

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ПРЕДЕЛА ТЕКУЧЕСТИ В ПЛАСТИНЕ НА РАЗВИТИЕ ЗОН ПЛАСТИЧНОСТИ ВБЛИЗИ ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ

В. Д. Кургузов, В. М. Корнев, В. В. Москвичев*, А. А. Козлов*

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

* Специальное конструкторско-технологическое бюро "Наука"

Красноярского научного центра СО РАН, 660049 Красноярск, Россия

E-mails: kurguzov@hydro.nsc.ru, kornev@hydro.nsc.ru, secretary@sktb.krsn.ru,

Reparat@yandex.ru

В результате экспериментального исследования областей пластического деформирования в окрестности концентраторов напряжений обнаружено отклонение форм пластических зон в вершинах трещин от форм, получаемых с помощью традиционных моделей. При этом системы полос линий скольжения, наблюдаемые в эксперименте и предсказываемые линейной механикой разрушения, существенно различаются. В рамках теории больших упругопластических деформаций проведено математическое моделирование процессов распространения зон пластичности, основанное на численном решении методом конечных элементов уравнений механики деформируемого твердого тела. В основу математической модели положена гипотеза о существенном влиянии структурной неоднородности материала во всем объеме исследуемого образца на формирование зон пластичности. Неоднородность предела текучести материала задавалась в виде "шахматного" распределения, а также в виде системы горизонтальных и вертикальных полос. Проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными и показано, что они качественно согласуются.

Ключевые слова: пластическая зона, вершина трещины, метод конечных элементов.

Введение. В работе [1] рассмотрен общий случай пропорционального нагружения пластины с внутренней прямолинейной острой трещиной, когда имеет место непропорциональное деформирование материала зоны предразрушения, характерное для поликристаллических тел при пластичности. С использованием модифицированной модели Леонова — Панасюка — Дагдейла, в которой зоны предразрушения аппроксимируются прямоугольниками, расположенными вдоль трещины, получены критические параметры разрушения (длины зон предразрушения и нагрузки) для прямолинейных трещин в квазихрупких материалах. Поперечник каждой зоны предразрушения определяется из решения задачи теории пластичности вблизи вершины трещины. При формулировке критериев разрушения использовались простейшие аппроксимации диаграмм деформирования реальных материалов. Предложенная модификация модели Леонова — Панасюка — Дагдейла позволила оценить критическое раскрытие трещины и критическое смещение берегов трещины. При

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00113).

© Кургузов В. Д., Корнев В. М., Москвичев В. В., Козлов А. А., 2014

построении простых выражений для критических параметров разрушения использовались коэффициенты интенсивности напряжений для прямолинейно распространяющейся трещины, на продолжении которой заданы нормальные и сдвиговые напряжения, моделирующие зону пластичности.

При смешанном нагружении в окрестности вершины острой трещины возникает сложное поле напряжений, что при определенных условиях может приводить к затуплению острых трещин вследствие больших сдвиговых напряжений и деформаций. В работе [2] обнаружена возможность множественного ветвления трещин отрыва, что объясняется кратностью собственных значений при потере устойчивости системы. Для квазихрупких материалов предпочтительное направление развития трещины практически перпендикулярно направлению максимальных растягивающих напряжений.

В обобщенной модели Леонова — Панасюка — Дагдейла помимо общей схемы нагружения зоны предразрушения рассматривается дополнительный параметр, описывающий поперечник зоны предразрушения, причем длина этой зоны определяется из решения задачи о разрушении, а поперечник — из решения упругопластической задачи. Этот дополнительный параметр для первой моды разрушения использовался в [3, 4] при формулировке необходимых и достаточных критериев прочности. Поэтому возникает необходимость определения размеров пластической зоны, которая используется при выводе соотношений, определяющих критическое раскрытие трещины и критическое смещение берегов трещины, распространяющейся в вязких и квазивязких материалах.

1. Форма пластической зоны в окрестности вершины трещины. Рассмотрим внутреннюю прямолинейную острую трещину нормального отрыва, которая в изотропном упругом материале моделируется двусторонним разрезом длиной $2l$. Нормальные напряжения, действующие на бесконечности, обозначим через σ .

В приближенной постановке оценка формы и размеров пластической зоны в окрестности вершины трещины нормального отрыва приведена в классических работах по механике разрушения [5–7]. Точное аналитическое решение данной задачи в упругопластической постановке в настоящее время отсутствует. Форма пластической зоны в окрестности вершины трещины определяется радиус-вектором r_p , который в условиях плоской деформации имеет вид

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_T^2} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta) \right). \quad (1)$$

Здесь θ — полярный угол; $K_I = \sigma\sqrt{\pi l}$ — коэффициент интенсивности напряжений; σ — нормальные напряжения, заданные на бесконечности [5]; σ_T — предел текучести; ν — коэффициент Пуассона. Оценку размера пластической зоны для случая плоского напряженного состояния нетрудно получить из оценки (1), полагая $\nu = 0$.

На рис. 1 в полярных координатах представлены формы пластических зон, определяемых выражением (1), для случаев плоской деформации и плоского напряженного состояния соответственно, полученные с использованием безразмерного радиус-вектора $\rho = r_p / (K_I^2 / (4\pi\sigma_T^2))$. Однако экспериментальные исследования показывают, что области пластического деформирования существенно отличаются от соответствующих областей, получаемых с помощью классических моделей.

В начале 90-х гг. XX в. были экспериментально исследованы формы пластических зон в окрестности концентраторов напряжений трех типов: центральных внутренних трещин (рис. 2), коротких трещин, исходящих из круговых отверстий, и круговых концентраторов без трещин [8, 9]. Исследования проведены для 70 образцов, изготовленных из листового проката малоуглеродистой стали марки Ст2сп толщиной 4 и 5 мм, ширина пластин составляла 45, 100, 102 и 104 мм. Эксперименты выполнялись при осевом растяжении с варьированием уровней нагружения и температур испытаний (от +20 до –70 °С).

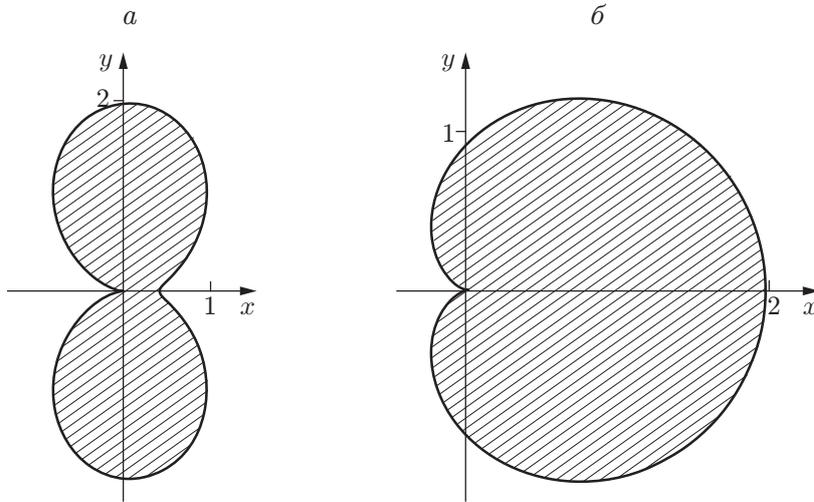


Рис. 1

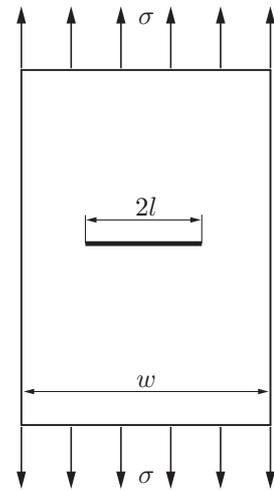


Рис. 2

Рис. 1. Формы пластической зоны в окрестности вершины трещины в случаях плоской деформации (а) и плоского напряженного состояния (б)

Рис. 2. Пластина с центральной внутренней трещиной при одноосном растяжении

Зоны пластичности выявлялись путем травления шлифов срединной по толщине плоскости образцов в реактиве Фри [10]. Данный реактив используется для обнаружения линий напряжения в железе и стали, особенно при их неоднородном распределении.

На рис. 3 представлены результаты экспериментов для образцов с центральной трещиной длиной $2l = 28,74; 42,32$ мм в пластине шириной $w = 102$ мм.

Образование пластических зон по мере увеличения нагрузки происходило в следующей последовательности. На начальной стадии в направлении продолжения трещины возникала система полос в виде “факела”. Затем развивались симметричные относительно оси трещины полосы толщиной $1,2 \div 1,9$ мм с углом наклона к ней, равным $34 \div 42^\circ$, и система полос толщиной $1,8 \div 1,6$ мм, исходящих от наклонных полос и параллельных оси трещины.

Из рис. 3 следует, что система полос линий скольжения, наблюдаемых в эксперименте, существенно отличается от системы полос, получаемых с помощью линейной механики разрушения. Чтобы определить форму пластической зоны в образцах с концентраторами напряжений с использованием теории больших упругопластических деформаций, проведем математическое моделирование процессов распространения зон пластичности, основанное на численном решении методом конечных элементов с помощью пакета MSC.Marc 2012 [11] уравнений механики деформируемого твердого тела.

2. Уравнения квазистатического деформирования твердых тел. Рассмотрим уравнения механики деформируемого твердого тела в текущей лагранжевой формулировке [12], использование которой предпочтительно при моделировании деформирования тел из упругопластического материала при больших деформациях.

Уравнения равновесия в слабой форме (уравнения баланса виртуальных мощностей) имеют следующий вид:

$$\int_V s : \delta d \, dV = \int_{S_p} \mathbf{p}^* \cdot \delta \mathbf{v} \, dS. \quad (2)$$

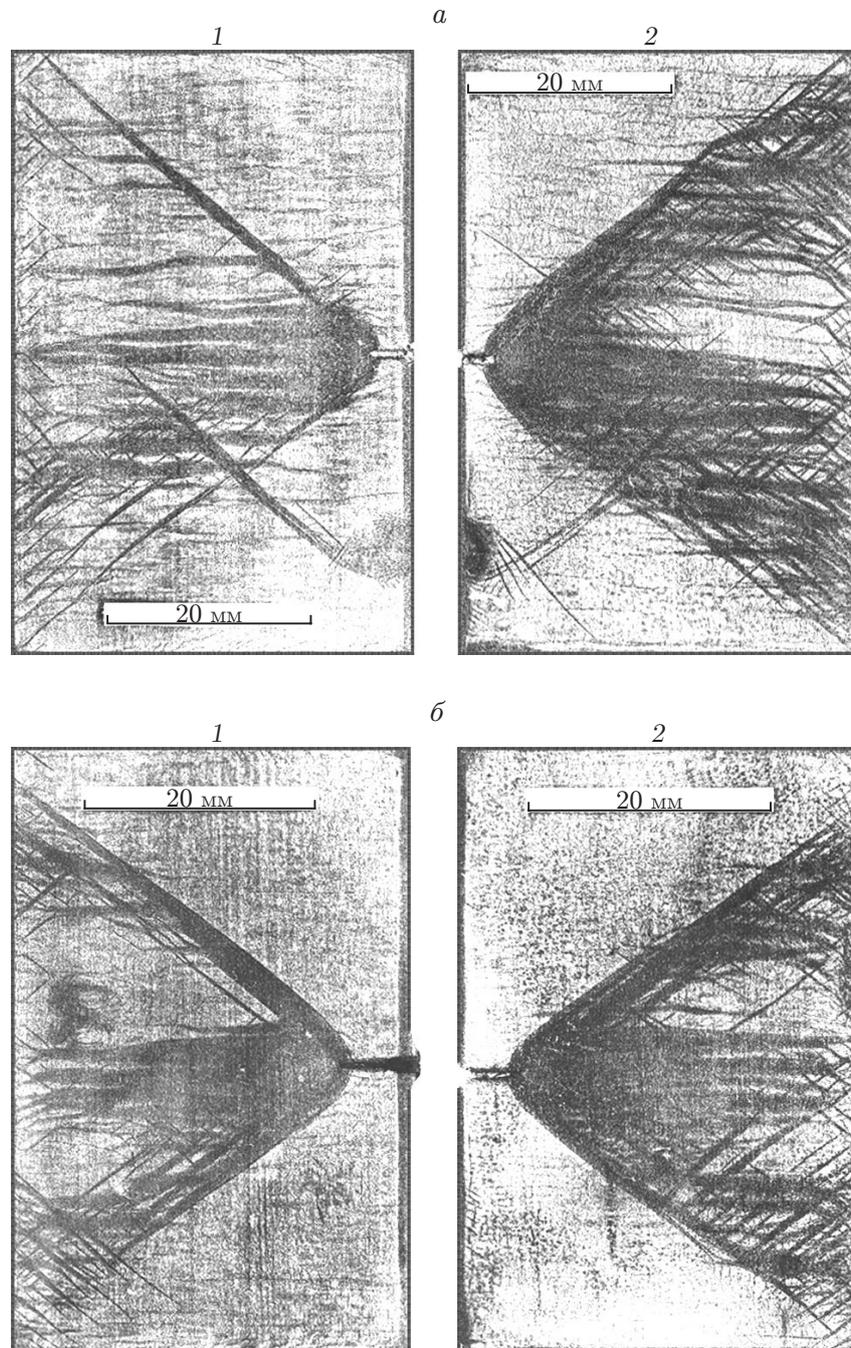


Рис. 3. Результаты испытаний на одноосное растяжение образцов с центральной внутренней трещиной различной длины:
a — $2l = 28,74$ мм, *б* — $2l = 41,32$ мм; 1, 2 — левая и правая окрестности вершины трещины в разрезанной пластине соответственно

Здесь $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}$ — вектор скорости; \mathbf{u} — вектор перемещения; d — симметричный тензор скорости деформаций; s — симметричный тензор напряжений Коши; V — область, занимаемая телом в текущей конфигурации; на замкнутой кусочно-гладкой границе $S = S_u \cup S_p$ ($S_u \cap S_p = \emptyset$) области V ставятся силовые граничные условия $\mathbf{n} \cdot \mathbf{s} = \mathbf{p}^*$ (на S_p) и кинематические граничные условия $\mathbf{v} = \mathbf{v}^*$ (на S_u); \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности S_p ; вариация вектора скорости $\delta \mathbf{v} = 0$ на участке границы S_u .

Кинематические соотношения (связь тензора скорости деформаций с тензором градиента скорости) имеют вид

$$d = (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T), \quad (3)$$

где $\nabla \mathbf{v}^T$ — тензор градиента скорости; ∇ — пространственный набла-вектор [12].

Определяющие соотношения для упругопластического материала записываются в виде

$$s^H = C : d, \quad (4)$$

где C — тензор четвертого ранга, компоненты которого в общем случае зависят от компонент тензоров напряжений и деформаций и их скоростей; s^H — производная Хилла тензора напряжений Коши, определяемая с помощью материальной производной этого тензора по формуле [12]

$$s^H = \dot{s} - w \cdot s + s \cdot w + s \operatorname{tr} d,$$

где $w = (\nabla \mathbf{v}^T - \nabla \mathbf{v})/2$ — кососимметричный тензор вихря.

Согласно теории пластического течения материала с изотропным упрочнением компоненты тензора C зависят от модуля Юнга материала E , коэффициента Пуассона ν , предела текучести при одноосном растяжении σ_T , модуля упрочнения E_t . На рис. 4 представлена диаграмма одноосного растяжения образца из упругопластического материала ($\varphi = \operatorname{arctg} E$, $\varphi_t = \operatorname{arctg} E_t$). Для диаграмм с четко выраженной площадкой текучести принимается $E_t = 0$, что соответствует модели идеального упругопластического материала.

Для того чтобы применить пошаговую процедуру интегрирования уравнений (2) по времени, выведем уравнения квазистатического деформирования твердых тел в приращениях. Считая шаг по времени Δt достаточно малым, предположим, что в момент времени t все искомые величины определены, т. е. уравнения (2) выполнены тождественно. Далее верхним индексом слева отмечены величины, определенные в момент времени t или $t + \Delta t$; знак Δ перед величиной означает ее приращение с момента времени t до момента времени $t + \Delta t$, например: $\Delta s = {}^{t+\Delta t}s - {}^t s$. Конфигурацию тела в момент времени t будем

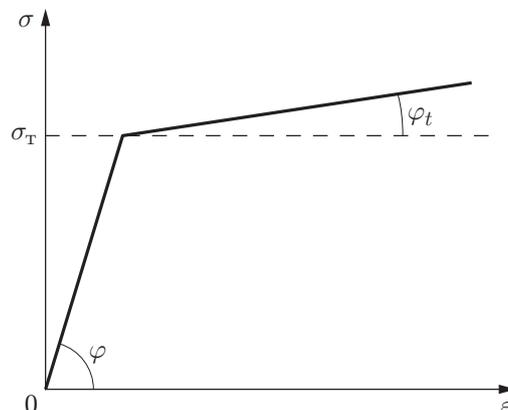


Рис. 4. Диаграмма деформирования упругопластического материала с упрочнением

рассматривать в качестве отсчетной. Линеаризуем уравнение баланса виртуальных мощностей (2) относительно этого момента времени с учетом соотношений (3), (4). Записывая уравнения (2) для момента времени $t + \Delta t$, после ряда преобразований (подробнее об этом см. [12]) получаем скалярное линеаризованное уравнение

$$\int_V \delta e : {}^t C : e dV + \frac{1}{2} \int_V {}^t s : \delta(\nabla \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T - 2e \cdot e) dV = \int_{S_p} {}^{t+\Delta t} \mathbf{p}^* \cdot \delta \tilde{\mathbf{u}} dS - \int_V {}^t s : \delta e dV, \quad (5)$$

где $\tilde{\mathbf{u}} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{u} - {}^t \mathbf{u}$; $e = (\nabla \tilde{\mathbf{u}} + \nabla \tilde{\mathbf{u}}^T)/2$; $\delta \tilde{\mathbf{u}} = 0$ на S_u .

Используя метод конечных элементов, получаем пространственную дискретизацию уравнения (5):

$$\delta \mathbf{U}^T {}^t K \Delta \mathbf{U} = \delta \mathbf{U}^T ({}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t \mathbf{F}). \quad (6)$$

Здесь $\Delta \mathbf{U}$ — вектор приращений узловых перемещений; ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R}$, ${}^t \mathbf{F}$ — векторы внешних и внутренних сил, определенные в моменты времени $t + \Delta t$ и t соответственно; ${}^t K$ — симметричная матрица касательной жесткости, определенная в момент времени t . В силу произвольности вектора $\delta \mathbf{U}$ скалярное уравнение (6) эквивалентно векторному уравнению

$${}^t K \Delta \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^t \mathbf{F}. \quad (7)$$

Определив вектор приращений узловых перемещений $\Delta \mathbf{U}$ из системы линейных уравнений (7), решение ${}^{t+\Delta t} \mathbf{U}$ для вектора узловых перемещений в момент времени $t + \Delta t$ можно определить по формуле

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{U} = {}^t \mathbf{U} + \Delta \mathbf{U}.$$

Это решение уточняется методом Ньютона — Рафсона до тех пор, пока вектор невязки ${}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i)}$ на i -й итерации не станет близким к нулевому вектору (в смысле евклидовой нормы) в пределах заданной относительной погрешности решения.

3. Результаты численного моделирования. Рассмотрим квадратную пластину толщиной 4 мм, шириной $w = 102$ мм с центральной внутренней трещиной длиной $2l = 30$ мм, подвергнутую осевому растяжению напряжениями σ (см. рис. 2). Вследствие наличия двух плоскостей симметрии при конечноэлементном анализе моделировалась 1/4 пластины. Расчетная область разбивалась равномерной сеткой на 255 000 четырехугольных элементов с длиной ребра, равной 0,1 мм. Предполагается, что пластина деформируется в условиях плоского напряженного состояния. Материал пластины — сталь марки Ст2сп — имеет следующие характеристики: $E = 202\,000$ МПа, $\nu = 0,25$, $\sigma_T = 340$ МПа, $E_t = 170$ МПа. Сравнительно небольшое упрочнение $E_t \approx 0,001E$ обеспечило сходимость итерационного процесса, что было невозможно при использовании модели идеально упругопластического материала. Внешняя нагрузка σ возрастает по линейному закону от нуля до σ_T за время $t_* = 1$. Под временем в квазистатических задачах понимается некоторый монотонно возрастающий параметр нагружения. При интегрировании уравнений квазистатического деформирования пластины по времени t в пакете MSC.Marc 2012 используется пошаговая процедура с автоматическим выбором величины шага Δt и уточнением решения на каждом шаге по времени с помощью итерационной процедуры метода Ньютона — Рафсона [11, 12].

На рис. 5 показано распределение эквивалентных пластических деформаций $\varepsilon^p = \sqrt{(2/3)\varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p}$ (трещина расположена в нижней левой части рис. 5). Рис. 5,а соответствует отношению номинального напряжения к пределу текучести $\sigma/\sigma_T = 0,66$. Видно, что форма пластической зоны в окрестности вершины трещины существенно отличается от формы,

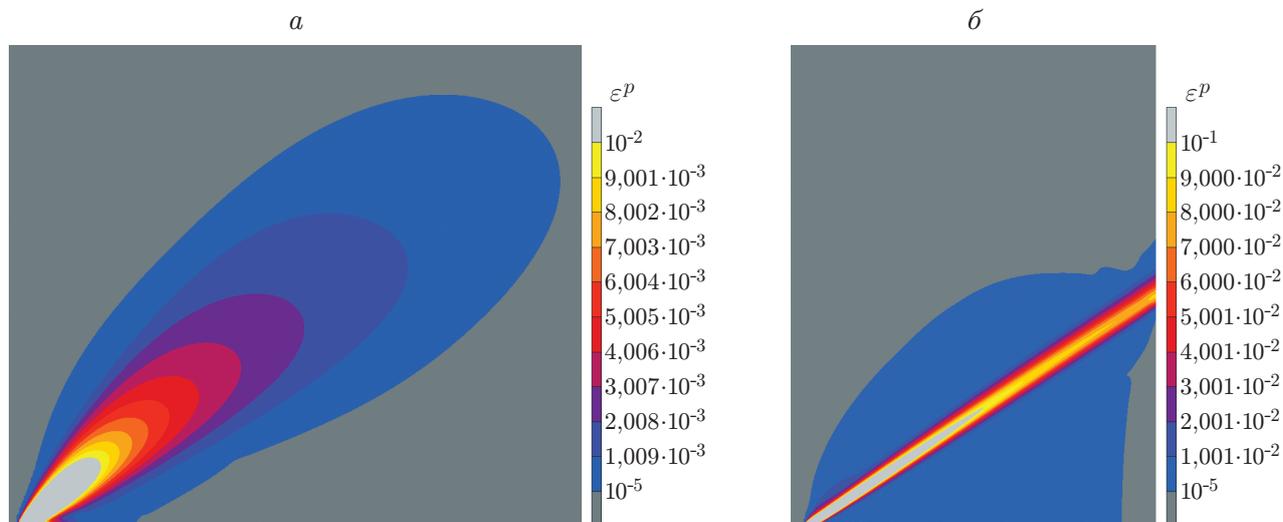


Рис. 5. Зона пластических деформаций в пластине с центральной трещиной:
a — $\sigma/\sigma_T = 0,66$, *б* — $\sigma/\sigma_T = 0,75$

приведенной на рис. 1, *б*. При дальнейшем увеличении нагрузки (см. рис. 5, *б*) узкая пластическая зона распространяется от вершины трещины к границе пластины под углом, равным 34° , что согласуется с приведенными в [8, 9] данными (см. рис. 3). Наблюдается локализация очень больших пластических деформаций (до 100 %) в узкой полосе шириной 1 мм.

Из представленных результатов следует, что в численных расчетах отсутствует система полос линий скольжения, полученных экспериментально (см. рис. 3). Это можно объяснить выбором модели изотропного однородного материала. Сталь марки Ст2сп не является углеродистой сталью высокого качества, поэтому разброс ее характеристик, таких как предел текучести и временное сопротивление, согласно ГОСТу достигает 20 % [13]. Следовательно, на формирование полос скольжения, выявляемых травлением в натуральных экспериментах, существенное влияние оказывает структурная неоднородность материала во всем объеме исследуемого образца.

Простейшим способом учета неоднородности материала в математической модели является представление распределения предела текучести по поверхности пластины в виде “шахматной доски”. “Шахматное” распределение нормальных и касательных напряжений на границе раздела разнородных сред в полях внешних воздействий обнаружено и теоретически обосновано в работе [14]. В наноструктурированных поверхностных слоях металлических монокристаллов пластическое течение при растяжении представляет собой распространение локализованных пластических деформаций, при этом на течение оказывает влияние “шахматное” распределение напряжений на границе этих слоев с подложкой [15]. Различие механических характеристик материалов приводит к периодическому чередованию на границе раздела сжимающих и растягивающих нормальных напряжений, что в свою очередь вызывает формирование полос пластического течения. Разобьем расчетную область на ячейки размером 1×1 мм, соответствующие двум материалам. Все характеристики материалов совпадают, кроме предела текучести: для одного материала $\sigma_{T1} = 340$ МПа, для другого $\sigma_{T2} = 380$ МПа. На рис. 6, *a* показано распределение эквивалентных пластических деформаций ε^p при $\sigma/\sigma_T = 0,75$. Видно, что сначала полоса пластических деформаций распространяется от вершины трещины по предпочтительному направлению, задаваемому структурой, под углом 45° , а затем отклоняется в направлении, соответствующем углу 34° (ср. с рис. 5, *б*).

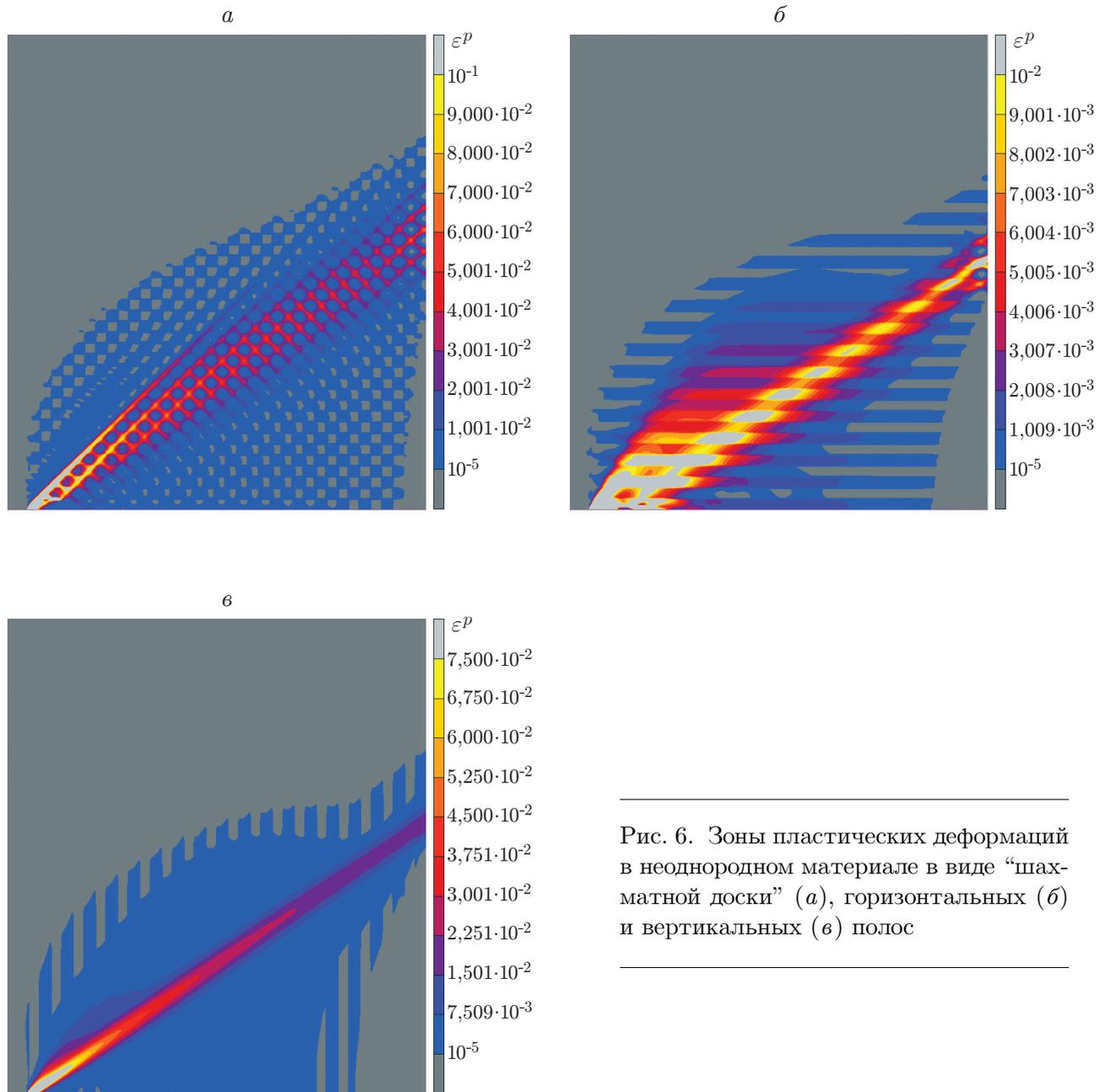


Рис. 6. Зоны пластических деформаций в неоднородном материале в виде “шахматной доски” (а), горизонтальных (б) и вертикальных (в) полос

Зададим структуру материала в виде полос с различными пределами текучести, моделируя анизотропию зерен металла, возникающую при прокатке. Полосы шириной 1 мм различаются только пределами текучести: $\sigma_{T1} = 340$ МПа, $\sigma_{T2} = 380$ МПа. На рис. 6,б показано распределение эквивалентных пластических деформаций ε^p при $\sigma/\sigma_T = 0,75$. В данном случае пластические деформации локализуются в полосах с меньшим пределом текучести, зоны пластичности выходят на границу пластины под углом, приблизительно равным 38° .

Поворачивая полосы на 90° , получим распределение пластических деформаций, показанное на рис. 6,в. Пластические деформации локализуются в узкой полосе, проникающей через полосы неоднородности материала с разными пределами текучести. Вблизи вершины

трещины расположена полоса материала с пределом текучести $\sigma_{T1} = 380$ МПа, материал следующей полосы имеет предел текучести $\sigma_{T2} = 340$ МПа. Направление полос неоднородности материала существенно влияет на развитие зон пластичности (ср. рис. 6, б, в). Несмотря на то что в обоих случаях нагрузки одни и те же, при распространении трещины вдоль полос зона пластичности в окрестности вершины трещины выражена более четко, т. е. использование материала, имеющего структуру с горизонтальными полосами, приводит к преждевременному исчерпанию несущей способности конструкции за счет больших пластических деформаций. В экспериментах установлено, что при растяжении образцов, вырезанных вдоль направления прокатки, величина пластической деформации обычно больше, чем при растяжении образцов, вырезанных поперек направления прокатки.

Заключение. В работе представлены результаты экспериментального исследования форм пластических зон для концентраторов напряжений в виде центральных внутренних трещин и проведено их сравнение с результатами численных расчетов методом конечных элементов. Предложена математическая модель, описывающая развитие зон пластических деформаций в окрестности вершины трещины в материале с неоднородным распределением предела текучести. Задача решалась с использованием нелинейных уравнений механики деформируемого твердого тела. Трудность решения данного класса задач заключается в необходимости одновременного учета как геометрической, так и физической нелинейности. При расчете геометрическая нелинейность учитывалась в полном объеме, в то время как физическая нелинейность — только частично. По-видимому, наиболее существенное влияние на процесс нелинейного деформирования оказывает разброс значений предела текучести стали марки Ст2сп [13], влияние других факторов, таких как изменение временного сопротивления и упрочнение, является несущественным. Даже при использовании такого достаточно грубого подхода удалось качественно описать влияние разброса значений предела текучести на развитие зон пластичности. Периодическое изменение предела текучести материала (“шахматное” распределение и система чередующихся горизонтальных (вертикальных) полос) позволило получить распределение полос локализованного сдвига, близкое к наблюдаемому в экспериментах. Полного совпадения результатов численного расчета и эксперимента можно добиться только при условии учета в математической модели всех особенностей деформационных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Корнев В. М., Кургузов В. Д.** Достаточный критерий разрушения в случае сложного напряженного состояния при непропорциональном деформировании материала в зоне предразрушения // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 6. С. 153–163.
2. **Корнев В. М.** Ветвление и излом траекторий трещин отрыва в поликристаллах // Физ. мезомеханика. 2003. Т. 6, № 5. С. 37–46.
3. **Корнев В. М.** Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 5. С. 153–161.
4. **Корнев В. М.** Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера — Новожилова) // Физ. мезомеханика. 2004. Т. 7, № 3. С. 53–62.
5. **Райс Дж.** Математические методы в механике разрушений // Разрушение. М.: Мир, 1975. Т. 2. С. 204–335.
6. **Броек Д.** Основы механики разрушения. М.: Высш. шк., 1980.
7. **Керштейн И. М.** Основы экспериментальной механики разрушения / И. М. Керштейн, В. Д. Ключников, Е. В. Ломакин, С. А. Шестериков. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1989.

8. **Махутов Н. А., Москвичев В. В., Козлов А. Г., Цыплюк А. Н.** Расчеты на трещиностойкость и эффекты пластического деформирования при наличии коротких трещин (обзор) // Завод. лаб. 1990. № 3. С. 48–56.
9. **Москвичев В. В., Козлов А. Г., Цыплюк А. Н.** Эффекты пластического деформирования и скорость роста усталостных трещин в зонах концентрации напряжений // Физ.-хим. механика материалов. 1992. № 3. С. 71–74.
10. **Коваленко В. С.** Металлографические реактивы: Справ. М.: Металлургия, 1981.
11. **MARC users guide. V. A. Theory and users information.** Santa Ana: MSC Software Corp., 2012.
12. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
13. **Анурьев В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя: В 3 т. М.: Машиностроение, 2001. Т. 1.
14. **Панин В. Е., Панин А. В., Моисеенко Д. Д.** “Шахматный” мезоэффект интерфейса в гетерогенных средах в полях внешних воздействий // Физ. мезомеханика. 2006. Т. 9, № 6. С. 5–15.
15. **Панин А. В.** Нелинейные волны локализованного пластического течения в наноструктурированных поверхностных слоях твердых тел и тонких пленках // Физ. мезомеханика. 2005. Т. 8, № 3. С. 5–17.

*Поступила в редакцию 25/VII 2013 г.,
в окончательном варианте — 27/XI 2013 г.*
