

УДК 621.396

СТАТИСТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

П. М. Юхно, С. М. Огреб, М. В. Тишанинов

*Государственный научно-исследовательский испытательный институт
проблем технической защиты информации
Федеральной службы по техническому и экспортному контролю России,
394030, г. Воронеж, ул. Студенческая, 36
E-mail: jukhnopr@mail.ru*

С использованием логарифма отношения функционалов правдоподобия решена задача статистического синтеза алгоритма обнаружения пространственных объектов аппаратурой, реализующей гиперспектральный режим наблюдения. Получены характеристики обнаружения объектов с полностью известными параметрами, а также с неизвестной амплитудой.

Ключевые слова: статистический синтез, гиперспектральный обнаружитель, пространственный объект, отношение правдоподобия, вероятность обнаружения.

Введение и постановка задачи. К числу наиболее значительных достижений науки и техники последнего времени в области дистанционного зондирования наземных объектов относится создание гиперспектральных приборов, обеспечивающих формирование изображений объектов интереса в десятках и сотнях узких спектральных каналов. Гиперспектральный режим используется для детального исследования различных природных и антропогенных образований, для контроля окружающей среды, в военной области. Вопросам обработки гиперспектральных данных посвящено значительное число работ, в частности [1]. Однако практически все рассматриваемые в литературе алгоритмы обнаружения объектов по гиперспектральным данным базируются на эвристических предположениях. Вместе с тем вполне очевидно, что статистический синтез гиперспектрального обнаружителя позволяет обеспечить оценку его потенциальных возможностей, выполнить сравнительный анализ эффективности эвристических алгоритмов обнаружения по отношению к синтезированному оптимальному, задать направление дальнейшего поиска эффективных эвристик в случаях, когда строгое решение задачи статистического синтеза обнаружителя получить либо реализовать не удаётся. Решению задачи статистического синтеза обнаружителя пространственных объектов, использующего аппаратуру с гиперспектральным режимом наблюдения, и посвящена данная работа.

Пусть $s(\mathbf{x}, \mathbf{a}) = s(x_1, x_2, x_3, \mathbf{a})$ — известное с точностью до вектора неизвестных параметров \mathbf{a} пространственно-спектральное описание визируемой сцены при наличии подлежащего обнаружению объекта; $f(\mathbf{x})$ — такое же описание при отсутствии объекта и в присутствии только фона в области обзора. Здесь x_1, x_2 (т. е. первые две компоненты вектора \mathbf{x}) описывают пространственные координаты, заданные в области T ; x_3 — спектральная координата, определённая в области E . Тогда $M = T \times E$ — область нахождения сигнала гиперспектрального обнаружителя (так называемый гиперкуб). Выражение для сигнала $u(\mathbf{x})$, формируемого гиперспектральной аппаратурой в присутствии и в отсутствие обнаруживаемого объекта и при наличии шумов наблюдения $n(\mathbf{x})$, записывается как

$$u(\mathbf{x}) = \begin{cases} s(\mathbf{x}, \mathbf{a}) + n(\mathbf{x}) & \text{для гипотезы } H_1 \text{ (объект есть)}, \\ f(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}) & \text{для гипотезы } H_0 \text{ (объекта нет)}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $n(\mathbf{x})$ — гауссовский однородный шум наблюдения. В гиперспектральной аппаратуре в качестве чувствительных элементов обычно используются матричные фотоприёмные устройства. Как показано в [2], шумовые компоненты с выхода различных элементарных приёмников такой матрицы могут быть как коррелированными, так и некоррелированными. Поэтому в общем случае будем полагать, что шум наблюдения имеет корреляционную функцию $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, где \mathbf{y} — вектор той же размерности, что и \mathbf{x} . Требуется синтезировать решающее правило обнаружения объекта по гиперспектральным данным, т. е. решить задачу различения двух гипотез, определяемых выражением (1).

Функционал правдоподобия. Как известно, формальный синтез оптимальных обнаружителей в статистической радиотехнике и смежных дисциплинах обычно базируется на использовании функционала правдоподобия (ФП) гауссовских случайных процессов или полей, являющихся функцией одной переменной — времени [3] или двух пространственных переменных [4]. Анализ процессов обнаружения объектов в гиперспектральном режиме приводит к необходимости учитывать в выражении для ФП помимо двух пространственных также третью независимую переменную — спектральную. А возможные изменения гиперспектральных данных во времени могут потребовать учёта четвёртой независимой переменной — времени. В общем случае может представлять интерес получение выражения ФП для случайного гауссовского поля произвольной размерности. При этом будем следовать использованной в [3] процедуре вывода ФП для случайных гауссовских процессов, распространив её на случайные гауссовские поля.

В соответствии с [5, 6] существует полная ортонормальная последовательность функций $\Phi_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, \infty$, удовлетворяющих следующим интегральным уравнениям:

$$\lambda_i \Phi_i(\mathbf{x}) = \int_M R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Phi_i(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad i = 1, \dots, \infty. \quad (2)$$

Вследствие положительной определённости и нормируемости корреляционной функции $R(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ все собственные значения λ_i интегрального уравнения (2) являются действительными положительными величинами. Теперь любое квадратично интегрируемое в области M поле $p(\mathbf{x})$ может быть представлено в виде сходящегося в среднем ряда

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} p_i \Phi_i(\mathbf{x}), \quad p_i = \int_M p(\mathbf{x}) \Phi_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (3)$$

При разложении в такой ряд случайного гауссовского поля $n(\mathbf{x})$ получим

$$n(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} n_i \Phi_i(\mathbf{x}), \quad n_i = \int_M n(\mathbf{x}) \Phi_i(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (4)$$

Причём все коэффициенты n_i будут взаимно некоррелированными случайными величинами, распределёнными по гауссовскому закону и имеющими нулевое математическое ожидание и дисперсию, равную соответствующему собственному значению λ_i [6]. Разложим первое равенство из (1), т. е. выражение $u(\mathbf{x}) = s(\mathbf{x}, \mathbf{a}) + n(\mathbf{x})$, в ряд по ортонормальным собственным функциям интегрального уравнения (2) и ограничимся первыми C членами такого разложения:

$$\sum_{i=1}^C (u_i(\mathbf{a}) - s_i(\mathbf{a})) \Phi_i(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^C n_i \Phi_i(\mathbf{x}). \quad (5)$$

Поскольку для любого значения вектора \mathbf{a} разность коэффициентов $(u_i(\mathbf{a}) - s_i(\mathbf{a}))$ имеет такой же дифференциальный закон распределения, как n_i , то условный закон распределения $f^C(\dots)$ первых C коэффициентов $u_i(\mathbf{a})$ запишется следующим образом:

$$f^C(\bar{u}_i(\mathbf{a}) | \bar{s}_i(\mathbf{a})) = \prod_{i=1}^C \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_i}} \exp\left(-\frac{(u_i(\mathbf{a}) - s_i(\mathbf{a}))^2}{2\lambda_i}\right). \quad (6)$$

В выражении (6) черта над символами обозначает вектор соответствующих величин, верхний индекс C — символ ограниченного размера соответствующей выборки. Если использовать дискретное представление для вектора \mathbf{a} с шагом $\Delta\mathbf{a}$, то вероятность того, что в некоторой j -й наблюдаемой реализации вектор параметров примет значение \mathbf{a}_j , будет равна $w(\mathbf{a}_j)\Delta\mathbf{a}$, $j = 1, \dots, J$, где $w(\mathbf{a})$ — априорное распределение значений вектора \mathbf{a} . Тогда из (6) следует C -е приближение к ФП наблюдаемого поля $u(\mathbf{x})$:

$$F^C(u(\mathbf{x})) = K \sum_{j=1}^J w(\mathbf{a}_j)\Delta\mathbf{a} \prod_{i=1}^C \exp\left(-\frac{(u_i(\mathbf{a}_j) - s_i(\mathbf{a}_j))^2}{2\lambda_i}\right), \quad K = \left((2\pi)^C \prod_{i=1}^C \lambda_i\right)^{-1/2}. \quad (7)$$

Подставив в (7) вместо u_i, s_i их выражения, вытекающие из (3), получим

$$\begin{aligned} F^C(u(\mathbf{x})) &= \sum_{j=1}^J w(\mathbf{a}_j)\Delta\mathbf{a} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^C \left(\int_M (u(\mathbf{x}) - s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_j))\Phi_i(\mathbf{x})d\mathbf{x}\right)^2 / \lambda_i\right) = \\ &= \sum_{j=1}^J w(\mathbf{a}_j)\Delta\mathbf{a} \exp\left(-\frac{1}{2} \int_M (u(\mathbf{x}) - s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_j))(u(\mathbf{y}) - s(\mathbf{y}, \mathbf{a}_j)) \sum_{i=1}^C \frac{\Phi_i(\mathbf{x})\Phi_i(\mathbf{y})}{\lambda_i} d\mathbf{x}d\mathbf{y}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

В (8) опущен коэффициент K , как не оказывающий влияния на результаты решения традиционных задач оценки параметров или проверки статистических гипотез в рамках теории статистических решений [3]. Окончательное выражение для ФП может быть получено из (8) при $C \rightarrow \infty$, $\Delta\mathbf{a} \rightarrow 0$:

$$F(u(\mathbf{x})) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2} \int_M (u(\mathbf{x}) - s(\mathbf{x}, \mathbf{a}))R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})(u(\mathbf{y}) - s(\mathbf{y}, \mathbf{a}))d\mathbf{x}d\mathbf{y}\right)w(\mathbf{a})d\mathbf{a}. \quad (9)$$

При выводе (9) учитывалось, что

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(\Phi_i(\mathbf{x})\Phi_i(\mathbf{y}))}{\lambda_i} = R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}). \quad (10)$$

В справедливости выражения (10) можно убедиться подстановкой $R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ и $R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i\Phi_i(\mathbf{x})\Phi_i(\mathbf{y})$ [5] в интегральное уравнение $\int_M R(\mathbf{x}, \mathbf{y})R^{-1}(\mathbf{y}, \mathbf{z})d\mathbf{y} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{z})$, определяющее обратную корреляционную функцию. Представление $R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ в виде (10) удовлетворяет этому уравнению, что доказывает его справедливость. Если от реализации \mathbf{k}

реализации наблюдений вектор параметров \mathbf{a} не изменяется и принимает некоторое известное или априори неизвестное значение \mathbf{a}_0 , то в (9) следует положить $w(\mathbf{a}) = \delta(\mathbf{a} - \mathbf{a}_0)$, и тогда

$$F(u(\mathbf{x})) = \exp \left(-\frac{1}{2} \int_M (u(\mathbf{x}) - s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_0)) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (u(\mathbf{y}) - s(\mathbf{y}, \mathbf{a}_0)) d\mathbf{x}d\mathbf{y} \right). \quad (11)$$

Кроме того, если шум наблюдений белый со спектральной плотностью N , то ФП (11) преобразуется к простому виду:

$$F(u(\mathbf{x})) = \exp \left(-\frac{1}{2N} \int_M (u(\mathbf{x}) - s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_0))^2 d\mathbf{x} \right). \quad (12)$$

При обнаружении объектов используется логарифм отношения функционалов правдоподобия (ЛОФП) рассматриваемых гипотез, который в этом случае запишется как

$$\Lambda(u(\mathbf{x})) = \int_M \left(u(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (s(\mathbf{y}, \mathbf{a}_0) - f(\mathbf{y})) - \frac{1}{2} (s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_0) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) s(\mathbf{y}, \mathbf{a}_0) - f(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f(\mathbf{y})) \right) d\mathbf{x}d\mathbf{y}. \quad (13)$$

Для белого шума

$$\Lambda(u(\mathbf{x})) = \frac{1}{N} \int_M \left[u(\mathbf{x}) (s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_0) - f(\mathbf{x})) - \frac{1}{2} (s^2(\mathbf{x}, \mathbf{a}_0) - f^2(\mathbf{x})) \right] d\mathbf{x}. \quad (14)$$

Рассмотрим аппликативную смесь сигналов объекта $c(\mathbf{x}) = c(x_1, x_2, x_3, \mathbf{a}_0)$ и фона $f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, x_3)$, когда объект затеняет расположенный под ним участок фона. Обозначим символом L ($L \subset T$) область пространственных переменных (x_1, x_2) , ограниченную периметром объекта, а символом G — прямое произведение $L \times E$. Введём индикаторную функцию $1_s(x_1, x_2)$, принимающую значение 1 всюду, где $(x_1, x_2) \in L$, и 0 во всех других точках области M . Это позволяет представить сигнал $s(\mathbf{x}, \mathbf{a}_0) = s(x_1, x_2, x_3, \mathbf{a}_0)$ в виде

$$s(x_1, x_2, x_3, \mathbf{a}_0) = 1_s(x_1, x_2) c(x_1, x_2, x_3, \mathbf{a}_0) + (1 - 1_s(x_1, x_2)) f(x_1, x_2, x_3). \quad (15)$$

После подстановки (15) в (13), (14) нетрудно убедиться в том, что ЛОФП сохраняет прежний вид за исключением замены области интегрирования M областью G . При этом естественно $s(\mathbf{x})$ может быть заменена сигналом $c(\mathbf{x})$.

Обнаружение объекта с известными параметрами. В случае обнаружения объекта с известными параметрами вектор \mathbf{a}_0 в формальной записи ЛОФП (14) можно опустить. Из (13) следуют решающие правила обнаружения по критериям максимального правдоподобия и Неймана — Пирсона соответственно:

$$\Lambda_1 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{1}{2} \int_G (c(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) c(\mathbf{y}) - f(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f(\mathbf{y})) d\mathbf{x}d\mathbf{y}, \quad \Lambda_1 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta, \quad (16)$$

где $\Lambda_1 = \int_G u(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (c(\mathbf{y}) - f(\mathbf{y})) d\mathbf{x}d\mathbf{y}$.

В случае критерия Неймана — Пирсона порог η выбирается исходя из допустимого значения вероятности ложной тревоги. Для определения вероятности правильного обнаружения p_r и вероятности ложной тревоги p_f вычислим математические ожидания ($\langle \Lambda_{11} \rangle, \langle \Lambda_{10} \rangle$) и дисперсии ($\sigma_{11}^2, \sigma_{10}^2$) величины Λ_1 для каждой из рассматриваемых гипотез H_1, H_0 :

$$\begin{aligned} \langle \Lambda_{11} \rangle &= \int_G c(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})(c(\mathbf{y}) - f(\mathbf{y})) d\mathbf{x} d\mathbf{y}; \\ \langle \Lambda_{10} \rangle &= \int_G f(\mathbf{x}) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})(c(\mathbf{y}) - f(\mathbf{y})) d\mathbf{x} d\mathbf{y}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\sigma_{11}^2 = \langle \Lambda_{11}^2 \rangle - \langle \Lambda_{11} \rangle^2 = \sigma_{10}^2 = \sigma^2 = \int_G (c(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})(c(\mathbf{y}) - f(\mathbf{y})) d\mathbf{x} d\mathbf{y}.$$

После введения новых обозначений в соответствии с выражениями $\Lambda_2 = (\Lambda_1 - \langle \Lambda_{10} \rangle)/\sigma$, $\eta_2 = (\eta - \langle \Lambda_{10} \rangle)/\sigma$ решающие правила (16) преобразуются к эквивалентному виду:

$$\Lambda_2 \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta_2. \quad (18)$$

Тогда, как нетрудно убедиться, математическое ожидание Λ_2 при гипотезе H_0 и среднеквадратические отклонения Λ_2 при гипотезах H_0, H_1 (т. е. σ_{20}, σ_{21}) будут иметь вид

$$\langle \Lambda_{20} \rangle = (\langle \Lambda_{10} \rangle - \langle \Lambda_{10} \rangle)/\sigma = 0; \quad \sigma_{20} = \sigma_{21} = 1. \quad (19)$$

Математическое ожидание Λ_2 при гипотезе H_1 вычисляется из выражения

$$\langle \Lambda_{21} \rangle = q = \left(\int_G (c(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) R^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y})(c(\mathbf{y}) - f(\mathbf{y})) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

В случае наблюдений в присутствии белого шума

$$\langle \Lambda_{21} \rangle = q = \left(\frac{1}{N} \int_G (c(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2 d\mathbf{x} \right)^{1/2}. \quad (21)$$

В выражениях (20), (21) для $\langle \Lambda_{21} \rangle$ введено обозначение q , определяемое как параметр обнаружения (аналог отношения сигнал/помеха). Таким образом, вследствие линейной зависимости от $u(\mathbf{x})$ левая часть решающего правила (18) распределена по нормальному закону с параметрами $\text{Norm}(0, 1)$ при справедливости гипотезы H_0 и с параметрами $\text{Norm}(q, 1)$ при справедливости гипотезы H_1 . Тогда вероятности правильного обнаружения p_r и ложной тревоги p_f , соответствующие порогу η_2 , будут иметь вид

$$\begin{aligned} p_f &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta_2}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \frac{1 - \Phi(\eta_2)}{2}; \\ p_r &= \frac{1 - \Phi(\eta_2 - q)}{2}, \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \end{aligned} \quad (22)$$

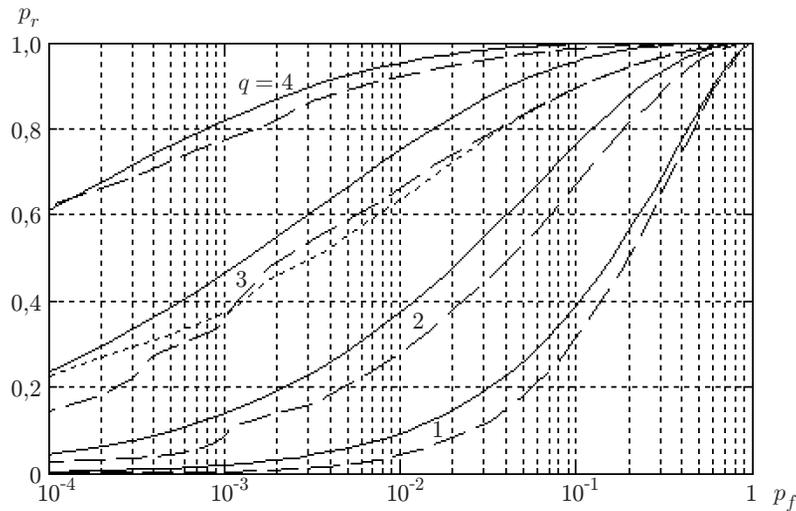


Рис. 1

На рис. 1 сплошными кривыми показаны рассчитанные по (22) рабочие характеристики обнаружителя в виде зависимости p_r от p_f для различных значений параметра обнаружения q .

В частном случае обнаружения неподвижных (стационарных) объектов, наблюдаемых в аппликативной смеси с фоном, пространственно-спектральное описание участка фона $f(\mathbf{x})$, на котором расположен объект ($\mathbf{x} \in G$), наблюдателю в принципе неизвестно. Как отмечено в [7], существующие подходы к определению вероятности обнаружения таких объектов позволяют получать только оценки сверху или снизу этой вероятности. Исключением является лишь случай наблюдения объекта на равномерном окрашенном фоне, когда в качестве пространственно-спектрального описания участка фона $f(\mathbf{x})$, на котором расположен объект, можно использовать пространственно-спектральное описание доступных наблюдению участков фона. Рассмотрим несколько подробнее пример, относящийся именно к этому случаю. Конкретизируем модели сигналов, фигурирующих в (20), (21) так, чтобы в них более или менее автономно были представлены пространственная и спектральная составляющие. В качестве такой модели сигнала $c(x_1, x_2, x_3)$ можно использовать следующее представление:

$$c(x_1, x_2, x_3) = c_1(x_1, x_2)c_2(x_1, x_2, x_3). \quad (23)$$

Здесь $c_1(x_1, x_2)$ — поле яркости (панхроматическое изображение) объекта, определяемое его освещённостью (светимостью). Функция $c_2(x_1, x_2, x_3)$ ставит в соответствие каждому пространственному пикселу объекта (x_1, x_2) спектральную характеристику этого пиксела как функцию переменной x_3 . Причём спектральная характеристика при таком представлении будет удовлетворять условиям нормировки, в соответствии с которыми для любых координат x_1, x_2 интеграл $\int_E c_2(x_1, x_2, x_3) dx_3 = 1$. В случае обнаружения на равномерном окрашенном фоне равномерного равномерно окрашенного объекта имеют место равенства $c_1(x_1, x_2) = c_1 = \text{const}$, $f_1(x_1, x_2) = f_1 = \text{const}$ и (21) принимает вид

$$q = \left(\frac{S_L}{N} \int_E (c_1 c_2(x_3) - f_1 f_2(x_3))^2 dx_3 \right)^{1/2}. \quad (24)$$

Здесь S_L — площадь, занимаемая обнаруживаемым объектом (площадь области L). При этом характеристики обнаружения также описываются сплошными кривыми на рис. 1.

Обнаружение объекта с неизвестной амплитудой. В [8] предложены методы решения задач обнаружения сигналов с неизвестными параметрами в рамках адаптивного подхода. В соответствии с таким подходом определим по совокупности имеющихся данных оценку неизвестного параметра, после чего, приняв эту оценку в качестве значения неизвестного параметра в решающем правиле обнаружения, сформируем решение об обнаружении или необнаружении объекта. В случае обнаружения объекта с неизвестной амплитудой a ЛОФП (14) принимает вид

$$\Lambda = \frac{1}{N} \int_G \left[u(\mathbf{x})(ac(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) - \frac{1}{2}(a^2c^2(\mathbf{x}) - f^2(\mathbf{x})) \right] d\mathbf{x}. \quad (25)$$

Оптимальная оценка амплитуды \hat{a} по критерию максимума функционала правдоподобия находится из решения уравнения $d\Lambda/da = 0$:

$$\hat{a} = \left(\int_G u(\mathbf{x})c(\mathbf{x})d\mathbf{x} \right) / \left(\int_G c^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} \right). \quad (26)$$

Подставив (26) в (25), получим выражение для ЛОФП применительно к случаю обнаружения объекта с неизвестной, но постоянной на выборке наблюдений амплитудой:

$$\begin{aligned} \Lambda_3 &= \frac{1}{N} \int_G \left(u(\mathbf{x})(\hat{a}c(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) - \frac{1}{2}(\hat{a}^2c^2(\mathbf{x}) - f^2(\mathbf{x})) \right) d\mathbf{x} = \\ &= \frac{1}{N} \left[\left(\int_G u(\mathbf{x})c(\mathbf{x})d\mathbf{x} \right)^2 / \left(2 \int_G c^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} \right) - \int_G u(\mathbf{x})f(\mathbf{x})d\mathbf{x} + \frac{1}{2} \int_G f^2(\mathbf{x})d\mathbf{x} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Как и раньше, в случае обнаружения равномерного равномерно окрашенного объекта на равномерном равномерно окрашенном фоне в (25) $c(\mathbf{x}) = c_1c_2(x_3)$, $f(\mathbf{x}) = f_1f_2(x_3)$. В (27) отсутствует линейная зависимость Λ_3 от наблюдения $u(\mathbf{x})$, из чего следует, что значения Λ_3 распределены не по нормальному закону. Это затрудняет и чаще всего делает невозможным получение конечных выражений для характеристик обнаружения без использования зачастую достаточно грубых допущений и приближений. Вместе с тем методы имитационного моделирования позволяют довольно просто получать такие характеристики с любой необходимой для приложений точностью.

Оставаясь в рамках такого прагматичного подхода, оценим характеристики обнаружения объекта с неизвестной амплитудой методом имитационного моделирования. Моделирование выполнялось при следующих исходных данных. Рассматривался случай обнаружения равномерного равномерно окрашенного объекта в виде квадрата со стороной 3,2 м, наблюдаемого на равномерном равномерно окрашенном фоне в спектральном диапазоне шириной 256 нм. Подлежащее обработке изображение формировалось в виде гиперкуба, содержащего $32 \times 32 \times 128$ элементов разрешения. Таким образом, величина элементов разрешения по каждой из пространственных координат составляла $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,1$ м, по спектральной координате $\Delta x_3 = 2$ нм. Дисперсия отсчётов белого шума σ_n^2 в каждом элементе разрешения при спектральной плотности шумов наблюдения N определялась выражением $\sigma_n^2 = N/\Delta x_1\Delta x_2\Delta x_3$. Все яркостные величины так же, как и СКО шума σ_n , были пронормированы по величине яркости фона.

На рис. 1 штриховыми кривыми показаны построенные по результатам моделирования характеристики обнаружения объекта с неизвестной амплитудой, соответствующие

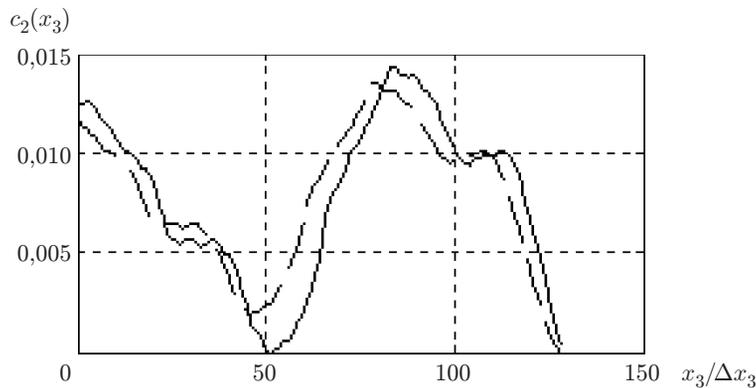


Рис. 2

ЛОФП (27). Штриховые кривые, как и сплошные, рассчитаны при параметре обнаружения $q = 1, 2, 3, 4$. При этом нормированная к яркости фона яркость объекта принимала значения 1; 1,45; 1,8; 2,12, а отнесённые к яркости фона СКО шумов наблюдения оставались равными 1. Для построения каждой кривой использовалось 10000 реализаций модельных актов обнаружения. Моделирование также показало, что при обнаружении объекта с априори неизвестной амплитудой для любых законов изменения яркости объекта и фона, равно как и для любого поведения нормированных спектральных характеристик излучений объекта и фона, при равенстве значений параметра обнаружения q соответствующие характеристики обнаружения локализуются в непосредственной близости штриховых кривых на рис. 1. В качестве примера одна из таких кривых для $q = 3$ показана пунктиром. (Отметим, что специфические особенности поведения обсуждаемых кривых в области малых значений p_f , в частности их ломаный характер, определяются недостаточным объёмом статистики для получения более надёжной оценки хода этих кривых в области малых значений вероятности ложной тревоги.)

Использованные при моделировании нормированные спектральные характеристики излучений объекта (сплошная кривая) и фона (штриховая кривая) приведены на рис. 2. Коэффициент взаимной корреляции этих характеристик равен 0,9.

Заключение. Таким образом, полученное в данной работе общее выражение для функционала правдоподобия случайного гауссовского поля произвольной размерности и с априори неизвестными параметрами обеспечило синтез методами теории статистических решений оптимального алгоритма обнаружения объектов аппаратурой, использующей гиперспектральный режим наблюдения. На этой основе для общего случая обнаружения объекта с произвольной, но априори известной пространственно-спектральной структурой, наблюдаемого в аппликативной смеси с фоном, также имеющим произвольную, но априори известную пространственно-спектральную структуру, получено выражение для параметра обнаружения, связывающее амплитудные и спектральные различия объекта и фона с уровнем шумов наблюдения и однозначно определяющее характеристики обнаружения. Методами имитационного моделирования показано, что этот же параметр с высокой надёжностью определяет характеристики обнаружения также в случае объекта с априори неизвестной амплитудой сигнала. Причём различие вероятностей обнаружения равноярких равномерно окрашенных объектов с известной и неизвестной амплитудами сигналов, наблюдаемых на равномерно окрашенном фоне, как правило, не превышает 0,1. Полученные выражения позволяют оценивать потенциальные возможности гиперспектральных режимов обнаружения пространственных объектов и могут быть полезны при разработке алгоритмов как обнаружения, так и различения пространственных образований аппаратурой, использующей гиперспектральный режим наблюдения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шовенгердт Р. А.** Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений. М.: Техносфера, 2010. 560 с.
2. **Веселов Ю. Г., Карпиков И. В.** К вопросу оценки корреляционных характеристик шума цифровых оптико-электронных систем видимого диапазона // Техническое зрение в системах управления мобильными объектами-2010: Тр. науч.-техн. конф.-семинара /Под ред. Р. Р. Назирова. М.: КДУ, 2011. Вып. 4. С. 179–188.
3. **Ван Трис Г.** Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов. радио, 1972. Т. 1. 744 с.
4. **Трифонов А. П., Прибытков Ю. П.** Обнаружение случайных изображений пространственно протяженных объектов, затеняющих фон // Автометрия. 2000. № 4. С. 14–22.
5. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.
6. **Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. С.** Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.
7. **Юхно П. М.** Обнаружение пространственных объектов, затеняющих фон // Автометрия. 2012. 48, № 4. С. 104–111.
8. **Репин В. Г., Тартаковский Г. П.** Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977. 432 с.

Поступила в редакцию 28 января 2014 г.
