



**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО ПРОЦЕССА В ФТОРОПЛАСТОВЫХ  
УПЛОТНЕНИЯХ ВРАЩАЮЩЕГО ВАЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ПРЕДЕЛЬНЫХ НАГРУЗОЧНО-СКОРОСТНЫХ РЕЖИМОВ**

**Н. П. Старостин, М. А. Васильева**

*Институт проблем нефти и газа СО РАН, E-mail: eowa@mail.ru,  
ул. Автоторожная 20, г. Якутск 677007, Республика Саха (Якутия), Россия*

Рассмотрены математические модели для расчета нестационарного температурного поля в манжетном уплотнении вращающего вала. Методом конечных элементов проведено сравнение математических моделей теплового процесса с различными допущениями, при этом функция фрикционного тепловыделения моделируется множеством сосредоточенных источников тепла. Для уплотнения из наполненного фторопласта-4 показана справедливость допущения об отводе практически всей теплоты, выделившейся в результате трения, в стальной вал. Показано, что для уплотнений, работающих в условиях низких температур окружающего воздуха, необходимо учитывать зависимость теплофизических свойств материала уплотнения от температуры. Предложена методика определения нагрузочно-скоростных режимов полимерных уплотнений вращающегося вала по температурному ограничению с учетом зависимости теплофизических свойств от температуры и коэффициентов теплообмена от скорости скольжения.

*Математическое моделирование, температура, уплотнения, фторопласт, скорость вращения вала, теплообмен, контакт*

**SIMULATION OF THERMAL PROCESS IN FLUOROPLASTIC  
SEALS OF THE ROTARY SHAFT FOR DETERMINING LIMITING LOAD-SPEED MODES**

**N. P. Starostin and M. A. Vasil'eva**

*Institute of Oil and Gas Problems, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
E-mail: eowa@mail.ru, ul. Avtodorozhnaya 20, Yakutsk 677007, Republic of Sakha (Yakutia), Russia*

The paper discusses the mathematical model for calculating a nonstationary temperature field in the lip seal of rotary shaft. Finite element method is used to compare mathematical models of thermal process with various assumptions. At the same time, function of frictional heat generation is modeled by set of concentrated heat sources. For a seal of filled fluoroplast-4, the validity of assumption on removing almost all heat released by friction into a steel shaft is shown. Calculations show that for seals operating in low temperature conditions, it is necessary to consider dependence of thermophysical properties of sealing material on temperature. A procedure is proposed for determining the load-speed regimes of polymer seals of rotary shaft according to temperature limiting, considering dependence of thermophysical properties on temperature and heat exchange coefficients on sliding speed.

*Mathematical modeling, temperature, seals, fluoroplastic, shaft rotation speed, heat exchange, contact*

Уплотнения используются в оборудовании, машинах горнодобывающей, сельскохозяйственной, строительной промышленности. Одним из основных параметров работоспособности уплотнений из композиционных материалов на основе фторопласта является температура. Расчеты теплового режима позволяют выбирать скорости скольжения и давления в уплотнениях

по температурному лимитирующему условию. При создании перспективных уплотнений из полимерных материалов точность определения нагрузочно-скоростных режимов во многом зависит от используемой в расчетах математической модели. Зачастую температуру в зоне трения уплотнения вычисляют по приближенным формулам, полученным при упрощающих допущениях, основным из которых является допущение, что вся теплота, выделившаяся в результате трения, отводится в вал [1]. При учете теплоотвода в манжету уплотнения вводят коэффициенты распределения тепловых потоков, пропорциональные теплопроводностям материалов вала и манжеты [2]. При этом зависимость теплофизических характеристик полимерного материала уплотнения от температуры не учитывается. Расчетное определение температур в уплотнениях при различных допущениях рассматривалось в работах [3–5].

Целью данной работы является сравнительный анализ распределения температур в уплотнениях, рассчитанных при различных допущениях, и выбор подходящей модели для определения предельных нагрузочно-скоростных режимов по температурному лимитирующему условию.

Рассмотрим манжетное уплотнение вала, расчетные схемы теплового процесса которого представлены на рис. 1. Металлический вал совершает вращательное движение с линейной скоростью  $v$ , манжета неподвижна. В результате трения в зоне контакта выделяется теплота с удельной интенсивностью  $Q$ . На правом конце вала задается постоянная температура  $T_0$ , на остальных свободных поверхностях вала и манжеты — условия конвективного теплообмена с воздухом с коэффициентом  $\alpha_1$  и рабочей жидкостью с коэффициентом  $\alpha_2$ .

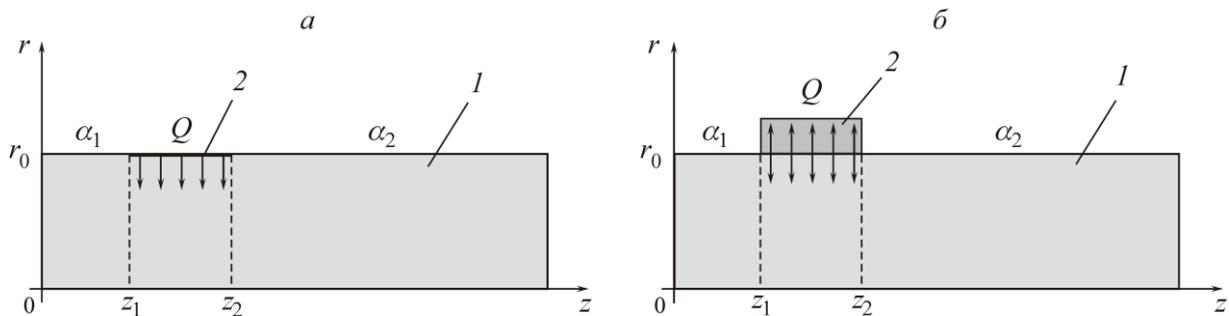


Рис. 1. Расчетная схема теплового режима: *a* — без учета; *б* — с учетом теплоотвода в манжету (*1* — вал; *2* — манжета)

Нестационарное температурное поле в вале и в манжете уплотнения вращающего вала в осесимметричной постановке описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах [6]

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad r, z \in D, \quad 0 < t \leq t_m \quad (1)$$

с однородным начальным условием:

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad (2)$$

где  $c$  — теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $T$  — температура, °С;  $t$  — время, с;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  $r, z$  — цилиндрические координаты, м;  $t_m$  — конечное расчетное время, с;  $D$  — расчетная область.

На свободных границах вала и манжеты  $\Gamma$  задается условие конвективной теплоотдачи:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \alpha_i (T|_{\Gamma} - T_0), \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  — коэффициенты теплоотдачи от внешних поверхностей в окружающий воздух и рабочую жидкость;  $n$  — нормаль.

В зоне трения на границе  $\Gamma_Q = \{r = r_0, z: z_1 \leq z \leq z_2\}$  в модели 1 (рис. 1а) условие фрикционного тепловыделения задается в виде [7]:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_Q} = Q(z, t), \quad (4)$$

в модели 2 (рис. 1б) — в виде [8, 9]:

$$\lambda_y \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0+0} - \lambda_B \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0-0} = Q(z, t), \quad z_1 \leq z \leq z_2, \quad (5)$$

$$T(r_0+0, z, t) - T(r_0-0, z, t) = 0, \quad z_1 \leq z \leq z_2.$$

На правом конце вала задано условие

$$T(r, z, 0) = T_0. \quad (6)$$

Поставленная задача (1)–(6) по определению температурного поля решается с использованием метода конечных элементов [10, 11]. Вариационная задача для каждого временного слоя ставится следующим образом: найти такую  $T$ , при которой

$$a(T^{n+1}, v) = L(v), \quad (7)$$

где

$$a(T^{n+1}, v) = \frac{2\pi}{\tau} \int_D rc \rho T^{n+1} v dr dz + 2\pi \int_D r (\lambda \text{grad} T^{n+1}, \text{grad} v) dr dz + 2\pi \int_{\Gamma} r \alpha_i T^{n+1} v ds,$$

$$L(v) = \frac{2\pi}{\tau} \int_D rc \rho T^n v dr dz + 2\pi \int_{\Gamma} r \alpha_i T_0 v ds + 2\pi \delta(r - r_0) \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_Q} r \delta(z_i) Q(z_i, t) v dr dz,$$

$\delta$  — дельта-функция.

Численное решение задачи (7) осуществлялось с помощью библиотеки вычислительного пакета FEniCS [11]. Для построения геометрии области и генерации неструктурированной сетки применялась программа GMSH [12]. Визуализация распределений температур выполнялась с использованием программы Paraview [13].

Моделирование температурных полей проводилось для вала с диаметром 3 см, длиной 20 см и манжеты уплотнения с шириной 1 см, толщиной 1.5 мм. Теплофизические свойства материала вала и уплотнения принимались следующими: коэффициенты теплопроводности  $\lambda_B = 30.98$ ,  $\lambda_y = 0.34$  Вт/(м·К), объемные теплоемкости  $c_B \rho_B = 5.19 \cdot 10^6$ ,  $c_y \rho_y = 2.02 \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·К). Мощность фрикционного тепловыделения  $Q = 22.6$  Вт, коэффициент трения  $f = 0.05$ , температура окружающего воздуха  $T_0 = 20$  °С. Коэффициенты теплоотдачи в окружающую среду (воздух или жидкость) определялись по формуле [14]

$$\alpha_i = \text{Nu} \frac{\lambda_i}{\pi r_0}, \quad \text{Nu} = C \text{Re}^m, \quad \text{Re} = \frac{v \pi r_0}{\nu_i}, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

где  $v$  — скорость скольжения вала, м/с;  $\nu_i$  — кинетическая вязкость, м<sup>2</sup>/с; индексы  $i = 1$  — для воздуха,  $i = 2$  — для жидкости. Значения коэффициентов  $C$  и  $m$  в формуле (8) выбирались по таблице. В качестве жидкости использовалось масло АМГ-10. Теплофизические характеристики для расчета коэффициента теплообмена [15]:  $\lambda_1 = 0.0259$ ,  $\lambda_2 = 0.1192$  Вт/(м·К),  $\nu_1 = 15.06 \cdot 10^{-6}$ ,  $\nu_2 = 21 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Re	5 – 80	80 – 5·10 <sup>3</sup>	(0.5 – 5)·10 <sup>4</sup>	> 5·10 <sup>4</sup>
C	0.81	0.695	0.197	0.023
m	0.40	0.40	0.60	0.80

Удельное тепловыделение при трении вычислялось по формуле

$$Q = fpvS, \quad (9)$$

где  $f$  — коэффициент трения;  $p$  — контактное давление, Па;  $S$  — номинальная площадь контакта, м<sup>2</sup>. Согласно формулам (8) и (9) скорость скольжения вала способствует увеличению фрикционного тепловыделения и снижению температуры в уплотнении вследствие увеличения коэффициента теплообмена.

На рис. 2 представлено распределение температуры в паре трения в моделях 1 и 2 после 20 с работы уплотнения, показывающее, что в вале по радиальной переменной оно становится однородным достаточно быстро.

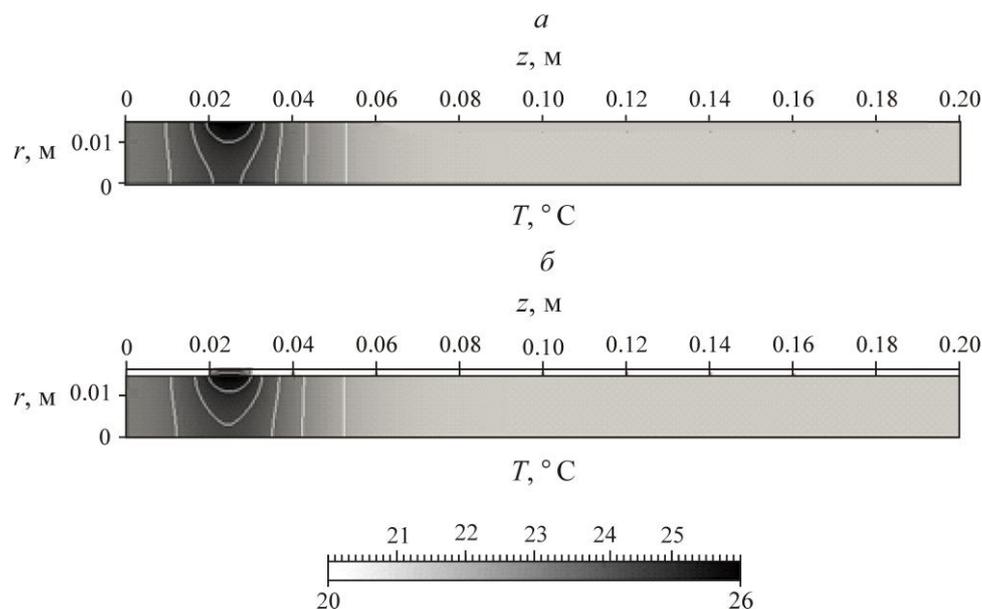


Рис. 2. Распределение температурного поля в вале и манжете уплотнения после 20 с вращения вала со скоростью  $v = 0.5$  м/с,  $Q = 22.6$  Вт:  $a$  — модель 1;  $b$  — модель 2

Определим температурное поле в моделях 1 и 2 в конце временного счета  $t = 7200$  с при температурах окружающего воздуха  $20^\circ\text{C}$  и  $-40^\circ\text{C}$  со скоростью  $v = 0.5$  м/с. Анализ показывает, что разница температур на поверхности вала с учетом и без учета манжеты уменьшается по мере увеличения температуры окружающего воздуха (рис. 3а). Таким образом, для расчета температурных полей в манжетном полимерном уплотнении модели 1 и 2 практически равнозначны при положительных температурах.

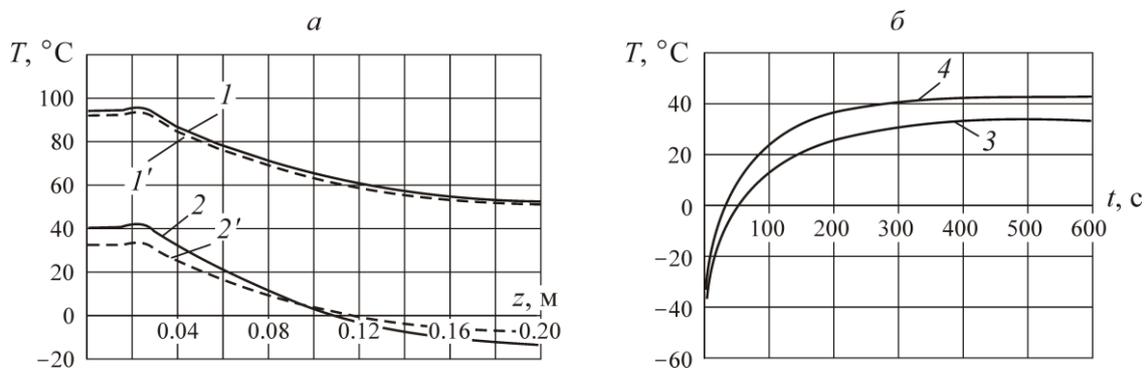


Рис. 3. Изменение температур:  $a$  — на поверхности вала при температурах окружающего воздуха  $20^\circ\text{C}$  ( $1, 1'$ ) и  $-40^\circ\text{C}$  ( $2, 2'$ ) с учетом теплоотвода в манжету ( $1', 2'$ ) и без учета ( $1, 2$ );  $b$  — в зоне контакта манжеты и вала, рассчитанных по линейной (кривая 3) и нелинейной (кривая 4) моделям

Рассмотрим постановку задачи с теплофизическими характеристиками, зависящими от температуры (нелинейная модель). В качестве материала уплотнителя выбран наполненный фторопласт-4, для которого зависимости теплофизических свойств от температуры имеют вид [16]:  $\lambda_y = 0.07(T-100)/150 + 0.35$  (Вт/(м·°C)),  $c_y \rho_y = (6 \cdot 10^{-3}(T-30) + 3) \cdot 10^6$  (Дж/(м<sup>3</sup>·°C)).

Материалом для вала служила сталь:

$$\lambda_s = 30.5(T-100)/150 + 55.5 \text{ (Вт/(м·°C))}, \quad c_s \rho_s = (1.2 \cdot 10^{-3}(T-30) + 3.7) \cdot 10^6 \text{ (Дж/(м}^3\text{·°C))}.$$

Температура окружающего воздуха равнялась  $-50^\circ\text{C}$ . На рис. 3б приведены результаты расчетов по линейной и нелинейной моделям. Видно, что температуры, полученные с помощью нелинейной модели, выше по сравнению с температурами в линейной модели.

Эксперименты показывают необходимость учета зависимости коэффициента теплоотдачи от скорости вращения вала при определении допустимых нагрузочно-скоростных параметров на основе моделирования нестационарных температурных полей полимерных уплотнений. Для вычисления допустимых нагрузочно-скоростных параметров на основе теплового расчета уплотнений на основе фторопласта используются предельные кривые “контактное давление – скорость скольжения”, установленные по лимитирующему условию  $T < T_{\text{pred}}$  ( $T_{\text{pred}} = 220^\circ\text{C}$  [17]), которые позволяют находить при известном коэффициенте трения допустимые значения давлений в зоне контакта уплотнения и скоростей скольжения. На рис. 4 допустимые сочетания значений давлений и скоростей скольжения для рассматриваемого уплотнения представляют координаты точек, ниже предельных кривых.

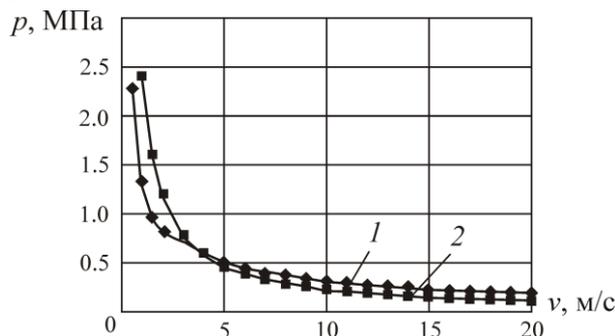


Рис. 4. Предельные кривые “контактное давление – скорость скольжения” с учетом зависимости коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  от скорости скольжения (1) и постоянном значении  $\alpha$  (2), рассчитанном при скорости скольжения 4 м/с

Установлено, что значения предельных нагрузок, определенные с учетом зависимости коэффициента теплоотдачи от скорости скольжения и в предположении его постоянства, могут существенно различаться (до 38%). При этом предпочтительным является вариант с учетом скорости вращения вала.

## ВЫВОДЫ

Разработана уточненная методика определения допустимых нагрузочно-скоростных параметров полимерных уплотнений вращающегося вала по температурному лимитирующему условию, учитывающая зависимости теплофизических свойств материалов от температуры и коэффициента теплообмена от скорости скольжения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Chersky I. N., Popov S. N., and Goldstrakh I. Z. Design and Calculation of frost-resistant mobile seals, Novosibirsk, Nauka, 1992, 123 pp. (in Russian) [Черский И. Н., Попов С. Н., Гольдштрах И. З. Проектирование и расчет морозостойких подвижных уплотнителей. — Новосибирск: Наука, 1992. — 123 с.]

2. **Kondakov L. A.** Seals Hydraulic Systems, Moscow, Mashinostroenie, 1972, 240 pp. (in Russian) [**Кондаков Л. А.** Уплотнения гидравлических систем. — М.: Машиностроение, 1972. — 240 с.]
3. **Zaitsev A. V., Zlobin N. G., Isaev O. Yu., and Smirnov D. V.** Simulation of operating conditions and refined strength analysis of sealing elements made of thermally expanded graphite, Herald of the Perm National Research Polytechnic University, *Mechanika*, 2012, no. 4, pp. 5–19. (in Russian) [**Зайцев А. В., Злобин Н. Г., Исаев О. Ю., Смирнов Д. В.** Моделирование условий эксплуатации и уточненный прочностной анализ уплотнительных элементов из терморасширенного графита // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2012. — № 4. — С. 5–19.]
4. **Golubev A. G.** Study of temperature regimes of friction lip seal rotating shafts, Thermal friction diagnostics: collection of scientific papers, Moscow, Nauka, 1970, pp. 29–30. (in Russian) [**Голубев Г. А.** Исследование температурных режимов трения манжетных уплотнений быстровращающихся валов // Тепловая диагностика трения: сборник научных трудов. — М.: Наука. — 1970. — С. 29–30.]
5. **Golubev A. I.** Mechanical Seals of Rotating Shafts, Moscow, Mashinostroenie, 1974. (in Russian) [**Голубев А. И.** Торцовые уплотнения вращающихся валов. — М.: Машиностроение, 1974. — 212 с.]
6. **Lykov A. V.** Heat and Mass Transfer (Handbook), Moscow, Energy, 1971. (in Russian) [**Лыков А. В.** Теплообмен (Справочник). — М.: Энергия, 1971. — 560 с.]
7. **Bogdanovich P. N. and Prushak V. Ya.** Friction and Wear in Cars, Minsk, Graduate School, 1999. (in Russian) [**Богданович П. Н., Прушак В. Я.** Трение и износ в машинах. — Минск: Высш. шк., 1999. — 374 с.]
8. **Starostin N. P., Tikhonov A. G., Morov V. A., and Kondakov A. S.** Calculation of Tribological Parameters in Sliding Bearings, Yakutsk, Publishing House of YSC SB RAS, 1999. (in Russian) [**Старостин Н. П., Тихонов А. Г., Моров В. А., Кондаков А. С.** Расчет триботехнических параметров в опорах скольжения. — Якутск: Изд-во ЯИЦ СО РАН, 1999. — 276 с.]
9. **Bogatın O. B., Morov V. A., and Chersky I. N.** Fundamentals of the Calculation of Polymer Nodes for Friction and Wear, Novosibirsk, Nauka, 1983, 214 pp. (in Russian) [**Богатин О. Б., Моров В. А., Черский И. Н.** Основы расчета полимерных узлов на трение и износ. — Новосибирск: Наука, 1983. — 214 с.]
10. **Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., and Zhu J. Z.** The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Butterworth-Heinemann, Burlington, 2005. [**Зенкевич О. С., Тейлор Р. Л., Жу Ж. З.** Метод конечных элементов: его основа и основы. — Берлингтон: Butterworth-Heinemann, 2005.]
11. **Logg A., Mardal K. A., and Wells G. N.** Automated solution of differential equations by the finite element method: The FEniCS book. Springer, Heidelberg, 2011, 723 pp. [**Логг А., Мардал К. А., Уэллс Г. Н.** Автоматическое решение дифференциальных уравнений методом конечных элементов: Кн. FEniCS. — Гейдельберг: Springer, 2011. — 723 с.]
12. **Software GMSH** in <http://geuz.org/gmsh/> [**Программа GMSH.** <http://geuz.org/gmsh/>]
13. **Software package ParaView** in <http://paraview.org/> [**Программа ParaView.** <http://paraview.org/>]
14. **Kutateladze S. S.** Fundamentals of Heat Transfer Theory, Moscow, Atomizdat, 1979, 416 pp. (in Russian) [**Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.]
15. **Physical Quantities.** Handbook, Ed. I. S. Grigorieva, E. Z. Meilikhov, Moscow, Energoatomizdat, 1991. (in Russian) [**Физические величины:** Справочник / Под ред. И. С. Григорьевой, Е. З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 1232 с.]
16. **Zarichnyak Yu. P. and Ivanov V. A.** Dependence of thermophysical properties of filled fluoroplastics on the temperature and concentration of fillers, *Plasticheskie Massy*, 2013, no. 7, pp. 35–37, pp. 35–37. (in Russian) [**Заричняк Ю. П., Иванов В. А.** Зависимость теплофизических свойств наполненных фторопластов от температуры и концентрации наполнителей // Пластические массы. — 2013. — № 7. — С. 35–37.]
17. **Kondakov L. A., Golubev A. I., Ovander V. B. et al.** Seals and Sealing Technology, Handbook, Moscow, Mashinostroenie, 1986, 464 pp. (in Russian) [**Кондаков Л. А., Голубев А. И., Овандер В. Б. и др.** Уплотнения и уплотнительная техника / Справочник. — М.: Машиностроение, 1986. — 464 с.]