УДК 533.6.011.34+533.6.08

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В СЛЕДЕ ЗА КОНУСОМ

В. И. Запрягаев, И. Н. Кавун, С. П. Рыбак*, А. А. Пивоваров

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

* Ракетно-космическая корпорация "Энергия" им. С. П. Королева, 141070 Королев, Россия E-mails: zapr@itam.nsc.ru, i_k@list.ru, Sergey.Rybak@rsce.ru, pivovarov@itam.nsc.ru

Приведена методика восстановления газодинамических параметров газового потока по данным измерений поля скорости с помощью бесконтактного PIV-метода. Рассмотрено течение в следе за модельным одиночным соплом ракетного двигателя системы аварийного спасения в трансзвуковом (число Маха равно 0,85) режиме штатного полета ракеты с пилотируемым космическим аппаратом. Выполнено численное моделирование обтекания сопла с использованием RANS- и LES-методов. Проведено сравнение результатов, полученных по методике восстановления, с данными численного расчета и эксперимента.

Ключевые слова: струя, трансзвуковой поток, течение в следе, газодинамические параметры, ракетный двигатель системы аварийного спасения, метод лазерного ножа, визуализация, PIV-метод.

DOI: 10.15372/PMTF20220604

Введение. В современных аэрогазодинамических экспериментальных исследованиях применяются как давно зарекомендовавшие себя достаточно надежные методы, так и перспективные панорамные методы определения параметров потока. Все экспериментальные методы можно разделить на два типа: контактные (зондовые) и бесконтактные. Каждый метод имеет преимущества и недостатки, которые определяют его применимость при решении конкретной задачи. Так, при исследовании сверхзвуковых газовых струй со сложной ударно-волновой структурой течения установлено, что при наличии в потоке датчика давления или температуры возникают дополнительные возмущения, для учета которых требуется разработка и применение специальной методики. Бесконтактные методы наиболее востребованы в задачах, в которых применение контактных методов невозможно. Например, в струях ракетных двигателей температура торможения может достигать $1000 \,^{\circ}$ С и более. Исследование таких течений с помощью контактных методов существенно затруднено, поэтому актуальной задачей является разработка перспективных бесконтактных методов.

Одним из возможных направлений исследований является разработка методики восстановления полей газодинамических параметров по измеренным распределениям скоро-

Работа выполнена в рамках государственного задания (номер госрегистрации 121030500158-0) с использованием оборудования центра коллективного пользования "Механика".

[©] Запрягаев В. И., Кавун И. Н., Рыбак С. П., Пивоваров А. А., 2022

сти газового течения [1, 2]. В [3] исследовалась структура отрывного течения вблизи основания модели ракеты-носителя с помощью PIV-диагностики. В [4] приведена методика определения давления для численного моделирования локальных отрывных вихрей на основе данных, полученных с помощью PIV-метода и стробоскопической визуализации. Восстановление распределения давления с учетом пульсационных компонент скорости выполнено в работе [5]. В [6] представлены методика и результаты определения поля давления в задаче о взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем.

В настоящей работе описана методика восстановления параметров потока (давления, плотности и температуры), которая использовалась при исследовании обтекания модели сопла ракетного двигателя (РД) системы аварийного спасения (САС) космического корабля при числе Маха $M_{\infty} = 0.85$. В штатном режиме полета за соплами двигателей САС возникают зоны отрыва, которые формируют след, воздействующий на корпус аппарата, что требует определения структуры и характеристик потока в этом следе. В работе проверена возможность исследования отрывного течения в донной области с использованием бесконтактного метода. Приводятся данные о структуре отрывного течения, полученные с помощью метода измерения скорости в поле течения (PIV-метод), а также зондовых измерений профиля полного давления в следе за коническим телом, моделирующим внешний контур сопла РД САС. Данные эксперимента дополнены результатами численного моделирования, выполненного с использованием уравнений Рейнольдса (RANS) и метода крупных вихрей (LES).

Методика проведения эксперимента и численного расчета. Эксперимент проводился в струйном модуле аэродинамической трубы Т-326 Института теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН. Экспериментальное оборудование и методы измерений описаны в [7, 8].

Для формирования внешнего потока использовалось конвергентное осесимметричное сопло с профилем Витошинского, задаваемым формулой

$$r(x) = R_a / \sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{s}\right) \frac{(1 - (x/L)^2)^2}{(1 + (x/L)^2)^3}},$$

где x, r — осевая и радиальная координаты профиля; $s = (R_{in}/R_a)^2 = 2,15$ — степень поджатия сопла; $R_{in} = 44$ мм — радиус входного сечения сопла; $R_a = 30$ мм — радиус выходного сечения; L = 150 мм — длина профилированного участка сопла.

В сопле на державке диаметром 3 мм с пилоном установлена модель сопла РД САС в виде конуса с полууглом раствора 20° и радиусом основания $R_c = 12$ мм (рис. 1).

На рис. 2, *a* приведена шлирен-фотография исследуемого течения (экспозиция 4 мкс). Дозвуковой поток (расчетное число Маха на выходном срезе сопла Витошинского $M_a = 0,85$) натекает на коническое тело, моделирующее неработающее сопло РД САС. За этим телом формируется область отрыва, показанная на рис. 2, *б*. Струйное течение в окрестности области отрыва сопровождается значительными пульсациями скорости, что приводит к появлению мгновенных случайных локальных скачков уплотнения (стрелки 4 на рис. 2, *a*), которые наблюдались также в [9, 10].

На рис. $2, \delta$ показана структура обтекающего модель сопла дозвукового потока, состоящего из следующих основных областей: невозмущенного потока, слоев смешения и отрывной зоны за моделью сопла. В соответствии с рис. 2, a на схеме показаны слабые нестационарные скачки уплотнения 4.

Число Рейнольдса, определенное по внутреннему диаметру сопла Витошинского, равно $\text{Re}_d = 1, 1 \cdot 10^6$. Отношение давления в форкамере аэродинамической установки к давлению в рабочей части поддерживалось постоянным: $N_{pr} = p_0/p_e = 1, 6$.



Рис. 1. Модель сопла РД САС: 1 — сопло Витошинского, 2 — коническое сопло, 3 — осевая державка, 4 — пилон

Описание устройства для засева потока микрочастицами, схемы эксперимента и принципа работы PIV-метода приведено в [7].

При использовании PIV-метода на этапе обработки изображений окна, на которые разбиваются исходные фотографии, выбираются различного размера; размер окон зависит от характера течения. В градиентных потоках со слоями смешения или локальными отрывными зонами размер окна (области, определяющей пространственное разрешение метода) выбирается насколько возможно малым для корректного определения градиентной структуры течения. Однако с уменьшением размера окна уменьшается вероятность определения корреляции между парами фотографий, что приводит к появлению ошибочных, не соответствующих реальным по направлению и амплитуде векторов скорости. Вследствие этого результаты определения скорости с помощью данного метода требуют независимой проверки. В настоящей работе достоверность данных, полученных с помощью PIV-метода, проверялась путем сравнения с результатами, полученными с помощью трубки Пито.

Для сравнения с данными эксперимента был проведен численный расчет с использованием программного пакета ANSYS Fluent. Газодинамические параметры на границе расчетной области (в выходном сечении сопла и в затопленном пространстве вне струи) соответствуют экспериментальным. С использованием $(k-\omega)$ -SST-модели турбулентности (RANS-расчет) решались пространственные уравнения Рейнольдса. Уравнение состояния представляет собой уравнение Менделеева — Клапейрона. Вязкость газа рассчитывалась по формуле Сазерленда, теплопроводность — по формуле Эйкена. Также был проведен трехмерный расчет с использованием метода моделирования крупных вихрей (LES-расчет). В качестве начального приближения использовались результаты RANSрасчета. Применялась модель расчета подсеточной вязкости Смагоринского — Лилли. RANS-расчет выполнен со вторым порядком точности аппроксимации газодинамических параметров потока, LES-расчет — с третьим порядком точности.

Геометрия расчетной области показана на рис. 3. Приведенные на рис. 4 фрагменты области дают представление о структуре разностной сетки в окрестности сопла и конуса. Использовалась структурированная шестигранная сетка с общим количеством ячеек в расчетной области 7,3 · 10⁶.







Рис. 2. Шлирен-фотография (a) и схема течения в следе за моделью сопла РД САС (δ):

1— профилированное сопло, 2 — пилон, 3 — коническое сопло, 4 — нестационарные скачки уплотнения, S — зона отрыва, стрелки — направление потока



Рис. 3. Геометрия расчетной области: *a* — продольное сечение, *б* — поперечное сечение



Рис. 4. Фрагменты расчетной сетки

При наличии значительных пульсаций в сдвиговых слоях можно получить приемлемое качество численного решения без лишнего сгущения сетки в зонах смешения. Сравнение вычисленного в LES-расчете уровня пульсаций полного давления в слое смешения струи с измеренным в эксперименте уровнем показало, что они удовлетворительно согласуются (172÷177 дБ и 172÷175 дБ соответственно). Это свидетельствует о достаточном сеточном разрешении данных областей. Результаты, полученные с помощью RANS-модели, также достаточно близки к экспериментальным значениям пульсаций полного давления в этой области (в диапазоне 174÷183 дБ), при этом структура течения в области за конусом и в следе за ней отличается от полученной в LES-расчете.

Методика определения поля давления по полю скорости. Поля давления определялись по методике восстановления параметров потока, описанной в работе [1].

Следует отметить, что при проведении эксперимента по определению поля скорости в струйном модуле T-326 в качестве микрочастиц, которыми засеивается исследуемый поток, используется конденсированная паровая фаза полигликоля. Газовая фаза нагретого при испарении полигликоля [7] подается в форкамеру установки, в которой смешивается с воздухом и остывает, образуя микрокапли — частицы, предназначенные для засеивания потока. Далее из форкамеры по подводящей трубе (ресиверу) двухфазная смесь (полигликоль — воздух) подается в рабочую часть трубы (камеру Эйфеля) и истекает через сопло Витошинского, образуя дозвуковое течение.

Ресивер длиной порядка 1,5 м выполнен из стали и расположен горизонтально. При движении смеси со скоростью порядка 30 м/с под действием гравитации происходит стратификация капель полигликоля, более тяжелые капли концентрируются вблизи нижней части ресивера. Кроме того, горячие капли при контакте с поверхностью ресивера конденсируются на стенке и стекают вниз. Под воздействием вязкости воздуха эта жидкость увлекается и истекает через сопло, формируя в нижней части струи отдельные наиболее крупные капли жидкости. В результате измеренное по частицам поле скорости не имеет осевой симметрии — измеренная по фотографиям скорость потока в нижней части струи отличается от скорости в ее верхней части, толщина слоя смешения в верхней и нижней частях также различаются. Это следует учитывать при разработке методики восстановления параметров потока.

Измеренное с помощью PIV-метода поле скорости представляет собой входные данные при решении уравнения сохранения количества движения. Далее принимаются следующие допущения.

Во-первых, диссипацией энергии в области измерений пренебрегается. В качестве уравнений сохранения количества движения, из решения которых находится поле статического давления, приняты двумерные уравнения Эйлера. Выбор этих уравнений обусловлен тем, что экспериментальные данные получены с помощью PIV-метода для диаметральной плоскости струи, поэтому целесообразно решать двумерные осесимметричные уравнения сохранения. В этом случае для уравнений Навье — Стокса или Рейнольдса требуется определить ось симметрии задачи, что затруднительно сделать на основе данных эксперимента. В то же время двумерные уравнения Эйлера имеют одинаковый вид как для плоского, так и для осесимметричного случая, что значительно упрощает методику расчета. Целью настоящей работы является проверка возможности использования данного допущения при исследовании вязкого течения. Следует отметить, что при использовании уравнений Эйлера в данной работе влияние вязкости газа учитывается в исходных данных (поле скорости), полученных на основе результатов эксперимента. Вследствие отсутствия вязкостных членов в уравнениях сохранения возникает ошибка при определении давления в слоях смешения, а в ядре струйного потока их влиянием можно пренебречь. В работе проверялось, насколько эта ошибка практически значима.

Во-вторых, течение полагается адиабатическим, т. е. температура торможения во всем струйном потоке, включая слой смешения, имеет постоянное значение.

Учитывая приведенные упрощения, уравнения сохранения количества движения можно представить в форме уравнений Эйлера для двумерного стационарного сжимаемого течения с учетом уравнения сохранения энергии в виде уравнения Бернулли и уравнения состояния идеального газа Менделеева — Клапейрона:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \qquad u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}; \tag{1}$$

$$c_p T + V^2 / 2 = c_p T_0; (2)$$

$$p = \rho RT. \tag{3}$$

Здесь u_x, u_y — продольная и поперечная компоненты вектора скорости; ρ — плотность воздуха; p — статическое давление; T — статическая температура; T_0 — полная температура; $c_p = 1004 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ — теплоемкость воздуха при постоянном давлении; $R = 287 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ — газовая постоянная для воздуха. С использованием выражений (2), (3) система уравнений (1) преобразуется в следующие уравнения:

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{1}{p} R \left(T_0 - \frac{1}{c_p} \frac{u_x^2 + u_y^2}{2} \right) \frac{\partial p}{\partial x},$$
$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{1}{p} R \left(T_0 - \frac{1}{c_p} \frac{u_x^2 + u_y^2}{2} \right) \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Статическое давление в потоке обезразмерено с использованием давления p_e в затопленном пространстве:

$$\frac{\partial \left(\ln\left(p/p_e\right)\right)}{\partial x} = -\left[R\left(T_0 - \frac{1}{c_p}\frac{u_x^2 + u_y^2}{2}\right)\right]^{-1}\left(u_x\frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}\right),\\ \frac{\partial \left(\ln\left(p/p_e\right)\right)}{\partial y} = -\left[R\left(T_0 - \frac{1}{c_p}\frac{u_x^2 + u_y^2}{2}\right)\right]^{-1}\left(u_x\frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}\right).$$
(4)

Для удобства из системы (4) было выбрано второе уравнение, в котором газодинамические параметры вычислялись в поперечном направлении. Известно, что в этом случае значение статического давления на границе области интегрирования равно давлению в камере Эйфеля струйного модуля Т-326 ИТПМ СО РАН. Статическое давление в окружающем струю затопленном пространстве полагается постоянным для всей области течения и измеряется в ходе эксперимента.

Выражение для относительного статического давления имеет вид

$$\ln\left(\frac{p}{p_e}\right) = -\frac{1}{R} \int_{y_e}^{y} \left(T_0 - \frac{1}{c_p} \frac{u_x^2 + u_y^2}{2}\right)^{-1} \left(u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y}\right) \, dy$$

Производные в подынтегральном выражении можно представить в виде конечных разностей. Эти производные определены с использованием явной схемы Эйлера первого порядка точности:

$$\frac{\partial u_x^{(i,j)}}{\partial x} = \frac{\partial u_x^{(i+1,j)} - \partial u_x^{(i,j)}}{\Delta x} \frac{\partial u_x^{(i,j)}}{\partial y} = \frac{\partial u_x^{(i,j+1)} - \partial u_x^{(i,j)}}{\Delta y},$$
$$\frac{\partial u_y^{(i,j)}}{\partial x} = \frac{\partial u_y^{(i+1,j)} - \partial u_y^{(i,j)}}{\Delta x} \frac{\partial u_y^{(i,j)}}{\partial y} = \frac{\partial u_y^{(i,j+1)} - \partial u_y^{(i,j)}}{\Delta y}.$$

Далее интеграл представляется в виде суммы

$$\ln\left(\frac{p(x^{(i,j)}, y^{(i,j)})}{p_e}\right) = -\frac{1}{R} \sum_{k=1}^{j} F(x^{(i,k)}, y^{(i,k)}) \,\Delta y,$$

где

$$F(x^{(i,k)}, y^{(i,k)}) = \left(T_0 - \frac{1}{c_p} \frac{(u_x^{(i,k)})^2 + (u_y^{(i,k)})^2}{2}\right)^{-1} \left(u_x^{(i,k)} \frac{\partial u_y^{(i,k)}}{\partial x} + u_y^{(i,k)} \frac{\partial u_y^{(i,k)}}{\partial y}\right).$$

Число Маха находится по формуле

$$M = \frac{V}{\sqrt{kRT}}.$$

Полное давление вычисляется из соотношения для изоэнтропического течения

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \,\mathrm{M}^2\right)^{k/(k-1)}.\tag{5}$$

Результаты исследования. На первом этапе для проверки применимости метода восстановления газодинамических параметров исследовалось поле течения свободной трансзвуковой струи. В таком течении статическое давление внутри струи должно быть равно давлению p_e в окружающем струю пространстве. Поле относительной средней скорости течения, полученное с использованием PIV-метода, показано на рис. 5, *a*. Результаты



Рис. 5. Поле относительной средней скорости потока в струе, полученное с помощью PIV-метода (a), поле относительного полного давления, восстановленное по данным PIV-измерений (δ), осевое распределение относительной средней скорости (e), осевое распределение относительного полного давления (z), профили относительной средней скорости в характерных радиальных сечениях ($1 - x/R_a = 0.5, 2 - x/R_a = 1.5, 3 - x/R_a = 3.5$) (d) и профили относительного полного давления в сечении $x/R_a = 1.5$, полученные с помощью PIV-метода (4) и трубки Пито (5) (e)



Рис. 6. Поле относительной средней скорости потока, полученное с использованием PIV-метода (*a*), и поле относительного полного давления, полученное с помощью трубки Пито (δ), при $M_a = 0.85$, $N_{pr} = 1.6$

PIV-измерений получены путем осреднения 100 пар фотографий для свободной струи и 145 пар фотографий для струи с установленным на оси симметрии потока единичным модельным соплом. Основными элементами структуры струи являются потенциальное ядро потока и слой смешения. Максимальная скорость потока зарегистрирована в области ядра струи, также наблюдается развитие слоя смешения на границе струи. На рис. 5,6 показано продольное распределение относительной средней скорости вблизи геометрической оси струи (горизонтальная линия на рис. 5,*a*), а на рис. 5,*d* — поперечные распределения и траких струи $x/R_a = 0.5$; 1,5; 3,5. Радиальные профили имеют вид, подобный распределениям скорости для дозвуковой свободной струи [10].

Восстановленное по данным измерений с помощью PIV-метода из формулы (5) поле относительного полного давления приведено на рис. 5,6. Интегрирование проводилось вдоль вертикальных линий сверху вниз. Распределение относительного полного давления вдоль оси струи показано на рис. 5,*г.* Видно, что погрешность восстановленного значения давления в окрестности оси струи увеличивается от выходного сечения сопла в продольном направлении, достигая 2,5 % среднего значения при $x/R_a > 2,5$. На рис. 5,*е* приведены радиальные профили относительного полного давления в сечении $x/R_a = 1,5$, полученные с использованием PIV-метода и трубки Пито. Все данные на рис. 5 получены при $M_{\infty} = 0,85, N_{pr} = 1,6.$

Поле значений относительной средней продольной скорости потока за моделью сопла, полученное с использованием PIV-метода, приведено на рис. 6, *a*. За моделью сопла вблизи оси потока прослеживается локальная область возвратного течения. Максимальная средняя скорость потока в направлении против основного течения составляет 60 м/с. Распределение полного давления, полученное с помощью трубки Пито, приведено на рис. 6, δ , на котором можно выделить зону слабого разрежения, где регистрируется возвратное течение. При сравнении с полем скорости наблюдается различие положений границ области обратных течений (см. рис. 6, *a*), обусловленное выбором размера окна, в котором ищется корреляция между парами фотографий.



Рис. 7. Поле относительного полного давления, определенное с помощью PIVметода (a), и распределение относительного полного давления вдоль оси, полученное с помощью различных методов (δ) :

1 — PIV-метод, 2 — LES-метод, 3 — RANS-метод, 4 — трубка Пито

Поле относительного полного давления, определенное с помощью PIV-метода, показано на рис. 7, *а*. Минимальное значение относительного полного давления зарегистрировано в отрывной зоне за моделью сопла и равно 0,9. На рис. 7, *б* представлено распределение относительного полного давления на оси струи [11]. Приведены значения, восстановленные по данным PIV-метода, измеренные с помощью трубки Пито, а также вычисленные с применением LES- и RANS-методов. Результаты, полученные с использованием метода RANS, являются заниженными, что может быть обусловлено влиянием выбранной в расчете модели турбулентности. Данные расчета с использованием LES-метода лучше согласуются с распределениями полного давления, измеренного трубкой Пито и полученного с использованием PIV-метода. Видно, что профили восстановленного и измеренного трубкой Пито относительного полного давления удовлетворительно согласуются (максимальные значения полного давления различаются не более чем на 10 %).

На рис. 8 показаны профили относительного полного давления в различных поперечных сечениях за конусом, полученные по данным непосредственного измерения, с помощью PIV-метода и численного расчета [10]. Наблюдается несимметричность восстановленного профиля по сравнению с данными измерений трубкой Пито и результатами расчета. Модель RANS дает заниженные значения в области возвратного течения. На рис. 8 видно, что структура течения, полученная путем LES-расчета, более близка к структуре течения вдоль оси потока. Измеренные с помощью трубки Пито значения давления в рассматриваемой области отличаются от результатов LES-расчета, что обусловлено противоположным направлением потока, при этом полученный в данной локальной зоне профиль относительного полного давления приближенно соответствует профилю статического давления.

Представленные результаты показывают, что метод восстановления поля давления по измеренному с помощью PIV-метода полю скорости представляет интерес для практического применения при исследовании осесимметричных вязких сжимаемых течений. Метод можно применять при решении задач, когда использование более точных контактных методов не представляется возможным или целесообразным. Предложенный метод позволяет получить полную картину течения (структура (в данном случае геометрия начального участка струи), толщина слоя смешения, размер области возвратного течения



Рис. 8. Радиальные профили относительного полного давления в сечениях $x/R_c = 2,42$ (a) и $x/R_c = 13,08$ (б), полученные с помощью различных методов: 1 — PIV-метод, 2 — LES-метод, 3 — RANS-метод, 4 — трубка Пито

и т. д.) и полные газодинамические данные (распределения в пространстве числа Маха, давления, плотности, температуры). Повысить точность получаемых результатов можно путем перехода к решению не дифференциальных, а интегральных соотношений, а также комбинированному использованию различных экспериментальных методов [12].

Заключение. В работе представлены результаты исследований структуры трансзвукового течения (M = 0,85) за моделью сопла РД САС с использованием методики определения полей газодинамических параметров на основе измерений скорости с помощью PIV-диагностики. Показана практическая применимость методики для исследования струйных и отрывных течений.

ЛИТЕРАТУРА

- van Oudheusden B. W., Scarano F., Roosenboom E. W. M., et al. Evaluation of integral forces and pressure fields from planar velocimetry data for incompressible and compressible flows // Experiments Fluids. 2007. V. 43. P. 153–162.
- van Oudheusden B. W. Principles and application of velocimetry-based planar pressure imaging in compressible flows with shocks // Experiments Fluids. 2008. V. 45. P. 657–674.
- van Gent P., Payanda Q., Brust S., et al. Experimental study of the effects of exhaust plume and nozzle length on transonic and supersonic axisymmetric base flows // Proc. of the 7th Europ. conf. for aeronautics and space sciences (EUCASS), Milan (Italy), 3–6 July 2017. S. l., 2017. P. 1–15. DOI: 10.13009/EUCASS2017-657.
- van Gent P. L., Michaelis D., van Oudheusden B. W., et al. Comparative assessment of pressure field reconstructions from particle image velocimetry measurements and Lagrangian particle tracking // Experiments Fluids. 2017. V. 58, N 33. P. 1–23.
- van Gent P. L., van Oudheusden B. W., Schrijer F. F. J. Determination of mean pressure from PIV in compressible flows using the Reynolds-averaging approach // Experiments Fluids. 2018. V. 59, N 41. P. 1–14.
- Поливанов П. А. Расчет полей давления на основе PIV-измерений для сверхзвуковых потоков // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 821–824.

- 7. Бойко В. М., Достовалов А. В., Запрягаев В. И. и др. Исследование структуры сверхзвуковых неизобарических струй // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 2010. Т. 41, № 2. С. 44–58.
- 8. Запрягаев В. И., Киселев Н. П., Пивоваров А. А. Газодинамическая структура осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2015. № 1. С. 95–107.
- Травин А. К., Стрелец М. Х., Шур М. Л. и др. Расчетно-экспериментальное исследование турбулентного отрывного обтекания конуса трансзвуковым потоком // Струйные, отрывные и нестационарные течения: Тез. докл. 25-го Всерос. семинара с междунар. участием, Санкт-Петербург (Россия), 11–14 сент. 2018 г. СПб.: ИНФО-ДА, 2018. С. 225–227.
- 10. **Абрамович Г. Н.** Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гришович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова. М.: Наука, 1984.
- Zapryagaev V. I., Kavun I. N., Pivovarov A. A. Determination of the gas-dynamic flow parameters by the PIV measurements // Proc. of the 19th Intern. conf. on the methods of aerophys. research, Novosibirsk (Russia), 13–19 Aug. 2018. N. Y.: AIP Publ., 2018. V. 2027, N 1. 040006.
- 12. Kavun I. N., Menshchikova I. V., Pivovarov A. A. Reconstruction of the supersonic underexpanded jet flow parameters by the velocity and total pressure fields measurements results // AIP Conf. Proc.: High-energy processes in condensed matter (HEPCM-2019): Proc. of the 26th conf. on high-energy processes in condensed matter, dedicated to the 150th anniversary of the birth of S. A. Chaplygin, Novosibirsk (Russia), 3–5 Apr. 2019. S. l.: AIP Publ., 2019. V. 2125. 030057.

Поступила в редакцию 2/IX 2020 г., после доработки — 21/IV 2022 г. Принята к публикации 25/IV 2022 г.