

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПЕРЕКРЫТИЯ ДИОДНОГО ПРОМЕЖУТКА ИОНАМИ В ПЛОСКОМ ДИОДЕ

Г. В. Ступаков

(Новосибирск)

Часто для получения мощных электронных пучков используются так называемые плоские диоды, в которых катод и анод представляют собой диски радиуса R , существенно превышающего межэлектродный зазор a . Если собственным магнитным полем пучка можно пренебречь (например, когда диод помещен в сильное внешнее магнитное поле), то движение электронов в диоде одномерно. Задача определения стационарного тока, протекающего через такой диод, легко решается, и в нерелятивистском случае соответствующая зависимость дается хорошо известным «законом $3/2$ ». Это решение можно обобщить на релятивистские потенциалы [1] и, кроме того, включить в рассмотрение возможную эмиссию ионов с анода [2]. При этом по-прежнему предполагается, что диодный ток не зависит от времени. В данной работе приводятся результаты численного расчета нестационарной задачи о работе электронного диода в режиме, когда диодный промежуток заполняется ионами, эмиттируемыми с анода. Исследуется случай эмиссии ионов одного сорта, а также случай, когда эмиттируются ионы с разными массами.

1. Постановка задачи. Возникающая в результате работы диода анодная плазма является источником ионов, эмиттируемых в диодный промежуток. Характерный временной масштаб задачи τ — это время пролета ионом межэлектродного зазора a , $\tau \sim a(M/e\varphi_0)^{1/2}$, где φ_0 — разность потенциалов между катодом и анодом; M — масса иона (ионы считаются однозарядными). Интересно рассмотреть времена $t \leq \tau$, когда задача существенно нестационарна (отсчет t ведется с момента начала ионной эмиссии). При $t \gg \tau$ диод переходит в стационарный режим работы со встречными электронным и ионным потоками; здесь становятся применимыми результаты работы [2]. Предполагается, что достаточно плотная плазма образуется за время, малое по сравнению с τ , так что эмиттируемый ионный ток ограничивается эффектом пространственного заряда. Формально это означает, что электрическое поле у поверхности анода должно обращаться в нуль.

Существенное упрощение в решение задачи вносит малость параметра (m/M) , m — масса электрона. Поскольку время пролета электроном диодного промежутка $\tau_e \sim a(m/e\varphi_0)^{1/2}$ мало по сравнению с τ , то для электронов можно пренебречь эффектами нестационарности. Это позволяет, в частности, выразить плотность электронов $n_e(z, t)$ через потенциал $\varphi(z, t)$ в точке z

$$(1.1) \quad n_e = (j_e/c) [1 - (1 + e\varphi/mc^2)^{-2}]^{-1/2},$$

где $j_e = j_e(t)$ — плотность электронного тока; c — скорость света. Координата z отсчитывается от катода, потенциал катода принят равным нулю.

Плотность ионов n_i и их скорость v определяются из гидродинамических уравнений

$$(1.2) \quad \partial n_i / \partial t + \partial n_i v / \partial z = 0;$$

$$(1.3) \quad \partial v / \partial t + v \partial v / \partial z = - \partial \varphi / \partial z,$$

потенциал φ подчиняется уравнению Пуассона, которое с помощью (1.1) записывается в виде

$$(1.4) \quad \partial^2 \varphi / \partial z^2 = j_e \{ 1 - [1 + (\gamma - 1)\varphi]^{-2} \}^{-1/2} - n_i.$$

Здесь и в дальнейшем используются безразмерные величины

$$\varphi \rightarrow \varphi/\varphi_0, \quad z \rightarrow z/a, \quad t \rightarrow (t/a)\sqrt{e\varphi_0/M}, \quad v \rightarrow v\sqrt{M/e\varphi_0}, \\ n_{e,i} \rightarrow n_{e,i}4\pi ea^2/\varphi_0, \quad j_e \rightarrow j_e4\pi a^2/c\varphi_0, \quad \gamma = 1 + e\varphi_0/mc^2.$$

Граничные условия к системе (1.2)—(1.4) имеют вид

$$(1.5) \quad \varphi|_{z=0} = 0, \quad \partial\varphi/\partial z|_{z=0} = 0;$$

$$(1.6) \quad \partial\varphi/\partial z|_{z=1} = 0;$$

$$(1.7) \quad \varphi|_{z=1} = 1.$$

Требование равенства нулю электрического поля в точках $z = 0; 1$ соответствует предположению о бесконечной эмиссионной способности катода и анода.

Если анодная плазма содержит ионы с разными массами, то они будут эмиттироваться в диодный промежуток в пропорции, определяемой компонентным составом анодной плазмы. Ниже, наряду со случаем однокомпонентной плазмы, рассматривается ситуация, когда плазма состоит из ионов двух сортов с отношением масс μ и относительной концентрацией тяжелых ионов α . Уравнения (1.2), (1.3) в этом случае нужно записать для каждой компоненты. С вычислительной точки зрения учет еще одного сорта ионов не представляет затруднений, поэтому при описании численного метода излагается только вариант с однокомпонентной плазмой.

Отметим, что в нерелятивистском пределе ($\gamma - 1 \ll 1$) параметр γ можно исключить из системы (1.2)—(1.4), изменив единицу измерения j_e . Получающаяся система уравнений имеет универсальный вид, т. е. не содержит буквенных параметров.

2. Описание численного метода. Система уравнений (1.2)—(1.4) решалась численно на ЭВМ с помощью разновидности метода частиц в ячейках [3]. В соответствии с этим методом вводятся счетные частицы, моделирующие плоский слой ионов, движущихся как одно целое. Такая частица характеризуется величиной скачка ΔE , который испытывает электрическое поле при переходе через ионный слой. Уравнения движения частицы i

$$dv_i/dt = E_i(t), \quad dz_i/dt = v_i,$$

где $E_i(t) = E(z_i(t), t)$, аппроксимируются центрированной по времени разностной схемой второго порядка точности [3]

$$(2.1) \quad z_i(t) = z_i(t - \Delta t) + \Delta t v_i\left(t - \frac{1}{2}\Delta t\right), \\ v_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) = v_i\left(t - \frac{1}{2}\Delta t\right) + \Delta t E_i(t),$$

Δt — временной шаг.

В начальный момент времени (момент образования анодной плазмы) в точку $z = 1$ помещается N счетных частиц. Электронный ток j_{e0} при $t = 0$ и плотность $n_e(z, 0)$ находятся в пренебрежении ионами из (1.4), (1.4), (1.5), (1.7). Величина ΔE определяется из условия, чтобы возникшие ионы заэкранировали электрическое поле на аноде (условие (1.6)); поскольку поле на катоде тоже равно нулю,

$$\Delta E = \frac{4}{N} \int_0^1 n_e(z, 0) dz.$$

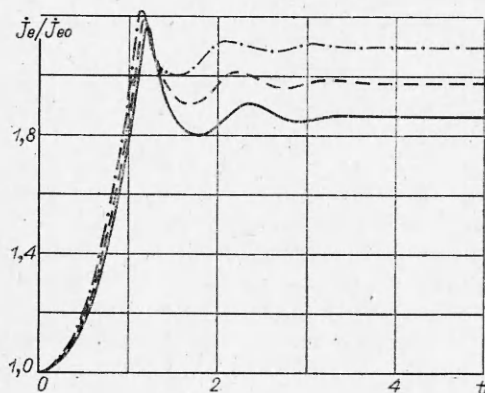
В дальнейшем вычисления идут в следующей последовательности. Для численного решения уравнения (1.4) интервал $0 \leq z \leq 1$ разбивается на M ячеек. По известному распределению счетных частиц определяется

плотность ионов в каждой ячейке. Затем решается уравнение (1.4) с начальными условиями (1.5) и перебором определяется такое значение j_e , чтобы удовлетворялось еще и условие (1.7). Частицы передвигаются на один временной шаг в соответствии с (2.1), вылетевшие за границу интервала $0 \leq z \leq 1$ исключаются из рассмотрения. Наконец, в последнюю ячейку добавляется (или удаляется) такое количество частиц, чтобы $E|_{z=1}$ отличалось от нуля не более чем на ΔE (с такой точностью удовлетворяется условие (1.6)). Затем вся процедура повторяется.

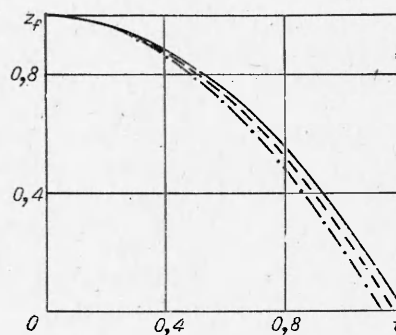
Поле, действующее на частицу i , $E_i(t)$, определяется следующим образом. Оно представляется в виде суммы поля электронов и поля ионов в точке z_i . Последняя величина вычисляется точно (она равна произведению ΔE на число частиц, находящихся между частицей i и катодом). Поле электронов находится линейной интерполяцией по значениям в ближайших узлах пространственной сетки.

Правильность вычислений проверялась путем изменения счетных параметров Δt , M , N , не влияющих на физическую постановку задачи. При их изменении в 2—3 раза результаты расчетов варьировались в пределах 1%. Типичные значения составляли $\Delta t = 0,01$, $M = 200$, $N = 1200$.

3. Результаты расчетов и их обсуждение. Основные результаты расчетов с однокомпонентной плазмой приведены на фиг. 1—5. Было просчи-



Фиг. 1



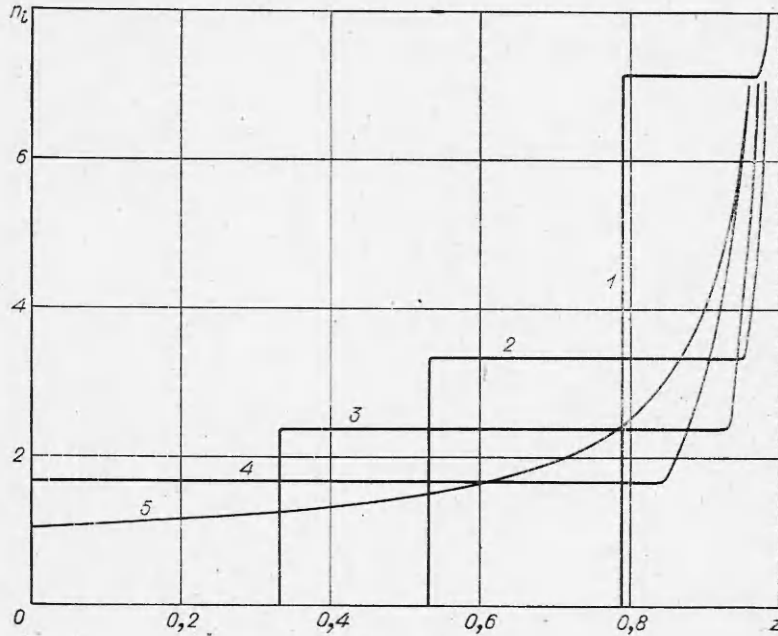
Фиг. 2

тано три варианта с разными значениями γ : сплошная линия соответствует $\gamma = 1,05$, штриховая — $\gamma = 3$, штрихпунктирная — $\gamma = 8$. Решение с $\gamma = 1,05$ с хорошей точностью описывает нерелятивистский предел системы (1.2)—(1.4).

На фиг. 1 изображена зависимость плотности электронного тока от времени. Величина $j_e(t)$ нормирована на j_{e0} — плотность тока через диод в отсутствие ионов. Значения j_{e0} для разных γ можно найти в работе [1]. Отметим немонотонное изменение тока со временем при выходе решения на стационарное значение, соответствующее установившемуся ионному течению. Максимальная плотность тока наблюдается в тот момент, когда передний фронт ионов достигает катода.

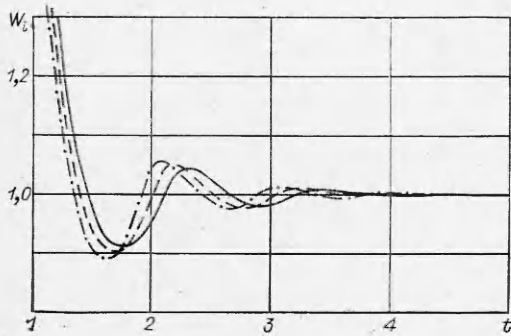
На фиг. 2, 3 приведены зависимости координаты переднего фронта z_f от времени и распределение плотности ионов в диодном промежутке для нескольких моментов времени (фиг. 3 относится к варианту с $\gamma = 3$, $1 - t = 0,54$; $2 - t = 0,80$; $3 - t = 0,96$; $4 - t = 1,17$; $5 - t = 4,50$). Эти результаты интересны тем, что их можно сравнить с предсказаниями простой модели, описывающей начальную стадию перекрытия диода ионами

[4]. Если ионы недалеко отошли от анода, т. е. $1 - z_f \ll 1$, то можно считать, что поле в точке z_f приближенно равно электрическому полю у поверхности анода E_a в диоде без ионов (при этом пренебрегается влиянием ионного

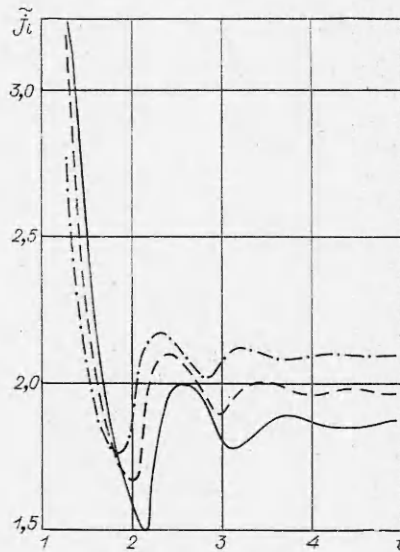


Ф и г. 3

заряда на движение электронов в диоде). Это означает, что ионы на переднем фронте ускоряются постоянным полем E_a , т. е. $1 - z_f = E_a t^2 / 2$. Можно убедиться, что в такой модели плотность ионов однородна в интервале $z_f < z \leq 1$ и в силу (1.6) равна $n_i = E_a / (1 - z_f) = 2/t^2$. Из фиг. 3 видно, что при $z > z_f$ n_i действительно не зависит от z (за исключением области, непосредственно прилегающей к аноду), причем не только при z_f , близких к единице, но также и при малых значениях z_f . Это же наблюдается и в вариантах с $\gamma = 1,05; 8$. Как показывает сравнение с результатами численного счета, полученные зависимости $z_f(t), n_i(t)$ (справедливые, строго говоря, только при $1 - z_f \ll 1$)

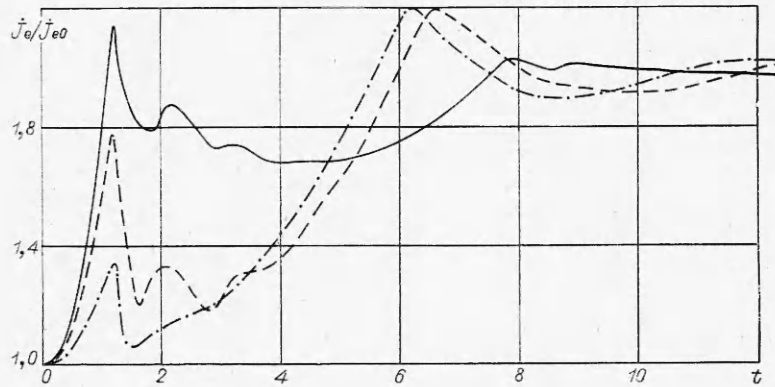


Ф и г. 4



Ф и г. 5

на самом деле тоже выполняются с хорошей точностью вплоть до момента прибытия ионов на катод. Например, для $\gamma = 3$ $E_a = 1,46$, и, согласно приведенным выше формулам, первые ионы должны достигнуть катода в момент $t_* = 1,17$ ($z_i(t_*) = 0$), а плотность однородной части ионов в этот момент составит $n_i = 1,46$. Результаты точного счета (см. фиг. 2, 3) дают не очень отличающиеся значения $t_* = 1,16$, $n_i = 1,67$.

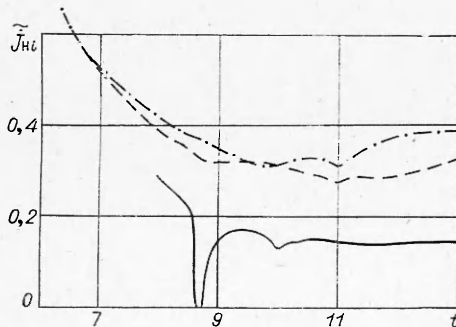


Фиг. 6

Наконец, на фиг. 4, 5 показано изменение со временем энергии ионов W_i и плотности ионного тока у поверхности катода. Последняя величина, нормированная на коэффициент $j_{e0} [(\gamma + 1)m/2M]^{1/2}$, обозначена через \tilde{j}_i . При таком выборе единицы измерения \tilde{j}_i стремится при больших t к тому же пределу, что и величина $j_e(t)/j_{e0}$. Отметим, что максимальная энергия ионов, приходящих на катод, заметно (\sim в 1,3 раза) превышает ускоряющее напряжение в диоде.

Видно, что качественно все зависимости для разных γ отличаются мало. Аналогичная ситуация имеет место и в расчетах с двухкомпонентной анодной плазмой. Поэтому ниже приводятся результаты вычислений только для $\gamma = 3$. Отношение массы тяжелого иона к массе легкого выбиралось равным $\mu = M_h/M_l = 27$ (водородная плазма с примесями алюминия). Индексы h и l относятся к тяжелой и легкой компоненте соответственно. На фиг. 6 приведена зависимость от времени плотности электронного тока, протекающего через диод, а на фиг. 7, 8 — тока тяжелых и легких ионов у поверхности катода (последние в единицах $j_{e0} [(\gamma + 1)m/2M_l]^{1/2}$). Расчеты проводились для трех значений концентрации тяжелых ионов:

$\alpha = 0,1; 0,5; 0,8$ (сплошная, штриховая, штрихпунктирная линии соответственно).

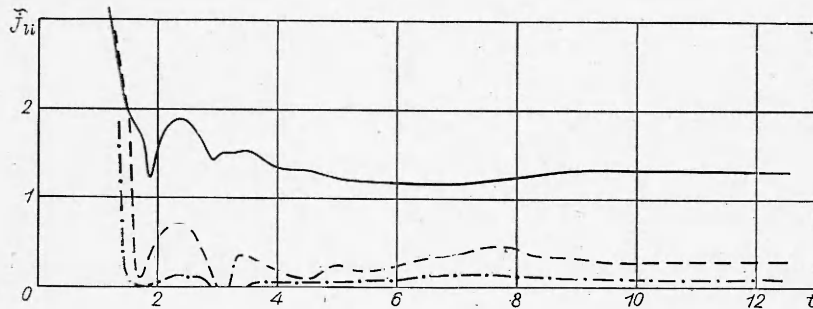


Фиг. 7

Используя неравенство $\mu \gg 1$, оценим условия, когда влиянием тяжелых ионов на работу диода можно пренебречь. Для этого необходимо, чтобы их плотность заряда $n_{hi} \sim j_{hi}/e \times (e\phi_0/M_h)^{1/2}$ была мала по сравнению с $n_{li} \sim j_{li}/e(e\phi_0/M_l)^{1/2}$. Учитывая, что $j_{hi} \sim \alpha j_{li}$, найдем $\alpha \leq \mu^{-1/2}$. В данных расчетах $\mu^{-1/2} \approx 0,2$, поэтому рассмотренную ситуацию может иллюстрировать вариант с $\alpha = 0,1$.

Однако и здесь влияние тяжелой компоненты, приводящее к уменьшению j_e при $t = 3-7$, заметно (ср. соответствующие кривые на фиг. 6 и 1).

В случае, когда $\alpha \geq \mu^{-1/2}$, характер работы диода существенно меняется. Здесь влиянием тяжелых ионов можно пренебречь только на начальной стадии процесса. Действительно, с началом ионной эмиссии за время порядка τ_l легкие ионы перекрывают диодный промежуток и их плотность тока станет равной $j_{li} \sim j_{e0}(m/M_l)^{1/2}$. Плотность тока тяжелых ионов будет равна $j_{hi} \sim \alpha j_{li}$, и через промежуток времени $\Delta t \sim \tau_l/\alpha$ их заряд сравнится с зарядом электронов в диодном промежутке. Посколь-



Ф и г. 8

ку $\Delta t < \tau_h$, за это время тяжелые ионы не успеют заметно отойти от анода. Образовавшийся заряженный слой тяжелых ионов заэкранирует электрическое поле на аноде*, и j_{hi} упадет до значения $j_{hi} \sim j_{e0}(m/M_h)^{1/2}$. Соответственно уменьшится ток легких ионов ($j_{li} \sim j_{e0}(m/M_h)^{1/2}/\alpha$), что приведет к уменьшению j_e вплоть до начального значения j_{e0} . И только по мере заполнения диодного промежутка тяжелыми ионами и нейтрализации ими электронного заряда j_e возрастет (с характерным временем τ_h) до уровня, соответствующего стационарному решению с ионными потоками.

Приведенные выше соображения иллюстрируются результатами расчетов для вариантов с $\alpha = 0,5; 0,8$. Поскольку здесь $\alpha \sim 1$, $\Delta t \sim \tau_l$ и эффекты, характерные для начальной стадии процесса, выглядят на графиках как всплески j_e и j_{li} длительностью $\sim \tau_l$. Дальнейшее медленное изменение j_e (см. фиг. 6) обусловлено движением тяжелых ионов.

Автор выражает благодарность Д. Д. Рютову, по инициативе которого была выполнена эта работа, за полезные обсуждения.

Поступила 22 IX 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Ivey H. F. Space charge and transit time consideration in planar diode for relativistic velocities.— «J. Appl. Phys.», 1952, vol. 23, N 2.
2. Игнатенко В. П. Ионная компенсация пространственного заряда релятивистских потоков электронов.— ЖТФ, 1962, т. 32, № 12.
3. Морз Р. Моделирование многомерной плазмы с помощью метода частиц в ячейке.— В кн.: Вычислительные методы в физике плазмы. М., «Мир», 1974, с. 213.
4. Goldstein S. A., Lee R. Ion-induced pinch and the enhancement of ion current by pinched electron flow in relativistic diodes.— «Phys. Rev. Lett.», 1975, vol. 35, N 16.

* При этом может стать существенным учет теплового расширения анодной плазмы. Если скорость расширения достаточно велика, то плазма может перекрыть тонкий слой тяжелых ионов, нейтрализовав их заряд. Поэтому описываемая картина имеет место, если анодная плазма достаточно холодная.