

верхностью образца, по-видимому, оказывает влияние не скорость частиц, а температурный режим как самих частиц, так и поверхностного слоя напыляемого образца.

Поступила в редакцию 4/XI 1976,
после доработки — 21/1 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. E. P. Cashion, Tribology international, 1975, 8, 3.
2. А. Д. Корнев, В. И. Шинкаренко и др. Химическое и нефтяное машиностроение, 1975, 2.
3. В. И. Шестерненко. Порошковая металлургия, 1968, 1.
4. В. И. Шестерненко, Е. А. Астахов.— В сб.: Жаростойкие и теплостойкие покрытия. М., «Наука», 1969.
5. А. Д. Корнев, В. М. Лизунов, Ю. М. Тарасов. Станки и инструменты, 1975, 1.
6. Э. А. Антонов, А. М. Гладили. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, 5.
7. Г. Б. Алалыкин, С. К. Годунов и др. Решение одномерных задач газовой динамики в подвижных сетках. М., «Наука», 1970.
8. А. А. Борисов, Б. Е. Гельфанд и др. ФГВ, 1976, 12, 6.
9. Г. В. Самсонов, С. Ю. Шаривкер и др.— В сб.: Неорганические и органосиликатные покрытия. Л., «Наука», 1975.

ДИНАМИКА ДЕФОРМИРУЕМОЙ СИСТЕМЫ В УПРУГОВЯЗКОМ СЛОЕ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

В. А. Котляревский, Р. А. Румянцева

(Москва)

В работе в одномерном приближении рассматривается поведение двухмассовой деформируемой системы с упругой связью в слое грунта как нелинейной упруговязкой среды [1], расположенном на жесткой преграде и нагруженном на свободной поверхности нестационарным кратковременным импульсом давления. Приводится численный анализ влияния параметров задачи на волновые нагрузки, деформации системы и форму волны сжатия в слое.

1. При импульсном нагружении упруговязкого слоя с «впаянной» упругой системой инерционные свойства и деформации последней влияют на форму волны сжатия и волновые давления на элементы системы.

Для анализа влияния параметров задачи используются уравнения волнового движения вертикального столба среды и двухмассовой упругой системы

$$\rho_0 v' = -p', \quad \varepsilon' = -v' = -u', \quad Q_k \{p\} = Z_k \{\varepsilon\} \quad (1)$$

$$m_j v_j' = -(-1)^j [p_{*j}^0 - F(T)], \quad T' = y_1 - y_2, \quad y_j = v_j. \quad (2)$$

Здесь ρ_0 — начальная плотность среды, p — давление, u — смещение частиц вдоль координаты Лагранжа x с началом, совмещенным с поверхностью заданного давления, v — массовая скорость, ε — деформация среды, m_j — удельные массы системы, y_j , v_j — их смещения и скорости, Q_k , Z_k — дифференциальные операторы упруговязкой модели среды [1], T — деформация сжатия системы с упругой характеристикой $F(T)$, вызванная волновыми давлениями p_{*j}^0 . В уравнениях (1), (2) точка означает соответственно частную и обыкновенную производную по времени t , а штрих — частную производную по x . Индексом $j=1$ помечены величины, относящиеся к верхней, $j=2$ — к нижней массе; ин-

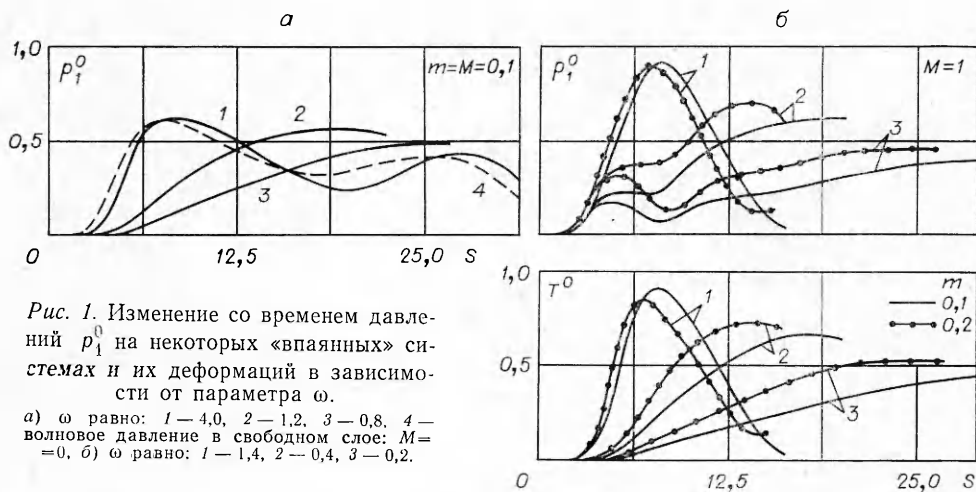


Рис. 1. Изменение со временем давлений p_i^0 на некоторых «впаянных» системах и их деформаций в зависимости от параметра ω .

а) ω равно: 1—4,0, 2—1,2, 3—0,8, 4—волновое давление в свободном слое: $M=0$, б) ω равно: 1—1,4, 2—0,4, 3—0,2.

дексом $k=1$ помечены операторы, соответствующие стадии уплотнения, а $k=2$ — разуплотнения среды.

Начальные условия для уравнений нулевые. Граничные условия для уравнений (1): при $x=0$ $p=p_m f(t)$, $x=x_*$, $v=0$ на границах контакта системы со средой предполагается условие совместности $v(x_1-0, t)=v_1(t)$, $v(x_2+0, t)=v_2(t)$, где x_j , x_* — координаты масс и твердой границы слоя, причем размер системы x_2-x_1 в задачу не входит. Таким образом, уравнения (2) дают граничные условия для уравнений (1), описывающих поведение среды на двух участках.

Аппроксимация частных производных в уравнениях (1) и численное решение задачи проведено методом полудискретного аналога [1], причем выполнены указанные в этой работе требования по точности счета. Уравнения (2) естественным образом входят в систему обыкновенных дифференциальных уравнений, аппроксимирующих соотношения (1). Решение системы проводилось методом Рунге — Кутты.

Для описания свойств среды по третьему уравнению (1) использованы спектры L_k для суглинки, взятые из работы [1]; главный максимум спектра L_1 (с размерностью m^2/H) соответствует времени запаздывания $\tau=4 \cdot 10^{-3}$ с.

В приводимых ниже расчетах шаг пространственной сетки принят $\chi=5\mu_1(\rho_0 c_1)^{-1/2}=0,15$ м, где μ_1 , c_1 — вязкость и жесткость фойгтового звена модели среды с минимальным временем запаздывания $\tau=1,04 \cdot 10^{-4}$ с ($c_1=1,47 \cdot 10^8$ Н/м²).

2. Ниже приводятся результаты расчета линейной системы, имеющей характеристику $F=NT$ с удельной (на единицу площади) жесткостью N , на действие импульса взрывного типа

$$f(t) = (1 - t/\theta) \exp(-\beta t/\theta)$$

длительностью θ (принято $\beta=2,2$, $\theta=0,15$, с, $p_m=10^5$ Н/м², $x_1=1,5$ м, $(x_*-x_2)/x_1=2$, $\rho_0=1,77 \cdot 10^3$ кг/м³).

Свойства деформируемой системы определяются тремя величинами (m_j , N), в связи с чем вводятся параметры, характеризующие соответственно «жесткость», «массивность» и соотношение масс системы:

$$\omega = \tau(N/m_1)^{1/2}, M = (m_1+m_2)/(\rho_0 x_1), m = m_1/(m_1+m_2).$$

В проведенных расчетах варьировались все три указанные величины. На рис. 1 представлены примеры расчета изменения со временем волновых давлений и деформаций системы в безразмерном виде ($s=t/\tau$)

$$p_i^0 \equiv p_{*j}^0(s)/p_m, T^0 \equiv T(s)N/p_m.$$

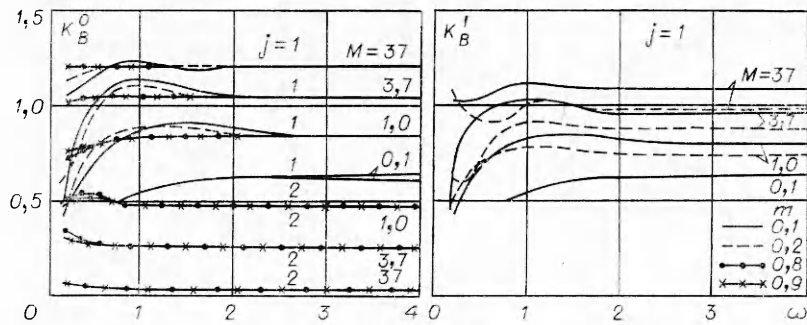


Рис. 2. Зависимость коэффициентов волнового взаимодействия без учета (K_B^0) и с учетом (K_B^1) смещения системы в слое от параметров M , m , ω .

Изменения волнового давления на «легкой» системе при трех значениях ω и давления в волне сжатия на уровне системы в свободном слое показаны на рис. 1, а. На кривых 1, 4 заметны два максимума давления — волны проходящей и отраженной от жесткой преграды. Оказалось, что функции p_j^0 , T^0 для каждого из трех значений ω практически неразличимы, т. е. при $M \leq 0,1$ изменение формы волны сжатия не зависит существенно от m и M .

При $\omega = 4$ давление на системе близко к давлению в волне, т. е. упругая система с $M \leq 0,1$, $\omega \geq 4$ не вносит существенных искажений в амплитудно-фазовые параметры волны сжатия в слое. С уменьшением жесткости ω волна размывается, что приводит к значительному увеличению длительности нарастания давления до максимума.

Влияние параметра m на различие функций p_j^0 и T^0 проявляется при $M \geq 1$ (рис. 1, б). С возрастанием M уменьшается длительность θ_p положительной фазы волнового давления. При $M = 37$ отношение $\theta_p/\theta \sim 0,4$ для широкого диапазона ω . Влияние ω существенно для вида функций T^0 , особенно при $m \ll 1$, $\omega < 1,5$.

Представляют интерес максимумы трех функций, которые можно рассматривать как коэффициенты волнового взаимодействия K_B^0 , K_B^1 , K_B . Коэффициенты $K_B^0 = (p_j^0)_{\max}$ — отнесенные к p_m максимумы волнового давления на элементы системы. Уравнение (2) можно записать в виде ($T^0 = d^2T/dt^2$)

$$m_j T'' + NT = p_{*j}, \quad p_{*j} = p_{*j}^0 + (-1)^j \cdot m_j v_{(3-j)},$$

т. е. функции p_{*j} есть эффективные давления, деформирующие систему с учетом влияния инерции ее смещений в слое. Коэффициенты $K_B^0 \equiv (p_{*j})_{\max}/p_m$ характеризуют соответствующие максимумы.

Зависимости коэффициентов K_B^0 , K_B^1 для верхней ($j=1$) и нижней ($j=2$) массы системы представлены на рис. 2. Влияние смещений системы заметно при $M \geq 1$ во всем рассматриваемом диапазоне ω и проявляется в зависимости K_B^1 от m (коэффициент K_B^0 практически не зависит от m при $\omega > 3$ для $M=1$ и $\omega > 1,2$ при $M=37$). Оба коэффициента при достижении некоторых характерных для m и M значений ω стабилизируются. Переходу к стабильным значениям K_B в диапазоне $\omega > 2,4$ соответствует эффект «отвердевания» деформируемой системы.

Различие в коэффициентах взаимодействия для верхней и нижней массы уменьшается с M . При $M=0,1$ различие в K_B^0 для $j=1$ и $j=2$

не превышает 3% для любых ω и m , причем $K'_B \sim K_B^0$. Влияние ω более существенно для давления на верхнюю массу ($m \ll 1$), а диапазон влияния расширяется с убыванием M .

На рис. 3 приведены коэффициенты $K_B \equiv (T^0)_{\max}$, характеризующие амплитуду деформации системы и учитывающие инерционные эффекты от смещения системы в слое и взаимного смещения масс m_j . Данный коэффициент определяет эквивалентное статическое давление на систему $P_{\text{эвб}} = K_B \cdot p_m$, соответствующее волновому воздействию. Различие величин K_B и K'_B отражает инерционный эффект деформирования системы, оцениваемый в теории колебаний коэффициентом динамичности. Поэтому K_B уместно называть динамическим коэффициентом взаимодействия. Сравнение графиков рис. 2 и 3 показывает, что диапазону влияния инерции деформации упругой системы для $M \gg 1$ соответствует $\omega < 2,5 \div 2,5$. При $M = 0,1$ $K_B \sim K_B^0$, т. е. деформация системы копирует волновое давление в масштабе N^{-1} .

3. Соотношения (2) допускают обобщение на случай, когда упругий элемент в совокупности с одной из масс ($j=1$ или 2, которой придадим метку n , принимающую одно из соответствующих значений 1 или 2) моделирует конкретную конструкцию. Характеристики последней должны соответствовать приведенным параметрам деформируемой системы, причем другая масса с индексом $j=3-n$ представляет остальную (твердую) часть системы [2].

Пусть масса $j=n$ моделирует балку. Получим для уравнения вынужденных колебаний балки с учетом смещения ее опор)

$$\pi(z, t) \equiv B_n \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + m_n \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - p_{*n} = 0, \quad p_{*n} = p_{*n}^0 + (-1)^n m_n \dot{v}_{(3-n)}$$

— одночленное приближение по методу Бубнова — Галеркина, положив

$$y(z, t) = y_n(t) X(z), \quad X(z) = X_q(z) / y_q, \quad y_q = X_q(z_0), \quad z_0 = l/2,$$

где m_n — масса единицы площади; B_n — изгибная жесткость единицы ширины балки пролетом l ; $y(z, t)$ — прогиб; $v_{(3-n)}$ — ускорение твердой части системы; z_0 — координата точки приведения на оси балки, совмещенная с центром пролета; $y_n(t)$ — прогиб в приведенной точке; z — координатная ось балки.

Принимая базисную функцию $X_q(z)$ по статической форме изгиба балки от равномерного давления p_m и учтя, что

$$B_n X_q^{IV}(z) = p_m, \quad T_{**} = (-1)^n (v_{(3-n)} - v_n),$$

получим из условия ортогональности

$$\int_0^l \pi(z, t) X(z) dz = 0$$

после несложных преобразований уравнение колебаний приведенной системы

$$m_n L_m \dot{v}_n = (-1)^n \{L_p (N_0 T L_p^{-1} - p_{*n}^0) - E_n\}, \quad (3)$$

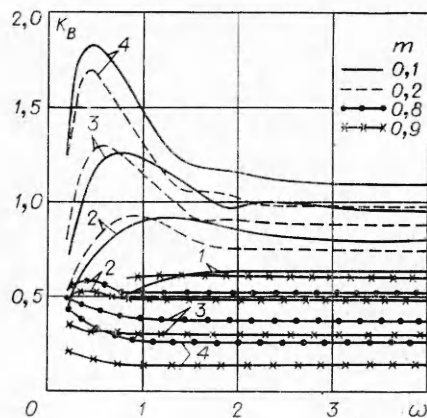


Рис. 3. Динамические коэффициенты взаимодействия «впаянных» систем при M , равном 0,1 (1), 1,0 (2), 3,7 (3) и 37 (4).

$$E_n = (-1)^n m_n (L_p - L_m) v_{(3-n)}, \quad L_p = \frac{1}{l} \int_0^l X(z) dz,$$

$$L_m = \frac{1}{l} \int_0^l X^2(z) dz, \quad N_0 = \frac{\rho_m}{y_q} L_p.$$

Здесь L_p, L_m — коэффициенты приведения нагрузки и массы, N_0 — удельная приведенная жесткость, E_n — поправка к нагрузке на смещение опор балки. Для однопролетной шарнирноопорной балки $L_p=0,64$, $L_m=0,5039$, $\rho_m/y_q=76,8 B_n/l^4$, а для балки, защемленной на опорах, $L_p=0,5333$, $L_m=0,4063$, $\rho_m/y_q=384 B_n/l^4$.

Таким образом, первое уравнение (2) для $j=n$ заменяется уравнением (3), а для $j=3-n$ используется уравнение с линейной характеристикой F

$$m_{(3-n)} v_{(3-n)} = -(-1)^n (N_0 T L_p^{-1} - \rho_{*(3-n)}^0).$$

Проводились расчеты коэффициентов K_B для системы с верхней массой ($n=1$), моделирующей шарнирноопорную балку при $m=0,1$, причем для сравнения с результатами, полученными выше, полагалось $\omega=\tau\phi$, где ϕ — аналог частоты собственных колебаний приведенной системы: $\phi^2=N_0(L_m \cdot m_n)^{-1}$.

Расчеты показали, что использование формулы (3), содержащей поправки на приведенную систему, дает слабое уменьшение коэффициента K_B в области малых значений ω . С возрастанием параметров M и ω отклонение значений K_B от полученных ранее убывает. Так, при $M=3,7$ и $\omega=0,4; 0,8; 1,2$ отклонение (отрицательное) составило соответственно 9; 3; 0,5%, а при $M=37$, $\omega=0,4$ и 0,8 отклонение было 1,7 и 0,5%. Таким образом, полученные выше коэффициенты взаимодействия с небольшой ошибкой (в запас расчета) характеризуют нагрузки на элементы и динамику различных деформируемых конструкций в грунтовом слое.

4. В диапазоне высоких значений параметра ω поведение деформируемой системы в связи с эффектом «отвердевания» инвариантно относительно изменения величин m и ω . Это обстоятельство позволяет, исключив m и ω из числа параметров задачи, дополнительно рассмотреть влияние таких важных величин, как координаты системы в слое и длительности импульса нагрузки.

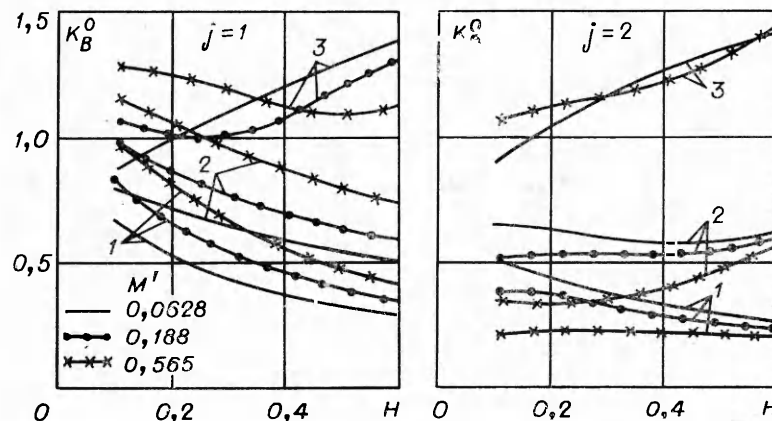


Рис. 4. Зависимость коэффициентов K_B^0 от положения (H) жестких систем различной массы при длительностях импульсов $\theta'=12,5$ (1), 37,5 (2), 255 (3).

Результаты соответствующих расчетов представлены на рис. 4 в виде зависимостей коэффициента K_B^0 , характеризующего максимумы волновых давлений на верхнюю ($j=1$) и нижнюю ($j=2$) грани системы, от безразмерных величин H , θ' , $M \equiv MH$:

$$H = x_1(x_1 + x_2 - x_2)^{-1}, \quad \theta' = \theta/\tau, \quad M' = (m_1 + m_2)[\rho_0(x_1 + x_2 - x_2)]^{-1}.$$

Исходные параметры задачи (p_m , β , ρ_0 , τ , $x_1 + x_2 - x_2$), указанные выше, были сохранены.

На графиках заметно проявление комбинации эффектов угасания давления с глубиной и увеличения давления в результате отражения волны сжатия от системы (возрастающего с M) и твердой границы слоя. Влияние свободной поверхности, сказывающееся в разгрузке слоя, более существенно при малых H и особенно θ' .

При $\theta' \leq 40$ ($j=1$) доминируют эффекты угасания и разгрузки, в связи с чем K_B^0 убывает с возрастанием H . При $\theta' = 255$ для легкой системы ($M' = 0,0628$) более существенно отражение от границы слоя, в связи с чем K_B^0 ($j=1,2$) растет с H . Для тяжелых систем давление отражения на них ($j=1$) становится доминирующим лишь начиная с некоторых глубин. Различие в коэффициентах K_B^0 для $j=2$ уменьшается с возрастанием длительности импульса и глубины H .

Полученные количественные оценки могут быть использованы в технике измерений параметров волн сжатия в мягких грунтах и при определении расчетных нагрузок на элементы заглубленных сооружений при воздействиях взрывного типа.

*Поступила в редакцию
29/VI 1976*

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Котляревский, Р. А. Румянцева, А. И. Шишкин. ФГВ, 1977, 13, 2. 229.
2. В. А. Котляревский, А. Г. Чистов. Изв. АН СССР, 1976, 3, 119.