноориентированных скважинах, пробуренных под разным углом α к оси x , в каждой из них — не менее трех разрывов на различном расстоянии от выработки (рис. 12).

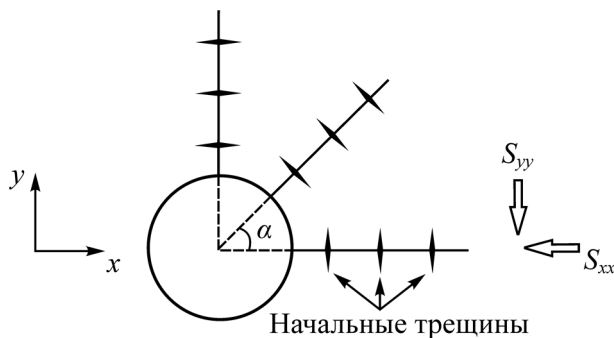


Рис. 12. Схема проведения гидроразрывов в неоднородном поле напряжений $S_{xx} < S_{yy} \leq S_{zz}$

На рис. 13 представлены давления распространения трещин при $S_{xx} = 1.5$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа. Инициаторы разрыва располагались на расстояниях $R/2$, R и $2R$. Когда угол α между скважиной и осью x равен нулю, разница между кривыми $p(V)$ для $d=R$ и $2R$ минимальна (рис. 13а). Это один из признаков, что скважина пробурена вдоль направления действия минимального напряжения. При $\alpha = 45^\circ$ соотношения между кривыми похожи на случай однородного поля напряжения, при $\alpha = 90^\circ$, $d=2R$ (рис. 13в, кривая 1) на начальном этапе развития гидроразрыва наблюдается повышенное давление с линейным спадом по мере увеличения V , что связано с разворотом трещины от плоскости инициатора разрыва, ортогональной S_{yy} , к энергетически выгодному направлению развития перпендикулярно S_{xx} .

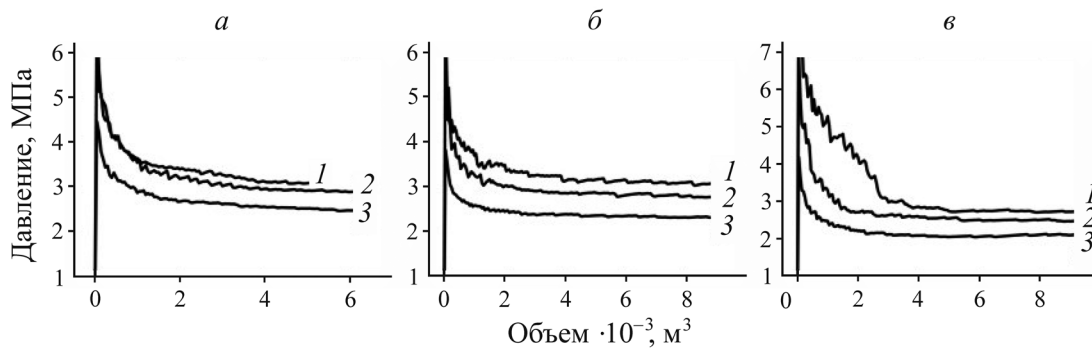


Рис. 13. Зависимость давления разрыва от объема V при $S_{xx} = 1.5$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа, $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа и удалении от выработки $d = 2R$ (1), $d = R$ (2) и $d = R/2$ (3) для разных углов α : а — 0° ; б — 45° , в — 90°

Дополнительную информацию дает сравнение давлений распространения разрывов, инициаторы которых расположены на одинаковом расстоянии от полости, но в скважинах с разными α (рис. 14). При $d = R/2$ наименьшее давление распространения разрыва наблюдается в скважине, пробуренной вдоль S_{yy} , $\alpha = 90^\circ$ (рис. 14а, кривая 3). Это происходит из-за разворота, при котором трещина сближается с полостью на расстояние меньше $R/2$ [26]. При $d = 2R$ и $\alpha = 90^\circ$ на начальных этапах развития трещины давление, наоборот, выше других (рис. 14в).

Когда $d = R$, давления для $\alpha = 0^\circ$ и 45° практически совпадают, при $\alpha = 90^\circ$ кривая $p(V)$ лежит немного ниже. Отсюда еще один признак того, что гидроразрыв выполняется в скважине, пробуренной вдоль минимального напряжения — это более высокое давление распространения, чем в других скважинах при том же d . И наоборот, пониженное давление наблюдается в скважинах, пробуренных вдоль S_{yy} .

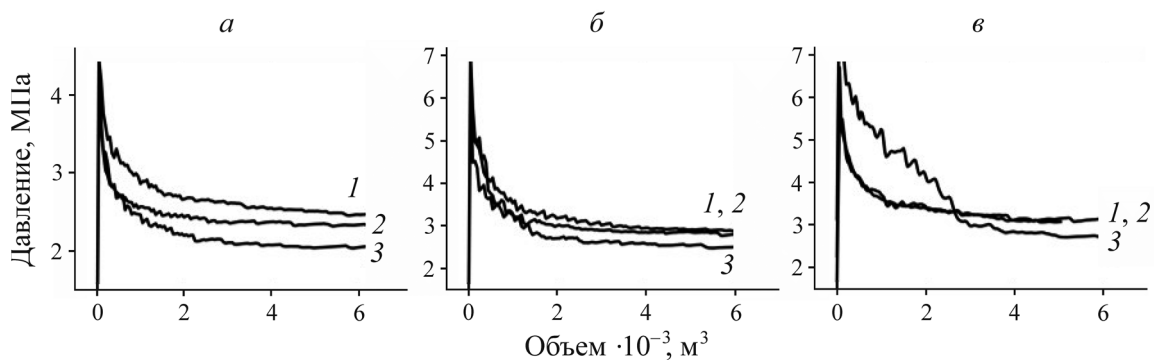


Рис. 14. Зависимость давления разрыва от объема V при $S_{xx} = 1.5$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа, $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа в скважинах, ориентированных под углом α , равным 0° (1), 45° (2), 90° (3), для разных d : а — $R/2$; б — R ; в — $2R$

Очевидно, что выявленные признаки ориентации поля напряжений будут менее выражены при меньшем отличии S_{xx} от S_{yy} . На рис. 15, 16 приведены аналогичные кривые, что и на рис. 13, 14, но при $S_{xx} = 2.25$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа ($S_{yy}/S_{xx} = 1.33$). Для такого напряженного состояния среды по соотношению между кривыми $p(V)$ для разных d понять что-нибудь трудно (рис. 15). Если рассматривать разницу между давлениями разрывов, выполненных на одном расстоянии от полости, но в скважинах с разным α (рис. 16), то кривые $p(V)$ почти совпадают, исключая кривую при $\alpha = 90^\circ$ (рис. 16в).

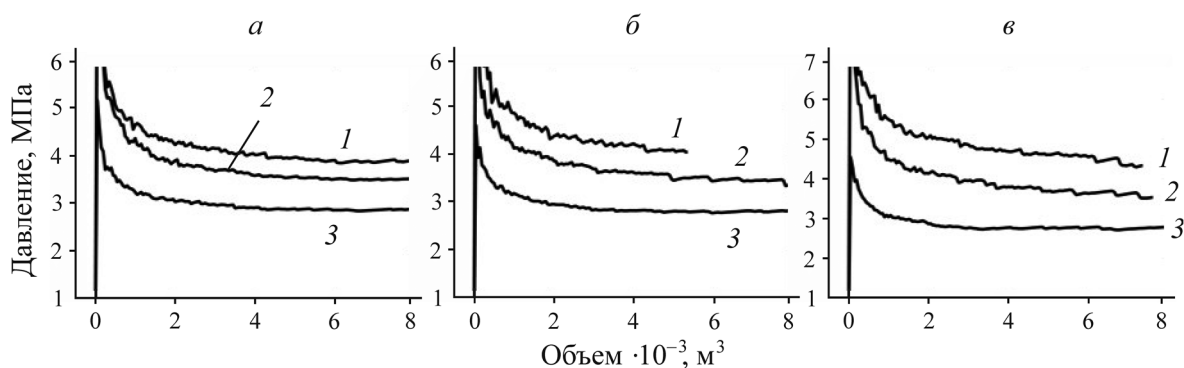


Рис. 15. Зависимость давления разрыва от объема V при $S_{xx} = 2.25$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа, $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа и удалениях от выработки $d = 2R$ (1), $d = R$ (2) и $d = R/2$ (3) для разных углов α : а — 0° ; б — 45° ; в — 90°

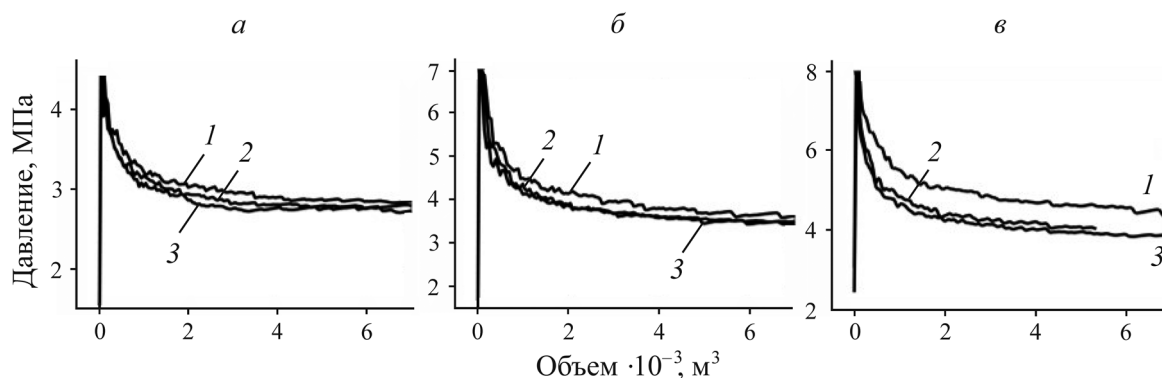


Рис. 16. Зависимость давления разрыва от объема V при $S_{xx} = 2.25$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа, $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа в скважинах, ориентированных под углом α , равным 0° (1), 45° (2), 90° (3), при разных d : а — $R/2$; б — R ; в — $2R$

Для решения этой проблемы предлагается оценивать различие кривых давления численно. Наиболее информативным оказалось отношение

$$K(\alpha, V, d_1, d_2) = \frac{p(\alpha, V, d_1)}{p(\alpha, V, d_2)}, \quad (9)$$

где $p(\alpha, V, d)$ — давление распространения разрыва с инициатором на удалении от полости, равном d .

На рис. 17 показаны кривые $K(V, 2R, R)$, $K(V, R, R/2)$ и $K(V, 2R, R/2)$ для разных α . Когда $\alpha = 0^\circ$, кривая 2 ближе к 3, чем 1, что можно использовать в качестве дополнительного признака для привязки векторов напряжений к скважинам.

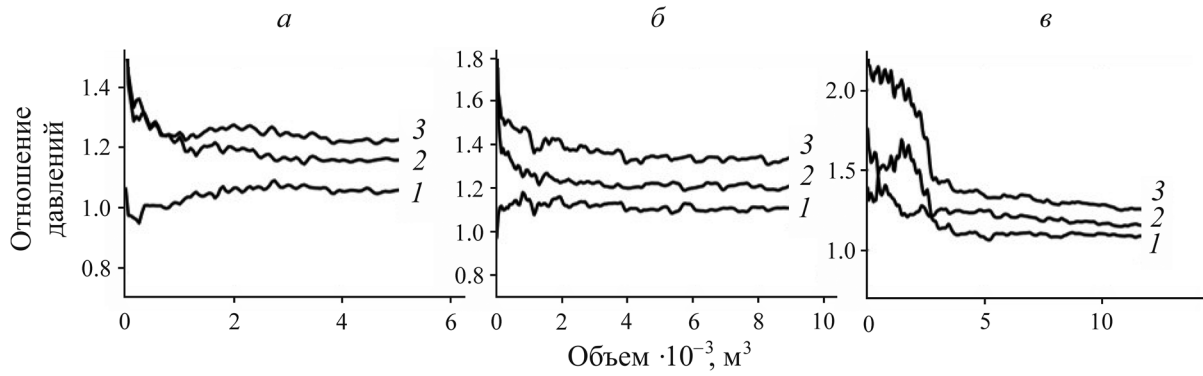


Рис. 17. Отношение давлений разрыва от объема V при $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа, $S_{xx} = 1.5$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа, удалениях d : $2R$ и R (1); R и $R/2$ (2), $2R$ и $R/2$ (3) для разных значений α : $a — 0^\circ$; $b — 45^\circ$; $v — 90^\circ$

В табл. 2 приведена разница средних отношений (9) $\bar{K}(\alpha, d_1, d_2) = \frac{1}{k N} \sum_{i=0}^N K(\alpha, V_i, d_1, d_2)$ в исследованном диапазоне V в зависимости от S_{xx} и удаления разрывов от полости в случае $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа.

ТАБЛИЦА 2. Разница средних отношений $\bar{K}$ давлений распространения трещин в разноориентированных скважинах от S_{xx} и удаления разрывов от полости при $E = 100$ ГПа, $S_c = 1$ МПа, $S_{yy} = S_{zz} = 3$ МПа, $V \in 0.1 - 20$ дм³

Условие	Разница между отношениями давлений		
	$\bar{K}(R, R/2) - \bar{K}(2R, R/2)$	$\bar{K}(R, R/2) - \bar{K}(2R, R)$	$\bar{K}(t, 2R, R) - \bar{K}(t, 2R, R/2)$
$S_{xx} = 1.50$ МПа, $\alpha = 0^\circ$	0.0530	0.1539	0.2069
$S_{xx} = 1.50$ МПа, $\alpha = 45^\circ$	0.1416	0.1086	0.2502
$S_{xx} = 1.50$ МПа, $\alpha = 90^\circ$	0.1617	0.0690	0.2286
$S_{xx} = 2.25$ МПа, $\alpha = 0^\circ$	0.1377	0.1473	0.2850
$S_{xx} = 2.25$ МПа, $\alpha = 45^\circ$	0.1950	1.1482	0.3432
$S_{xx} = 2.25$ МПа, $\alpha = 90^\circ$	0.3074	0.1900	0.4985

Из табл. 2 следует, что наиболее информативна разница между отношениями (9) для удалений $R, R/2$ и $2R, R/2$. Выраженный минимум этой разницы наблюдается в скважине, пробуренной вдоль минимального сжатия среды ($\alpha = 0^\circ$). Чем ближе друг к другу значения S_{xx} и S_{yy} , тем меньше влияние угла α вплоть до нулевой разницы отношений (9), когда $S_{xx} = S_{yy}$.

Минимальное напряжение ортогонально оси полости. Определение напряжений. Оценку напряжений будем выполнять по данным гидроразрывов в скважине с $\alpha \approx 0^\circ$. Другие направления не подходят из-за разворота и сближения трещин с полостью на неконтролируемое расстояние. Если значения параметра $\bar{K}(R, R/2) - \bar{K}(2R, R/2)$ в наблюдательных скважинах разной ориентации близки друг другу и разрывы не выходят на поверхность выработки, то $S_{xx} = S_{yy} \leq S_{zz}$ и определение напряжений можно выполнять по той же методике, что и в ранее рассмотренном случае однородного напряженного состояния.

Когда сжатие неоднородно, выражения (5), (6) некорректны и оценка (7) на их основе не работает. Отметим, что в неоднородном поле напряжений траектория трещины при гидроразрыве в скважине, направленной вдоль минимального сжатия, в меньшей степени зависит от локальной

разгрузки в окрестности выработки, чем при $S_{xx} = S_{yy} = S_{zz}$. Трещины в своем развитии быстрее уходят от полости, а их форма ближе к дисковой. В связи с этим подход, предполагающий существенную кривизну разрывов вблизи выработки при гидростатическом напряженном состоянии среды, не применим.

По результатам численных экспериментов разработан следующий алгоритм определения напряжений $S_{\min} = S_{xx}$ и $S_{\max} = S_{yy}$ по трем гидроразрывам в скважине, ориентированной вдоль $S_{\min}$:

$$\tilde{S}_{\min} = \frac{a}{3} \left(\frac{\Delta p_{12}}{C_{12} k_{12}} + \frac{\Delta p_{13}}{C_{13} k_{13}} + \frac{\Delta p_{23}}{C_{23} k_{23}} \right), \quad (10)$$

$$\tilde{S}_{\max} = a \tilde{S}_{\min}, \quad (11)$$

где $a = -\frac{1}{b}M + 2$, коэффициенты k рассчитываются для разных d по (6), в первом приближении $C_{12} = C_{13} = C_{23} = 2$. Для повышения точности оценки можно использовать $C_{12} = \hat{C}_{0.5R/R} \approx 1.91$, $C_{13} = \hat{C}_{0.5R/2R} \approx 1.85$, $C_{23} = \hat{C}_{R/2R} \approx 1.75$.

Значение M получают в результате обработки кривых давления $p(V)$:

$$M = \left(\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_3}{p_1} \right) / \left(\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_3}{p_2} \right). \quad (12)$$

Здесь p_1 , p_2 , p_3 — давления распространения трещин при $d = d_1$, d_2 и d_3 , зависящие от объема закачки рабочей жидкости V , или осредненные по V в диапазоне 0.1 – 20 л. Коэффициент b рассчитывается из решения задачи Кирша для однородного поля напряжений при тех же $d = d_1$, d_2 и d_3 :

$$b = \left(\frac{\sigma_{rr}(d_2)}{\sigma_{rr}(d_1)} - \frac{\sigma_{rr}(d_3)}{\sigma_{rr}(d_1)} \right) / \left(\frac{\sigma_{rr}(d_2)}{\sigma_{rr}(d_1)} - \frac{\sigma_{rr}(d_3)}{\sigma_{rr}(d_2)} \right), \quad (13)$$

$\sigma_{rr}(d)$ — радиальное напряжение.

Поскольку в (13) даны отношения напряжений, то коэффициент b зависит только от расстояний до полости. Для $d = R/2$, R и $2R$ его значение приблизительно равно 1.52. Первый член в выражении для параметра a учитывает влияние неоднородности сжатия среды, второй — обеспечивает совпадение оценки (10) с (5) в случае гидростатического характера напряженного состояния ($a = 1$).

Формула (10) успешно протестирована нами вплоть до отношения $S_{\max} / S_{\min} = 2$. Если больше, то оценить напряжения по предлагаемому алгоритму не удастся из-за неразличимости давления гидроразрыва на удалениях в один и два радиуса.

На рис. 18 приведены примеры оценки максимального и минимального напряжений по формулам (10), (11) от объема закаченной жидкости. Модуль упругости среды $E = 10$ ГПа, $S_{yy} = S_{zz} = 1$ МПа, прочность на одноосное растяжение: для экспериментов на рис. 18а, б равняется 0.1 МПа, на рис. 18в — $S_c = 0.5$ МПа. Видно, что при $S_{xx} > S_c$ оценки минимального и максимального напряжений близки к фактическим значениям (рис. 18а, б). Когда $S_{xx} = S_c$ ошибка оценки значительно больше, как и в ранее рассмотренном случае однородного напряженного состояния среды.

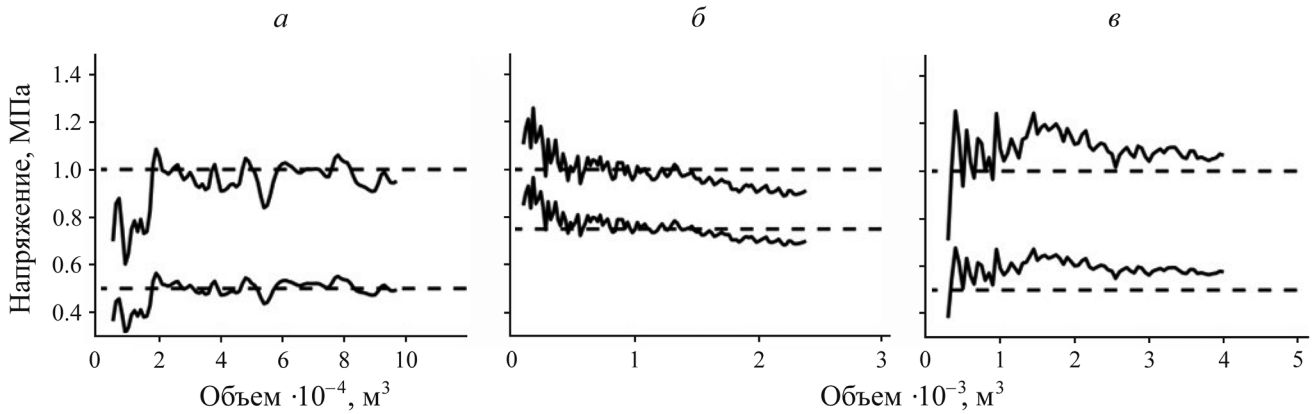


Рис. 18. Оценки максимального и минимального напряжений $\tilde{S}_{\min}(V)$ и $\tilde{S}_{\max}(V)$ при $d_1 = R/2$, $d_2 = R$, $d_3 = 2R$, $C = 2$, $E = 10$ ГПа, $S_{yy} = S_{zz} = 1$ МПа (верхняя штриховая линия) в зависимости от объема трещины, минимального сжатия и прочности среды на растяжение: а — $S_{xx} = 0.5$ МПа (нижняя штриховая линия), $S_c = 0.1$ МПа; б — $S_{xx} = 0.75$ МПа, $S_c = 0.1$ МПа; в — $S_{xx} = 0.5$ МПа, $S_c = 0.5$ МПа

В табл. 3 приведены результаты нескольких численных экспериментов с осреднением оценок по $V \in 0.1 - 20$ л.

ТАБЛИЦА 3. Осредненные оценки минимального и максимального напряжений при $d_1 = R/2$, $d_2 = R$, $d_3 = 2R$, $C = 2$, $E = 10$ ГПа, $V \in [0.1, 20]$ дм³

Напряженное состояние и прочность на растяжение среды	Оценка напряжения, МПа (относительная ошибка %)		Оценка отношения S_{yy}/S_{xx} (истинное значение)
	минимальное	максимальное	
$S_{xx} = 0.5$, $S_y = S_{zz} = 1$, $S_c = 0.1$ МПа	4.93 (1.31)	9.49 (5.06)	1.92 (2.00)
$S_{xx} = 0.5$, $S_{yy} = S_{zz} = 1$, $S_c = 0.5$ МПа	5.94 (18.74)	1.1 (9.79)	1.84 (2.00)
$S_{xx} = 0.5$, $S_{yy} = S_{zz} = 1$, $S_c = 1.0$ МПа	7.3 (45.94)	1.24 (23.60)	1.69 (2.00)
$S_{xx} = 0.5$, $S_{yy} = S_{zz} = 1$, $S_c = 2.0$ МПа	1.02 (104.25)	2.02 (101.94)	1.84 (2.00)
$S_{xx} = 0.75$, $S_{yy} = S_{zz} = 1$, $S_c = 0.1$ МПа	7.41 (1.19)	9.65 (3.49)	1.30 (1.33)
$S_{xx} = 5$, $S_{yy} = S_{zz} = 10$, $S_c = 1.0$ МПа	5.02 (0.40)	9.54 (4.64)	1.90 (2.00)
$S_{xx} = 4.5$, $S_{yy} = S_{zz} = 6$, $S_c = 0.5$ МПа	4.14 (7.93)	5.08 (15.29)	1.23 (1.33)

В верхних трех строках показано, что увеличение прочности породы повышает ошибку оценки максимального и минимального напряжений. Одновременно растет и ошибка определения отношения $S_{\max}/S_{\min} = a$. В следующих строках приведены различные варианты определения напряжений при достаточно малой по сравнению с ними прочностью материала. В этом случае ошибки не превышают 15%. Восстановленные отношения $S_{\max}/S_{\min}$ также близки к истинным значениям.

ВЫВОДЫ

Разработан и численно исследован метод оценки напряженного состояния среды по давлению распространения трещин гидроразрыва вблизи цилиндрической или сферической полостей.

Показана возможность оценки однородного напряженного состояния среды по данным двух разрывов, выполненных на разном расстоянии от горной выработки. Приемлемая точность оценки достигается, когда прочность на растяжение не превышает сжатия среды и меньше ее модуля

упругости в 10^3 раз и более. При использовании инициаторов разрыва, удаленных от полости на расстояния от половины до двух ее радиусов, и при выполнении ограничений по прочности среды ошибка оценки однородного напряжения разработанным методом составляет менее 3.5 %.

Предлагаемый способ применим для оценки неоднородного напряженного состояния в случае, когда минимальное сжатие перпендикулярно оси полости. Установлено, что для определения ориентации напряжений достаточно провести гидроразрывы в трех скважинах, пробуренных в плоскости сечения горной выработки в вертикальном, горизонтальном направлении и под углом 45° , и в каждой из них выполнить по три гидроразрыва на разных удалениях от полости. Превышение прочностью минимального сжатия среды, как в случае однородного напряженного состояния, повышает погрешность метода. В ситуациях, когда минимальное напряжение направлено вдоль или под некоторым углом к оси полости, по наблюдаемым данным можно судить о направлении его действия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зубков А. В., Феклистов Ю. Г., Липин Я. И., Худяков С. В., Криницын Р. В.** Деформационные методы определения напряженного состояния пород на объектах недропользования // Проблемы недропользования. — 2016. — № 4 (11). — С. 41–49.
2. **Сентябов С. В., Карамнов Д. В.** Методы определения первоначальных напряжений массива горных пород натурными измерениями // Проблемы недропользования. — 2023. — № 1 (36). — С. 54–63.
3. **Amadei B. and Stephansson O.** Rock stress and its measurement, Springer Science and Business Media, 2012.
4. **Zheng M., Li S., Xu H., Liang Z., and Lu X.** Investigation of the rock failure effect on overcoring stress relief test in deep hard rock, Bull. Eng. Geol. Env., 2023, Vol. 82, No. 9. — P. 353.
5. **Yuqiao Q., Hua T., and Zhenjun W.** Application of the modified borehole wall stress relief method in deep vertical boreholes, Int. J. Geomechanics, 2024, Vol. 24, No. 8. — 04024151.
6. **Барышников В. Д., Качальский В. Г.** Автоматизированный измерительный комплекс приборов для определения напряжений в массиве горных пород методом параллельных скважин // ФТПРПИ. — 2010. — № 3. — С. 115–119.
7. **Зубков А. В.** Геомеханика и геотехнология. — Екатеринбург: ИГД УрО РАН, 2001.
8. **Ito Takatoshi, Igarashi Akira, Kato Harumi, Ito Hisao, and Sano Osam.** Crucial effect of system compliance on the maximum stress estimation in the hydrofracturing method: Theoretical considerations and field-test verification, Earth, Planets and Space, 2006, Vol. 58, No. 8. — P. 963–971.
9. **Lakirouhani A. and Jolfaei S.** Hydraulic fracturing breakdown pressure and prediction of maximum horizontal in situ stress, Advances Civil Eng., 2023, Vol. 2023, No. 1. — 8180702.
10. **Serdyukov S. V.** Estimation of rock resistance to hydraulic fracturing from data of laboratory investigations, J. Min. Sci., 2000, Vol. 36, No. 3. — P. 209–214.
11. **Lakirouhani A., Detournay E., and Bungler A. P.** A reassessment of in situ stress determination by hydraulic fracturing, Geophys. J. Int., 2016, Vol. 205, No. 3. — P. 1859–1873.
12. **Piao S., Huang S., Wang Q., and Ma B.** Experimental and numerical study of measuring in-situ stress in horizontal borehole by hydraulic fracturing method, Tunnel. Underground Space Technol., 2023, Vol. 141. — 105363.
13. **Li P., Cai M., Miao S., Li Y., Sun L., Wang J., and Gorjian M.** Comparison and evaluation of overcoring and hydraulic fracturing stress measurements, Scientific Reports, 2024, Vol. 14, No. 1. — 8771.

14. **Zoback M. D., Healy J. H., and Roller J. C.** Preliminary stress measurements in central California using the hydraulic fracturing technique, *J. Pure Appl. Geophys.*, 1977, Vol. 115, No. 1/2. — P. 135–152.
15. **Jung H., Sharma M. M., Cramer D. D., Oakes S., and McClure M. W.** Re-examining interpretations of non-ideal behavior during diagnostic fracture injection tests, *J. Petroleum Sci. Eng.*, 2016, Vol. 145. — P. 114–136.
16. **Plahn S. V., Nolte K. G., Thompson L. G., and Miska S.** A quantitative investigation of the fracture pump-in/flowback test, *SPE Production and facilities*, 1997, Vol. 12, No. 1. — P. 20–27.
17. **Raaen A. M., Skomedal E., Kjørholt H., Markestad P., and Økland D.** Stress determination from hydraulic fracturing tests: the system stiffness approach, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2001, Vol. 38, No. 4. — P. 529–541.
18. **Ortiz M. and Pandolfi A.** Finite deformation irreversible cohesive elements for three dimensional crack propagation analysis, *Int. J. Numerical Methods Eng.*, 1999, Vol. 44, No. 9. — P. 1267–1282.
19. **Belytschko T., Chen H., Xu J., and Zi G.** Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment, *Int. J. Numerical Methods in Eng.*, 2003, Vol. 58, No. 12. — P. 1873–1905.
20. **Сердюков С. В., Азаров А. В., Рыбалкин Л. А., Патутин А. В.** О форме трещин гидроразрыва породного массива в окрестности цилиндрической полости // *ФТПРПИ*. — 2021. — № 6. — С. 72–84.
21. **Haimson B. C.** Determination of in-situ stress around underground excavations by means of hydraulic fracturing (final technical report, APRA, Contract No. H0220080), U.S. Bureau of Mines, 1974.
22. **Парис П., Си Дж.** Анализ напряженного состояния около трещины // *Прикладные вопросы вязкости разрушения*. — М.: Мир, 1968. — С. 64–142.
23. **Sneddon I. N. and Lowengrub M.** Crack problems in the classical theory of elasticity, John Wiley & Sons, 1969.
24. **Ефимов В. П.** Метод определения прочности на растяжение и трещиностойкости горных пород по результатам испытаний кернов с осевым отверстием // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук*. — 2019. — Т. 6. — № 2. — С. 90–96.
25. **Ильницкая Е. И., Квашнина О. И., Левушкин Л. Н. и др.** Справочник (кадастр) физических свойств горных пород. — М.: Недра, 1975. — 279 с.
26. **Азаров А. В., Сердюков С. В.** Моделирование гидроразрыва вблизи выработки круглого сечения в условиях трехосного сжатия // *ФТПРПИ*. — 2023. — № 5. — С. 55–69.

Поступила в редакцию 03/XII 2024

После доработки 20/I 2025

Принята к публикации 23/I 2025