

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАЖИГАНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУЕЙ

В. М. Ушаков, А. В. Старченко*, О. В. Матвиенко**

Томский государственный педагогический университет, 634041 Томск, ush@tspu.edu.ru

*Томский государственный университет, 634050 Томск

**Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003 Томск

Построена приближенная математическая модель и проведены расчеты характеристик зажигания реакционноспособной плоской бесконечной преграды высокотемпературной нестационарной осесимметричной сверхзвуковой струей продуктов горения, истекающих из воспламенительного устройства. Выполнено сравнение приближенной модели с результатами численных исследований, проведенных с использованием системы уравнений движения идеального газа, нестационарных уравнений теплопроводности и химической кинетики и условий сопряженного теплообмена на границе «газ — конденсированная среда». Показано, что предложенная приближенная модель позволяет адекватно описывать процесс зажигания и может использоваться для проведения экспресс-оценки времени и температуры зажигания.

Ключевые слова: зажигание, струя, газовая динамика, сверхзвуковой поток, математическое моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Воспламенение заряда твердотопливного ракетного двигателя осуществляется, как правило, с помощью воспламенительного устройства, содержащего небольшой заряд топлива. В результате работы воспламенительного устройства образуются высокотемпературные продукты сгорания, которые подаются в топливную камеру через сопловое отверстие, расположенное в передней или задней части двигателя. Сформировавшаяся в воспламенительном устройстве высокотемпературная струя продуктов сгорания воспламенительного заряда взаимодействует с основным топливным зарядом, в результате чего основному топливному заряду передается энергия, необходимая для его воспламенения.

Таким образом, при создании и отработке твердотопливных ракетных двигателей одним из важнейших этапов является исследование процесса зажигания топливного заряда. Теоретическому и экспериментальному исследованию процесса зажигания посвящен целый ряд работ [1–5]. В них рассмотрены различные теории зажигания твердого топлива, а также результаты экспериментов.

Аналогичные проблемы возникают и в задаче воспламенения состоящего из зерновых порохов метательного заряда ствольных сис-

тем с перфорированным стержневым воспламенительным устройством.

Целью данного исследования является разработка достаточно простой, не требующей значительных вычислительных ресурсов приближенной модели для проведения экспресс-оценки основных параметров зажигания, которая позволяла бы адекватно определить время и температуру зажигания.

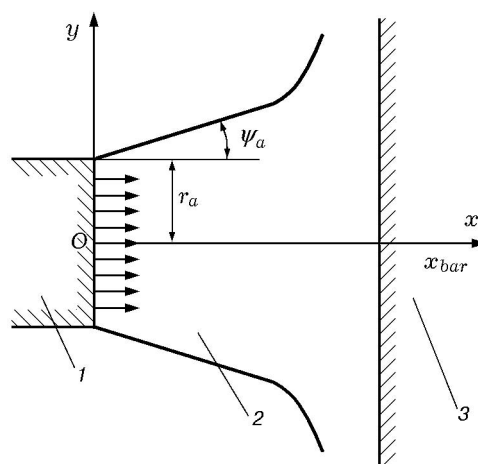


Рис. 1. Схема течения:

1 — сопло вычислительного устройства, r_a — его радиус, ψ_a — полуугол раствора сопла; 2 — поток «горячих» газов, 3 — преграда

ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА

Ниже рассматривается нестационарное истечение осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи горячих газов из сопла воспламенительного устройства. Обтекаемая бесконечная преграда, представляющая собой конденсированную среду, располагается ортогонально направлению движения основного потока в пределах первой «бочки» начального газодинамического участка (рис. 1). Пусть в начальный момент времени газ в расчетной области покоится; давление, плотность и температура преграды постоянны. Нестационарное истечение вызвано перепадом давления, возникающим в момент времени $t = 0$, вследствие удаления мембраны, отделяющей газ под высоким давлением.

Моделирование процесса зажигания выполняется с учетом следующих предположений.

- При $t > 0$ на срезе сопла поддерживаются постоянные значения скорости, давления и плотности газа, что справедливо в случае, когда время зажигания конденсированной среды (преграды) значительно меньше времени действия воспламенительного устройства.

- Поджигающий газ не реагирующий, поток газа осесимметричный.

- Используется твердофазная модель, в рамках которой предполагается, что ответственными за зажигание процессами являются суммарно-экзотермические процессы, протекающие в конденсированной фазе процесса зажигания [1]. Возможные фазовые переходы (испарение, плавление, абляция) не учитываются. Также не учитываются процессы химического реагирования в газовой фазе.

ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ

В данной работе приведена и апробирована методика расчета основных характеристик зажигания конденсированного вещества сверхзвуковой высокотемпературной газовой струей в приближенной (квазистационарной) постановке. При этом предполагается, что преграда не нарушает осевой симметрии течения.

Для определения времени и температуры зажигания конденсированного вещества необходима информация об изменении коэффициента теплоотдачи (α) и температуры газового потока у поверхности преграды (T_w). Однако в

настоящее время для широкого диапазона изменения основных параметров истечения такие экспериментальные данные отсутствуют, поэтому в данной работе вместо нестационарных величин $\alpha(t)$ и $T_w(t)$ воспользуемся их средними значениями, которые будем определять из соотношений типа

$$\bar{\alpha} = c_\alpha \alpha_{st}, \quad \bar{T}_w = c_T T_{w,st}, \quad (1)$$

где α_{st} и $T_{w,st}$ — коэффициент теплоотдачи и температура газового потока при стационарном обтекании преграды, c_α , c_T — эмпирические константы. С учетом принятых допущений при вычислении основных характеристик зажигания конденсированного вещества можно применить результаты работы [1], в которой приведены аппроксимационные зависимости для вычисления безразмерного времени зажигания τ_* при постоянных значениях $\bar{\alpha}$ и \bar{T}_w :

$$\tau_* = \begin{cases} \frac{1 + 2|\theta_{in}| + 0,163\theta_{in}^2}{(1 - 1,44Ar)(1 + 0,75/Nu|\theta_{in}|)^{0,5}}, & Nu \gg 1, \\ \frac{1 - 0,2|\theta_{in}| + 0,36\theta_{in}^2}{(1 - 0,8Ar)(1 + 0,68Nu|\theta_{in}|)^{0,5}}, & Nu \ll 1, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\theta_{in} = \frac{E(T_{in} - T_*)}{RT_*^2}, \quad Ar = \frac{RT_*}{E}, \quad Nu = \frac{\bar{\alpha} x_k}{\lambda_c},$$

$$x_h = \sqrt{ac t_h}, \quad t_h = \frac{c_c RT_*^2}{QzE} \exp\left(\frac{E}{RT_*}\right), \quad \tau_* = \frac{t_*}{t_h}.$$

Квазистационарная температура зажигания T_* вычисляется по формуле

$$T_* = \frac{E_A \bar{T}_w}{2Ru_0 \bar{T}_w + E}. \quad (3)$$

Величина u_0 определяется так:

$$u_0 = \begin{cases} m - \ln m + \frac{\ln m}{m} + \frac{1}{2} \left(\frac{\ln m}{m}\right)^2, & e^m \gg 1, \\ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} k^{k-1}}{k!} \exp(km), & e^m \ll 1, \end{cases} \quad (4)$$

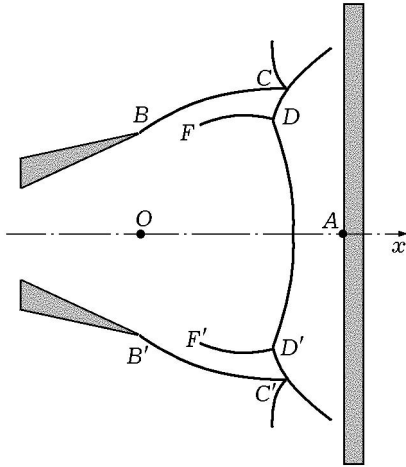


Рис. 2. Схема стационарного взаимодействия недорасширенной сверхзвуковой струи с преградой:

BC — граница струи, CD — отраженный скачок, DD' — отошедший скачок уплотнения, OA — расстояние от среза сопла до преграды

где

$$m = \ln \left[\sqrt{\frac{\lambda_c Q z E \rho_c \exp(-E/R\bar{T}_w)}{2R}} \frac{1}{\bar{\alpha} \bar{T}_w} \right].$$

В (1)–(4) T_{in} — начальная температура; E — энергия активации; R — газовая постоянная; $\lambda_c, a_c, \rho_c, c_c$ — коэффициенты теплопроводности, температуропроводности, плотности, теплоемкость конденсированного вещества; Q — тепловой эффект реакции конденсированной фазы; z — предэкспонент, отнесенный к единице массы.

Поскольку наибольшая интенсивность теплового влияния высокотемпературной газовой струи на преграду наблюдается в точке торможения потока (точка A на рис. 2), для вычисления температуры газового потока в этой точке воспользуемся соотношением [6]

$$T_{w,st} = T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right), \quad (5)$$

где T_a, M_a — температура газа и число Маха на срезе сопла, $\gamma = c_p/c_v$ — показатель адиабаты, c_p и c_v — теплоемкость при постоянных давлении и объеме.

Коэффициент теплоотдачи в окрестности точки торможения находим из формулы, предложенной в [7]:

$$Nu_{br} = 0,763(1 + 0,75b^{0,52})Pr^{0,4}\sqrt{Re}, \quad (6)$$

где

$$Nu_{br} = \frac{\alpha_{st} d_2}{\lambda_{br}}, \quad Re = \frac{\beta_0 d_2^2 \rho_{br}}{\mu_{br}}, \quad \beta_0 = \frac{2a_{cr}}{d_2},$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{u'^2}}{u_a}, \quad b = k\varepsilon u_2 \sqrt{\frac{\rho_{br}}{\mu_{br} \beta_0}}, \quad Pr = \frac{\mu_{br} c_p}{\lambda_{br}},$$

$$\mu_{br} = \mu_{in} \left(\frac{T_w}{T_{in}} \right)^{0,85}, \quad \lambda_{br} = \lambda_{in} \left(\frac{T_w}{T_{in}} \right)^{0,7}.$$

Здесь индекс br соответствует параметрам в окрестности точки торможения (рис. 2); d_2 — диаметр струи за скачком уплотнения; u_a — скорость истечения; a_{cr} — критическая скорость звука; λ_{in}, μ_{in} — коэффициенты теплопроводности и динамической вязкости при $T = T_{in}$; u' — турбулентные пульсации скорости; $k = 0,17 \div 0,19$. Соотношение (6) позволяет учесть влияние интенсивности турбулентности на теплоотдачу в окрестности точки торможения и хорошо себя зарекомендовало при сравнении расчетов с экспериментальными значениями коэффициента теплоотдачи.

Из формулы (6) ясно, что для определения $\alpha_{w,st}$ необходимо знать скорость u_2 и диаметр струи d_2 за скачком уплотнения, а также плотность на преграде в точке торможения. Для определения параметров потока до системы скачков уплотнения (DD' и CD на рис. 2) можно воспользоваться результатами теоретических и экспериментальных исследований по расчету сверхзвуковых недорасширенных свободных струй.

В данной работе при определении параметров до отошедшего скачка уплотнения DD' применяли одномерную теорию начального участка нерасчетной сверхзвуковой струи [6], базирующуюся на осреднении параметров струи в поперечном сечении и приближенном рассмотрении ее как одномерного газового потока. С учетом радиальной составляющей скорости одномерные стационарные уравнения неразрывности и количества движения для любых сечений до скачка уплотнения DD' имеют вид

$$q(\lambda, \varphi) = \frac{1}{\sigma_f} q(\lambda_a, \varphi_a), \quad (7)$$

$$Z(\lambda, \varphi) = Z(\lambda_a, \varphi_a) +$$

$$+ \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \frac{f-1}{P_0 q(\lambda_a, \varphi_a)}. \quad (8)$$

Здесь q , Z — газодинамические функции коэффициента скорости $\lambda = u/a_{cr}$ и угла φ между вектором средней абсолютной скорости и осью симметрии:

$$q(\lambda, \varphi) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \lambda \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cos \varphi,$$

$$Z(\lambda, \varphi) = \frac{1}{\cos \varphi} \times$$

$$\times \left[\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} \cos^2 \varphi - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) \lambda + \frac{1}{\lambda} \right], \quad (9)$$

$f = F/F_a$ — отношение площадей поперечного сечения струи к площади среза сопла, σ — коэффициент восстановления полного давления (в пределах первой «бочки» струи можно принять $\sigma \approx 1$ [8]), $P_0 = p_{10}/p_{20}$ — отношение давления торможения в камере к давлению невозмущенного потока, $\cos \varphi_a = 2 \cos \psi_a / (1 + \cos \psi_a)$, ψ_a — полуугол раствора сопла. Для определения отношения площадей f аппроксимируем безразмерную образующую границы струи функцией

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + 1. \quad (10)$$

Коэффициенты a , b , c , вычисляем с привлечением условий

$$x = 0, \quad y = 0: \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \omega_a,$$

$$x = x_m, \quad y = y_m: \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

по формулам

$$c = \operatorname{tg} \omega_a, \quad b = \frac{3y_{\max} - 2cx_{\max} - 3}{x_{\max}^2}, \quad (11)$$

$$a = -\frac{2bx_{\max} + c}{3x_{\max}^2}.$$

Здесь все линейные размеры отнесены к радиусу сопла, x_{\max} , y_{\max} — координаты максимального сечения первой «бочки» струи, ω_a — начальный угол наклона границы к оси струи.

Будем предполагать, что у выхода из сопла на острой кромке вблизи точки B реализуется течение типа Прандтля — Майера. Тогда

$$\omega_a = v(M_*) - v(M_a) + \theta_a, \quad (12)$$

где

$$M_*^2 = \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_{10}}{p_{20}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right],$$

$v(M)$ — функция Прандтля — Майера:

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M^2 - 1)} -$$

$$- \operatorname{arctg} \sqrt{M^2 - 1}.$$

Координаты x_{\max} и y_{\max} определим из экспериментальной зависимости, полученной в [9]:

$$x_{\max} = 1,8 f_2(M_a, n),$$

$$y_{\max} = \left(1,38 + \frac{2}{n}\right) f_1(M_a, n),$$

$$f_1(M_a, n) = \begin{cases} (1,75 M_a^{0,25} - 1)(\sqrt{n} - 1), & n > n_*, \\ 1, & n < n_*, \end{cases} \quad (13)$$

$$f_2(M_a, n) = \begin{cases} [0,8 + 0,085(M_a - 2,1)^2] \times \\ \times M_a \sqrt{n - 0,5}, & 1 \leq M_a \leq 3,6, \\ (2 + 0,435 M_a) \sqrt{n - 0,5}, & 3,6 \leq M_a \leq 6, \end{cases}$$

$$n_* = \frac{M_a^4}{(M_a^2 - 0,59)^2}.$$

Здесь $n = p_a/p_{20}$ — нерасчетность истечения струи, p_a — давление на срезе сопла.

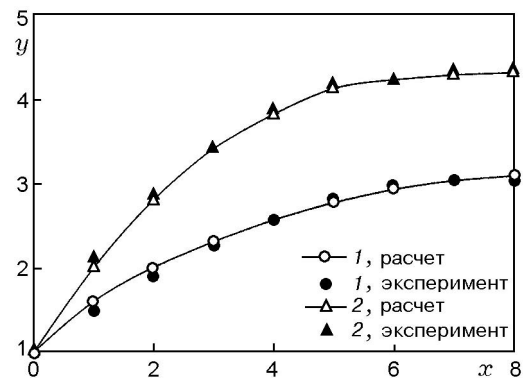


Рис. 3. Образующая идеальной границы струи:

1 — $M_a = 2,5$, $n = 6,34$, $\psi_a = 5$; 2 — $M_a = 1,0$, $n = 24,6$, $\psi_a = 0$

На рис. 3 проведено сравнение рассчитанной по формуле (13) границы струи и полученной экспериментально. Эксперименты [9] выполнялись в следующем диапазоне изменения параметров: $n < 4 \cdot 10^4$, $Ma < 6$, $\gamma = 1,17 \div 1,67$.

Таким образом, зная значение f в выбранном сечении от среза сопла до отошедшего скачка уплотнения, можно определить значения λ и φ в этом же сечении из совместного решения системы нелинейных уравнений (13), в частности, определить λ и φ перед скачком DD' . Положение отошедшего скачка уплотнения находим из эмпирической зависимости, предложенной в [10]:

$$\frac{x_{DD'}}{Ma\sqrt{\gamma n}} = 1,49 - 1,66 \exp\left(-0,865 \frac{x_{bar}}{Ma\sqrt{\gamma n}}\right), \quad (14)$$

где x_{bar} — расстояние от среза сопла до преграды.

Предположим, что значение скорости на оси струи перед скачком DD' незначительно отличается от средней абсолютной скорости в этом сечении (проведенные расчеты на основе двумерных уравнений газовой динамики показали, что это предположение выполняется достаточно точно). В этом случае скорость на оси струи за скачком уплотнения находим с использованием кинематического соотношения $\lambda_1 \lambda_2 = 1$:

$$u_2 = \lambda_2 u_a / \lambda_a. \quad (15)$$

Диаметр струи за скачком уплотнения можно считать равным диаметру струи до скачка уплотнения и вычислять из соотношения (10) при $x = x_{DD'}$:

$$d_2 = 2r_{ay}(x_{DD'}), \quad (16)$$

где r_a — радиус сопла воспламенительного устройства. Для определения ρ_{br} воспользуемся интегралом Бернулли для адиабатического течения

$$\frac{u_2^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_{br}}{\rho_{br}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_2}{\rho_w} \left(\frac{\rho_{br}}{\rho_2}\right)^\gamma \quad (17)$$

и соотношениями на скачке

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \lambda_1^2, \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{(\gamma+1)\lambda_1^2 - (\gamma-1)}{(\gamma+1) - (\gamma-1)\lambda_1^2}. \quad (18)$$

Плотность и давление перед скачком вычислим из уравнения равенства расходов и уравнения количества движения [8]:

$$\rho_1 \lambda_1 f \cos \varphi_1 = \rho_a \lambda_a \cos \varphi_a,$$

$$\rho_1 u_1^2 f \cos^2 \varphi_1 = \rho_a u_a^2 \cos^2 \varphi_a + p_a + p_{20}(f-1) - p_1 f.$$

Определив таким образом значения u_2 , d_2 , ρ_{br} , коэффициент теплоотдачи в окрестности точки торможения можно найти по формуле (6), а время τ_* и квазистационарную температуру T_* зажигания конденсированного вещества — по зависимости (2) и (3). Для проверки правильности работы построенного алгоритма проведено сравнение значений плотности ρ_{br} , вычисленных по (17), (18) и численно на основе двумерных газодинамических уравнений. Расхождение не превышало 5%.

Необходимо отметить, что тепловое взаимодействие струи с препятствием начинается не одновременно с началом истечения, а с некоторым запаздыванием. Величину этого запаздывания Δt можно найти из решения задачи о распространении волны взрыва [11]. Согласно [11], зная параметры торможения в сопле и в невозмущенном газе, скорость движения ударной волны N по покоящемуся газу определим из следующего уравнения:

$$\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{a_{20}^2}{a_{10}^2} \left(z_1 - \frac{1}{z_1}\right) + \left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \times \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} z_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = 1, \quad (19)$$

где $a_{20}^2 = \gamma p_{20} / \rho_{20}$, $a_{10}^2 = \gamma p_{10} / \rho_{10}$ (здесь индекс 0 относится к параметрам торможения, 1 и 2 — к взрывающемуся и покоящемуся газу), $p_{10} \gg p_{20}$, $z_1 = N/a_{20}$. Время Δt приближенно вычисляется из формулы

$$\Delta t = x_{bar} / N. \quad (20)$$

В таком случае промежуток времени с начала истечения струи до момента воспламенения определяется как

$$t_{bar} = \Delta t + t_*. \quad (21)$$

Результаты проведенных по данной методике расчетов показали, что в условиях высокотемпературного взаимодействия сверхзвуковой струи с преградой неучитывание времени Δt приводит к занижению промежутка времени t_{bar} , поскольку Δt может составлять несколько десятков процентов от времени зажигания ($x_{bar} = (1 \div 2)r_a$).

Для замыкания аналитической модели (1)–(21) необходима информация о двух константах модели: среднего коэффициента теплоотдачи ($\bar{\alpha}$) и средней температуры газового потока у поверхности преграды (T_w). Для этого требуется привлечение данных, полученных экспериментально или в результате вычислений с использованием дифференциальной модели. Однако в настоящее время для широкого диапазона изменения основных параметров истечения необходимые экспериментальные данные отсутствуют. Так, в исследовании [4], наиболее близком к решаемой в данной работе задаче, приведены экспериментальные данные по зажиганию потока дозвуковой струей, что делает невозможным применение данных [4] для верификации предложенной модели (хотя позволяет тестировать результаты численного исследования). Поэтому в данной работе для определения c_α и c_T воспользуемся данными, которые определяются из решения системы уравнений осесимметричного движения идеального газа, нестационарных уравнений теплопроводности и химической кинетики и условий сопряженного теплообмена на границе «газ — конденсированная среда».

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для описания сложной структуры возникающего течения, характеризуемого возможностью зарождения и возникновения сильных разрывов, воспользуемся системой уравнений осесимметричного движения идеального газа, записанной в дивергентном виде ($0 \leq x \leq x_{bar}$, $0 \leq y \leq y_k$, y_k — радиальная граница расчетной области) [6]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(\rho y v)}{\partial y} = 0, \quad (22)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(\rho y u v)}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial[y(\rho v^2 + p)]}{\partial y} = \frac{p}{y}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial[u(\rho c_p T + p)]}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial[yv(\rho c_p T + p)]}{\partial y} = 0, \quad (25)$$

$$p = \frac{\rho}{\gamma - 1} \left(c_p T - \frac{u^2 + v^2}{2} \right). \quad (26)$$

Здесь ρ , u , v , p , c_p , T — плотность, компоненты скорости, давление, теплоемкость и температура пороховых газов, истекающих из воспламенительного устройства.

Зажигание конденсированной среды (преграды) исследовали в рамках твердофазной модели зажигания, которая включает в себя уравнение теплопроводности и уравнение химической кинетики ($x_{bar} \leq x \leq x_k$, $0 \leq y \leq y_k$, x_k — толщина преграды) [1]:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = a_c \left[\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y T_c)}{\partial y} \right] + \frac{Qz}{\rho_c c_c} \eta^K \exp \left[-\frac{E}{RT_c} \right], \quad (27)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{z}{\rho_c} \eta^K \exp \left[-\frac{E}{RT_c} \right], \quad (28)$$

где T_c , η — температура и относительная концентрация конденсированного вещества; K — порядок реакции.

В качестве начальных условий для системы (22)–(28) принимались значения невозмущенного газа и холодной стенки, $\eta = 1$. Граничные условия записывались следующим образом: на твердых границах — условия непротекания, на оси — условия осевой симметрии потока и поля температур, на срезе сопла воспламенительного устройства — постоянные значения плотности, скорости и давления, соответствующие стационарному истечению высокотемпературной сверхзвуковой недорасширенной струи, на выходных границах — мягкие граничные условия.

На границе «газ — конденсированная среда» задавались условия сопряженного теплообмена, предполагающие равенство на границе температур газа и твердой стенки, а также равенство тепловых потоков:

$$T = T_c, \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x}. \quad (29)$$

Поставленная задача решалась численно методом конечных разностей. Область интегрирования покрывалась неподвижной эйлеровой сеткой с прямоугольными ячейками, причем границы расчетной области x_k и y_k выбирались таким образом, чтобы решение не

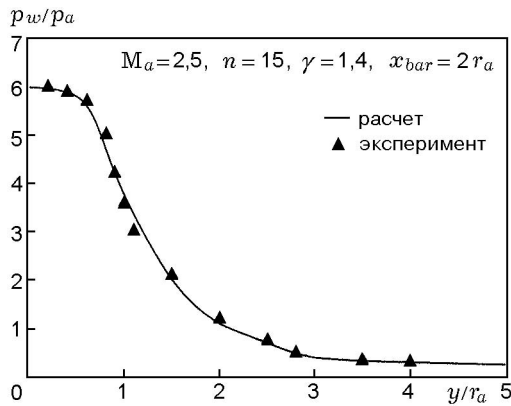


Рис. 4. Распределение статического давления на преграде

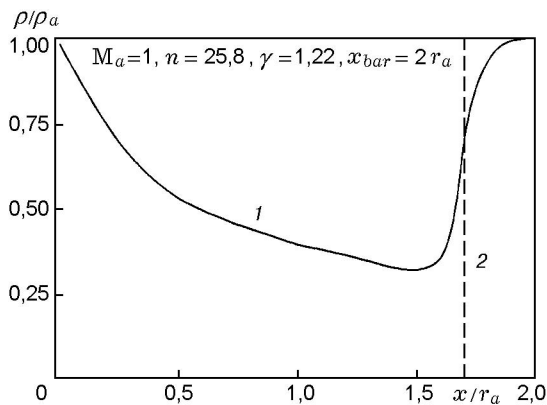


Рис. 5. Распределение плотности на оси струи (1) с указанием положения отошедшего скачка уплотнения (2)

зависело от их положения. В конденсированной среде использовалась неравномерная разностная сетка для достаточно точной оценки глубины прогрева среды в момент воспламенения. Исходные дифференциальные уравнения (22)–(28) аппроксимировались с помощью явных разностных схем. Для решения газодинамической части задачи использовался метод С. К. Годунова [12], хорошо себя зарекомендовавший при проведении сквозных расчетов течений с разрывами. Временной шаг интегрирования определялся как наименьший из шагов, полученных на основании требований устойчивости явных разностных схем для соответствующих дифференциальных уравнений. Основные расчеты выполнены на сетках 60×80 для газодинамической и тепловой частей задачи.

Тестирование вычислительной програм-

мы, составленной по данной математической модели, проводили для стационарного обтекания преграды сверхзвуковой струей путем сравнения расчетов с данными экспериментов [10, 13]. На рис. 4 представлено распределение статического давления на преграде в зависимости от радиальной координаты, на рис. 5 — распределение плотности на оси струи с указанием положения отошедшего скачка уплотнения, вычисленного по эмпирической формуле (14).

Правильность расчета тепловой части задачи проверяли путем сравнения численных результатов с данными работы [1] для случая зажигания конденсированной среды при постоянных значениях коэффициента теплоотдачи и температуры обдувающего газового потока, а также сравнением с данными экспериментов [4]. Проведенный анализ показал, что результаты наших расчетов и данных [1, 4] согласуются вполне удовлетворительно, что свидетельствует о возможности применения описанной расчетной методики к исследованию зажигания реакционноспособной плоской бесконечной преграды высокотемпературной нестационарной осесимметричной сверхзвуковой струей.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Численное исследование процесса зажигания конденсированной преграды сверхзвуковой струей проводилось для следующих значений определяющих параметров: $n = p_a/p_0 = 2,58$, $M_a = 1$, $T_a = 2000 \div 2500$ К, $\gamma = 1,22$, $x_{bar} = (0,5 \div 5)r_a$, $a_c = 10^{-7}$ м²/с, $c_c = 1300$ Дж/(кг·К), $Q/c_c = 300$ К, $\rho_c = 1600$ кг/м³, $z/\rho_c = 2,36 \cdot 10^{12}$ с⁻¹, $E/R = 19027,7$ К, $\lambda_c = 0,196$ Вт/(м·К), $T_{c,in} = 300 \div 500$ К.

Расчеты показали что температура газового потока у поверхности преграды существенно зависит от времени и расстояния от точки торможения (рис. 6), причем свое максимальное значение при рассматриваемом положении преграды она принимает в точке торможения и ее окрестности. С течением времени температура газа в этой области стремится к температуре торможения, определяемой из соотношения [10]

$$T_* = T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right). \quad (30)$$

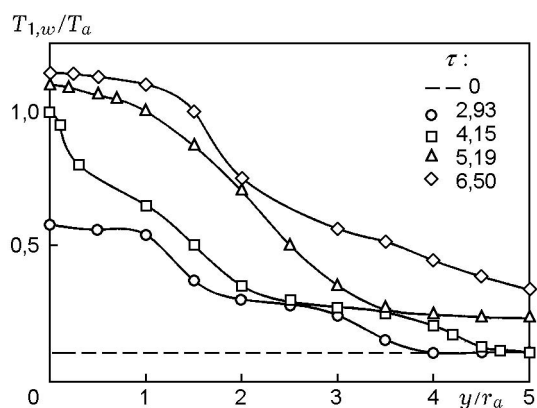


Рис. 6. Температура газового потока у поверхности преграды

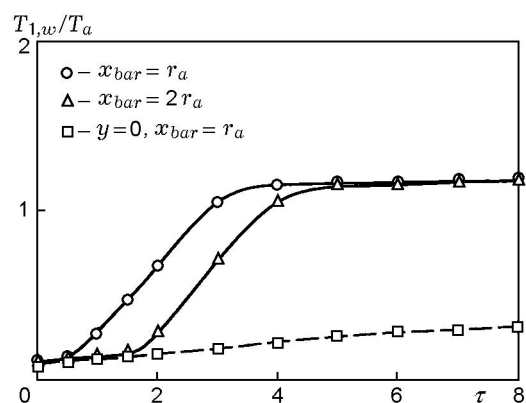


Рис. 7. Изменение температуры обдуваемого газового потока в точке торможения

На рис. 7 представлено изменение температуры обдуваемого газового потока в точке торможения в зависимости от времени зажигания для двух положений преграды: $x_{bar} = r_a$ и $x_{bar} = 2r_a$. Результаты расчетов показывают, что изменение температуры от начальной до значения T_* происходит за несколько микросекунд, причем при $x_{bar} = r_a$ и $x_{bar} = 2r_a$ профили подобны. Штриховой линией на этом рисунке отмечено изменение во времени температуры конденсированной среды у ее поверхности при $y = 0$ ($x_{bar} = r_a$).

Для определения времени и температуры зажигания высокотемпературной сверхзвуковой струей использовался метод критических условий Аверсона — Барзыкина — Мержанова [1], фиксирующий момент воспламенения конденсированного вещества по совпадению тепловых потоков от горячих газов и за счет хи-

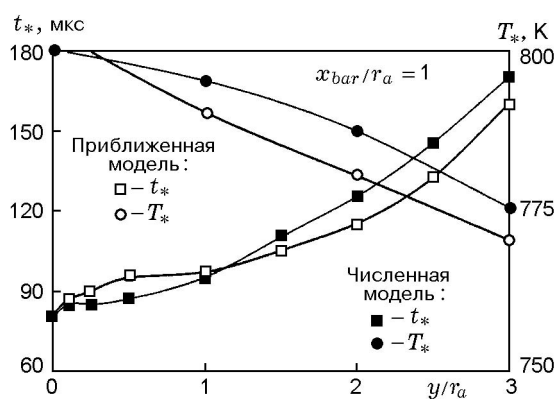


Рис. 8. Распределение времени и температуры зажигания преграды в зависимости от радиальной координаты

мических реакций, происходящих при разложении конденсированного вещества. На рис. 8 представлено распределение времени и температуры зажигания преграды в зависимости от радиальной координаты. Видно, что с удалением от точки торможения время, необходимое для зажигания преграды, возрастает, а температура зажигания незначительно уменьшается, что объясняется понижением температуры газа у преграды и уменьшением коэффициента теплоотдачи между газом и конденсированной средой с ростом координаты y (см. рис. 8). При удалении преграды от среза сопла время зажигания увеличивается.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

В соответствие с моделью (11)–(21) время зажигания преграды можно рассматривать как функцию параметров модели:

$$\tau_* = \tau_*(c_\alpha, c_T).$$

Значения констант модели определим с помощью метода наименьших квадратов [14]. Выберем c_α и c_T так, чтобы минимизировать среднюю квадратичную ошибку

$$R^* = \sum_{i=1}^N [\tilde{\tau}_{*,i} - \tau_{*,i}]^2,$$

где суммирование ведется по всем точкам численного эксперимента, а $\tilde{\tau}_*$ — время зажигания, определенное в результате вычислений. Математически условия минимума суммы

квадратов отклонений R^* запишем, приравняв нулю частные производные по параметрам модели c_α и c_T :

$$\frac{\partial R^*}{\partial c_\alpha} = 2 \sum_{i=1}^N (\tau_{*,i} - \tilde{\tau}_{*,i}) \frac{\partial \tau_{*,i}}{\partial c_\alpha} \Big|_i = 0, \quad (31)$$

$$\frac{\partial R^*}{\partial c_T} = 2 \sum_{i=1}^N (\tau_{*,i} - \tilde{\tau}_{*,i}) \frac{\partial \tau_{*,i}}{\partial c_T} \Big|_i = 0.$$

Полученная система нелинейных уравнений (31) решалась численно с использованием метода наискорейшего спуска [14]. В результате решения уравнений (31) в диапазоне параметров $x_{bar} = (0,5 \div 5)r_a$, $M_a = 1$, $T_{c,in} = 300 \div 500$ К, $T_a = 2000 \div 2500$ получены следующие значения параметров модели, аппроксимирующие результаты расчетов с погрешностью, не превышающей 7%: $c_\alpha = 0,63$, $c_T = 0,39$.

Сравнение времени и температуры зажигания, рассчитанных с помощью численной модели и приближенной методики, приведено на рис. 8. Видно, что соответствие между данными этих моделей достаточно хорошее. Однако, поскольку численные расчеты приведенной задачи на основе нестационарных уравнений переноса требуют значительных затрат вычислительных ресурсов и времени, оправданным является использование достаточно простого приближенного способа решения для получения оценочных результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе выполнены расчеты и построена приближенная методика расчета времени и температуры зажигания конденсированного вещества сверхзвуковой недорасширенной струей горячих газов, позволяющая адекватно определить основные характеристики зажигания. Разработанная аналитическая модель может использоваться для экспресс-оценки основных характеристик зажигания твердого топлива в камерах сгорания ракетных двигателей. Применимость методики ограничена рамками допущений, использованных при ее построении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вилунов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
2. Vilynov V. N., Zarko V. E. Ignition of Solids. Amsterdam: Elsevier, 1989.
3. Князева А. Г., Зарко В. Е. Численное моделирование переходных процессов при зажигании двухкомпонентных топлив интенсивным тепловым потоком // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 3. С. 16–20.
4. Галфетти Л., Коломбо Дж., Меналли А. и др. Экспериментальное исследование зажигания и распространения пламени при конвективном нагреве твердого топлива // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 1. С. 119–130.
5. Kulkarni A. K., Kumar M., Kuo K. K. Review of solid propellant ignition studies // AIAA Paper. N 80–1210. 1980.
6. Юдаев Б. Н., Михайлов М. С., Савин В. К. Теплообмен при взаимодействии струй с преградами. М.: Машиностроение, 1977.
7. Белов И. А., Терпигорьев В. С. Учет турбулентности при расчете теплообмена // Инж.-физ. журн. 1969. Т. 17, № 4. С. 633–638.
8. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969.
9. Авдеевский В. С., Иванов А. В., Карман И. М. и др. Течение в сверхзвуковой вязкой недорасширенной струе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970, № 3. С. 63–70.
10. Гинзбург И. П., Соколов Е. И., Усков В. Н. Типы волновой структуры при взаимодействии недорасширенной струи с безграничной плоской преградой // ПМТФ. 1976. № 1. С. 45–50.
11. Гинзбург И. П. Аэрогазодинамика. М.: Высш. шк., 1966.
12. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. Н. Прокопов. М.: Наука, 1976.
13. Мельникова М. Ф., Нестеров Ю. Н. Воздействие сверхзвуковой нерасчетной струи на плоскую преграду, перпендикулярную оси струи // Учен. зап. ЦАГИ. 1971. Т. 2, № 5. С. 105–113.
14. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1988.

Поступила в редакцию 17/VII 2001 г.