УДК 532.529+533.6

КОРРЕКЦИЯ ДАННЫХ PIV ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТИ ГАЗА В СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУЕ

В. М. Бойко, В. И. Запрягаев, А. А. Пивоваров, С. В. Поплавский

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск bym@itam.nsc.ru

Рассмотрен метод коррекции данных PIV для восстановления скорости газа по скорости частиц в сверхзвуковых недорасширенных струях. Метод основан на оценке скоростного запаздывания трассеров по их параметру скоростной релаксации как поправки к данным PIV в ньютоновом приближении межфазного взаимодействия. Показано, что параметр скоростной релаксации трассеров в потоках со скачками скорости можно определять по исходным данным PIV. Коррекция с найденным параметром скоростной релаксации фаз показала хорошую точность.

Ключевые слова: ударные волны, струйные течения, PIV-диагностика.

DOI 10.15372/FGV20150510

ВВЕДЕНИЕ

Метод PIV (particle image velocimeter) ocнован на регистрации поля перемещения частиц, специально введенных или естественно присутствующих в потоке, и на вычислении по нему поля скорости. Это направление диагностики потоков находит все более широкое применение при решении задач физической газодинамики. Данные о пространственном распределении скорости имеют ключевое значение при анализе структуры сложных одно- и двухфазных потоков. К ним относятся течения за ударными и взрывными волнами, натекание потока на препятствие, обтекание тел и течение в следе, но наиболее показательными и сочетающими все основные газодинамические особенности сложных течений являются сверхзвуковые струи. Обладая основными чертами перечисленных объектов — наличие продольных и поперечных градиентов газодинамических параметров, присутствие вихревых зон и систем скачков, струи отличаются осевой симметрией и относительной стационарностью. Эти обстоятельства, а также тот факт, что струи детально изучены, делает их удобным объектом для моделирования физических процессов в высокоградиентных потоках. Однако скоростное запаздывание частиц-трассеров вносит ошибку в измерения скорости газа, что затрудняет

количественную интерпретацию данных PIV и диктует необходимость восстановления скорости газа по скорости частиц.

Один из подходов к этой задаче таков: если из априорных данных об инерционности частиц оценить разность скоростей фаз в каждой точке измеренного поля, то эту разность, являющуюся систематической (но неоднородной по пространству) ошибкой, можно было бы использовать как поправку при построении поля скорости газа по данным PIV. Для условий малых градиентов скорости (режим стоксова обтекания частиц) этот подход реализован в [1] при измерении скорости методом лазерной допплеровской велосиметрии и в работах [2, 3] для техники PIV. В работе [4] предложен метод коррекции данных PIV для условий большого скоростного запаздывания фаз с ньютоновым законом сопротивления частиц. Из уравнения движения частиц в одномерном случае

$$V(x)\frac{dV(x)}{dx} = \frac{3}{4}\frac{C_d}{d}\frac{\rho}{\rho_p}\left(U(x) - V(x)\right)^2 \tag{1}$$

было показано, что скорость газа U можно вычислить по скорости частиц V с помощью выражения

$$U(x) = V(x) \pm \Delta U(x) =$$

$$= V(x) \pm \sqrt{\lambda V(x) \left| \frac{dV(x)}{dx} \right|}, \qquad (2)$$

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 13-01-00351, 13-01-00465).

[©] Бойко В. М., Запрягаев В. А., Пивоваров А. А., Поплавский С. В., 2015.

сти газа $\rho = \text{const.}$

$$\lambda = \frac{4}{3} \frac{\rho_p}{\rho} \frac{d}{C_d} \tag{3}$$

знак «+» используется в случае $\frac{dV}{dx}>0$, знак «-» — при $\frac{dV}{dx}<0$, d и ρ_p — поперечный размер и плотность частиц, C_d — их аэродинамическое сопротивление при характерной плотно-

— длина скоростной релаксации частиц. Здесь

Структура данных PIV такова, что в ней содержится всё необходимое для вычисления поправки $\Delta U(x)$, за исключением постоянной λ . Основная трудность этого подхода заключается именно в оценке длины скоростной релаксации λ . Эта величина даже при всех известных параметрах частиц определяется с точностью до C_d , но в большинстве практически важных случаев известна лишь плотность частиц ρ_p , как это обстоит, например, с аэрозолями. Важно также отметить, что в сверхзвуковых потоках плотность газа может меняться вдоль траектории частиц, т. е. $\rho = \rho(x)$, а параметр скоростной релаксации должен оцениваться либо с учетом зависимости $\rho(x)$, либо (что менее точно) по среднему характерному значению ρ_x на отрезке x. Тогда, если для некоторого сорта трассеров известна длина скоростной релаксации λ при заданной плотности газа ρ , то для произвольного потока согласно (3) поправка $\Delta U(x)$ вычисляется с использованием величины

$$\lambda_x = \lambda \frac{\rho}{\rho(x)} \approx \lambda \frac{\rho}{\rho_x}.$$
 (4)

Таким образом, вопрос о коррекции данных PIV в высокоскоростных потоках сводится к измерению λ в условиях $\rho = \text{const}$ в тестовом эксперименте и к оценке λ_x с учетом предполагаемого профиля плотности $\rho(x)$ или средней плотности ρ_x .

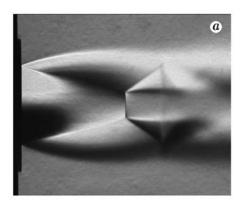
Метод определения λ как обобщенного параметра скоростной релаксации конкретного сорта трассирующих частиц без знания их размера, плотности и, что важно, аэродинамического сопротивления реализован в работе [4]. Это сделано путем сравнения экспериментального профиля скорости частиц за проходящей ударной волной, где $\rho = \text{const}$, с теоретическим профилем, полученным из уравнения (1) при граничных условиях x = 0, V = 0. Аналитически получить зависимость V(x) из уравнения (1) нельзя, но можно воспользоваться обращенной зависимостью x(V):

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{V(x)/U}{1 - V(x)/U} + \ln\left(1 - \frac{V(x)}{U}\right), \quad (5)$$

которая, являясь решением уравнения (1), представляет собой неявно заданный профиль скорости частиц V(x) при изменении скорости газа скачком от 0 до U. Выражение (5) позволяет определять параметр λ , варьируя его для наилучшего описания экспериментально зарегистрированного распределения скорости частиц за проходящей ударной волной. В [4] тесты проведены для двух видов жидких частиц трассеров, применяемых для визуализации течений. Для тумана глицерина получено значение $\lambda = 0.1$ мм при плотности воздуха $\rho =$ 1.7 кг/м^3 и плотности частиц $\rho_p = 1\,200 \text{ кг/м}^3$, а для спрея этанола ($\rho_p = 760 \text{ кг/м}^3$) — $\lambda =$ 0.65 мм. Далее используются два значения длины релаксации: для тумана $\lambda_l = 0.17/\rho(x)$, для спрея $\lambda_s = 1.1/\rho(x)$; при $\rho(x) = \text{const}$ в пересчете на условия нормальной атмосферы для тумана $\lambda_I = 0.13$ мм, для аэрозоля $\lambda_S = 0.92$ мм.

На основании оценки числа Вебера We = $\rho u^2 d/\sigma \approx 1.6$, где u — относительная скорость, σ — коэффициент поверхностного натяжения, (критическое значение We ≈ 12) предполагается, что микронные капли устойчивы ко всем механизмам аэродинамического диспергирования и не разрушаются на скачках уплотнения. Что касается возможной деформации (изменение C_d), то она не влияет на длину скоростной релаксации λ , поскольку поперечный размер капли d и коэффициент сопротивления C_d при деформации изменяются практически одинаково, а параметр λ согласно (3) пропорционален «аэродинамическому размеру» капли d/C_d .

Согласно (5) характер скоростной релаксации таков, что на длине λ частицы приобретают скорость $V \approx 0.68U$. Это означает, что за скачком у частиц размером d на длине $\lambda \sim 10^3 d$ скоростное отставание более 30 % от скорости газа, что и составляет локальную погрешность данных PIV в области ударных скачков. Таким образом, будучи перспективным для PIV-диагностики, метод коррекции скорости частиц имеет ряд ограничений. Часть из них обсуждалась в [4], но применительно к струям существуют особенности, которые требуют более детального анализа. Так, формула (2) имеет общий характер, поскольку получена из уравнения движения частиц (1), справедливого для произвольных двухфазных потоков, а профиль скорости частиц (5) получен для проходящей ударной волны. При других услови-



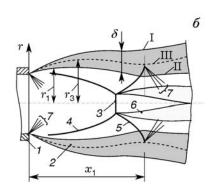


Рис. 1. Шлирен-фотография начального участка струи (a) и ударно-волновая структура истечения сверхзвуковой недорасширенной струи газа в затопленное пространство (δ) :

 $n_p=2.64,~{\rm M}_a=1.0,~{\rm диаметр}$ струи на срезе сопла 30 мм, ${\rm Re}_d=2.21\cdot 10^6,~{\rm аэродинамическая}$ труба Т-326 (ИТПМ СО РАН); 1 — конвергентное сопло; 2 — слой смешения струи (I, II — внешняя и внутренняя границы, III — середина слоя смешения); 3 — диск Маха; 4, 5 — висячий и отраженный скачки уплотнения; 6 — слой сдвига, формирующийся за точкой взаимодействия скачков уплотнения 3–5; 7 — веер волн разрежения; r_1, r_3 — радиальные расстояния, соответствующие положению внутренней границы и середине слоя смешения [6]

ях аэродинамического нагружения может измениться и скоростное запаздывание фаз. Задача данной работы в том, чтобы на примере хорошо изученных сверхзвуковых недорасширенных струй [5–7] показать наиболее общие особенности применения метода коррекции полевых измерений скорости в градиентных потоках.

1. АНАЛИЗ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ

Характерные типы профилей скорости в градиентных течениях можно увидеть из анализа структуры сверхзвуковых струй. На рис. 1 представлены шлирен-фотография начального участка сверхзвуковой неизобарической струи и схематическое изображение основных элементов ударно-волновой структуры [6] при степени нерасчетности $n_p = p_a/p_{\rm H} > 1$, где p_a — давление на срезе сопла, $p_{\rm H}$ — давление окружающей среды. При истечении недорасширенной струи (давление на срезе сопла больше, чем давление во внешней среде) поток разворачивается вблизи кромок сопла в центрированной волне разрежения 7. При этом давление в струе уменьшается и становится равным давлению во внешней среде. Однако радиальное течение газа привело бы к дальнейшему ускорению потока и уменьшению давления ниже атмосферного, поэтому на внешней границе струи формируется веер волн сжатия (на схеме не показан), в котором поток разворачивается

к оси и давление остается равным давлению во внешней среде.

Пересечение волн сжатия приводит к возникновению висячего скачка уплотнения 4 на некотором расстоянии от среза сопла. На оси симметрии струи висячий скачок уплотнения формирует маховскую конфигурацию с образованием диска Маха 3, а скорость течения непосредственно за диском Маха становится дозвуковой. Затем давление вновь уменьшается, дозвуковая скорость увеличивается и при определенных условиях может достичь критического значения. При достаточном избытке полного давления возникают вторая, третья и т. д. группы повторяющихся структур скачков, образуя цепочку ячеек («бочек»), разделенных писками Маха.

Применительно к интерпретации данных PIV существенно, что в ядре струи помимо скачков имеются участки монотонного ускорения и торможения потока, присутствуют сверхзвуковые и дозвуковые участки течения. В результате даже вдоль оси струи характер изменения газодинамических параметров весьма сложный: на участке ускорения до диска Маха плотность и температура резко уменьшаются, причем плотность падает в пять раз относительно величины ρ_a у среза сопла, а затем осциллирует вблизи средней величины $\approx 0.4 \rho_a$ в противофазе со скоростью и с периодичностью следующих друг за другом «бочек» [5–7].

В радиальном направлении также на-

блюдается сложная градиентная структура, небезынтересная сама по себе, но еще более — при интерпретации данных PIV. Граница струи (I–II) представляет собой слой смешения, в котором для нормальной компоненты скорости выполняется условие $V_{n-} = V_{n+} = 0$ (линии тока газа не пересекают поверхности I и II), а для касательной скорости — условие $V_{\tau-} \neq 0$ (внутренняя область) и $V_{\tau+} = 0$ (затопленное пространство). При интерпретации данных PIV важно иметь в виду, что, хотя линии тока газа не пересекают поверхности I и II, частицы-трассеры отнюдь не следуют вдоль искривленных линий тока, они выносятся из ядра струи сквозь слой смешения за счет центробежных сил, а граница струи в исходных данных PIV оказывается размытой.

На рис. 1, а показана теневая картина сверхзвуковой недорасширенной струи, полученная на струйном модуле аэродинамической трубы Т-326 (ИТПМ СО РАН) [6]. Теневая визуализация не дает количественных данных о распределении плотности, это лишь качественная картина, но здесь имеются весьма точные данные о геометрии струи. Как уже отмечалось, структура и количественные характеристики струй достаточно исследованы [5, 6], чтобы по ряду определяющих параметров течения и его геометрии отладить расчетную часть данного экспериментальновычислительного комплекса для нахождения распределения плотности [7]. Для этого необходим следующий важный блок экспериментальных данных по сверхзвуковым струям — распределение давления. Давление измерялось в фиксированных режимах для эталонного сопла при различных отношениях давления в форкамере к давлению внешней среды Npr (nozzle pressure ratio) [5, 6]. Использовалось конвергентное сопло с профилем Витошинского. В тех же режимах проведены эксперименты с применением метода PIV. Такой комплекс данных собственно данные PIV, длина скоростной релаксации трассеров λ и поле давления — позволяют восстановить поле скорости газа в градиентном потоке с учетом скоростного запаздывания трассеров, что делает количественную картину течения завершенной.

2. ЭКСПЕРИМЕНТЫ СО СТРУЯМИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА PIV

Схема системы PIV на струйном модуле аэродинамической трубы Т-326 ИТПМ СО

РАН показана на рис. 2. Излучение лазера 4.1 системой зеркал 4.2 вводилось через верхнее окно камеры Эйфеля, над которым была установлена система 4.3 формирования плоскости лазерного ножа 4.4 в области измерения. Рассеянное излучение от трассеров 3.3 регистрировалось цифровой видеокамерой 4.5 через боковое окно камеры Эйфеля. Использовалось запыляющее устройство конденсационного типа 3.2. В качестве трассеров использовался туман глицерина, который с помощью транспортирующего газа 3.1 вводился в форкамеру 1.1.

2.1. PIV-диагностика дозвуковой струи

Измерения поля скорости дозвукового потока проведены в трансзвуковой струе при числе Маха на срезе сопла $M_a = 0.9$ (Npr = 1.7). Изолинии скорости потока, осредненные по 80 измерениям, приведены на рис. 3 [5]. Благодаря сгущению изолиний в градиентных зонах отчетливо видны внешние контуры, слой смешения и потенциальное ядро струи. Скорость трассирующих частиц в ядре составляет $U \approx 295 \text{ м/c}$ и не меняется вдоль оси — единственной области течения, где можно ожидать, что линии тока и траектории частиц совпадают. Последнее является необходимым условием для определения профиля скорости газа с учетом скоростного запаздывания фаз, поскольку только в этом случае динамика частиц — это однозначный отклик на локальные параметры потока. Как видно на рис. 3, градиент скорости газа вблизи оси струи на длине более пяти калибров пренебрежимо мал, что соответствует нулевой разнице скоростей фаз и вполне согласуется с теорией струй, да и по формуле (2) в ядре струи $\Delta U \approx 0$.

Заметное торможение газа наблюдается в растущем по толщине слое смешения, где изолинии средней скорости трассеров показывают характер торможения струи с шагом $\approx 15 \div 20$ м/с. Так, согласно рис. 3 на половине толщины слоя смешения скорость в направлении, параллельном оси, уменьшается почти вдвое — $\Delta V \approx 150$ м/с. Здесь, в отличие от ядра струи, предположение о совпадении траекторий частиц с выбранным направлением для оценки градиента скорости не столь однозначно, но вполне реалистично если не в локальном смысле, то для осреднения по большой длине. Величина торможения, отнесенная к длине участка торможения $L \approx 11R_a$, представляет собой оценку средней продольной ком-

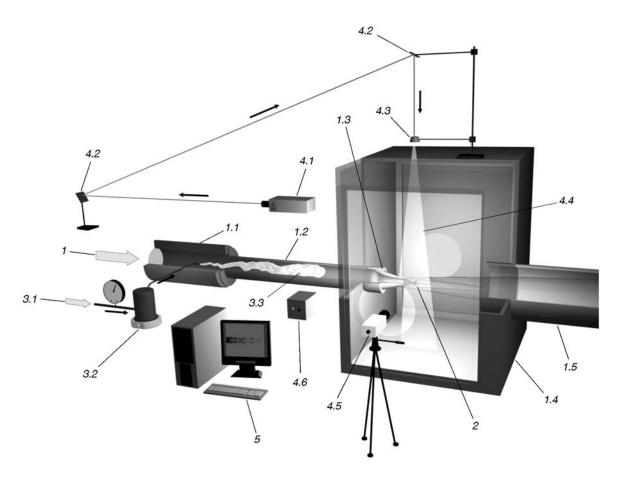


Рис. 2. Схема эксперимента с PIV на аэродинамической трубе Т-326:

1— струйный модуль: 1.1— форкамера, 1.2— ресивер, 1.3— сопло, 1.4— камера Эйфеля, 1.5— диффузор; 2— струя; система засева потока: 3.1— подвод воздуха высокого давления, 3.2— нагреватель, 3.3— частицы в потоке; система визуализации и измерения скорости: 4.1— лазер, 4.2— зеркало, 4.3— цилиндрическая линза, 4.4— лазерный нож, 4.5— видеокамера, 4.6— блок синхронизации; 5— система сбора данных

поненты градиента скорости частиц ($\Delta V/L \approx 10^3~{\rm c}^{-1}$). Утверждать, что такой градиент скорости при данном сорте трассеров вполне допустим для их следования с потоком с хорошей точностью, позволяет следующее соображение: оценка разности скорости фаз по формуле (3) для градиента $\Delta V/L \approx 10^3~{\rm c}^{-1}$ с учетом (4) дает величину $\Delta U \approx 5 \div 7~{\rm m/c}$, что находится в пределах ошибки измерений.

2.2. PIV-диагностика сверхзвуковой недорасширенной струи

На рис. 4 показана структура недорасширенной сверхзвуковой струи за срезом конвергентного сопла при $\mathrm{Npr}=5,\,\mathrm{M}_a=1.0$ [6]. Поле течения, как и на рис. 3, представлено в виде изолиний скорости, полученных осреднением 80 мгновенных измерений. В качестве трассеров, как и в предыдущем случае, использовался туман глицерина. Выше отмечалось, что выбранный тип представления данных весьма информативен для отображения градиентных зон. Но поскольку в данном случае изолинии скорости построены по абсолютному значению, а не по вектору скорости частиц, то направление градиента скорости здесь не определено и нет данных и о траекториях частиц. Однозначное совпадение линий тока газа и траекторий частиц можно ожидать лишь вблизи оси струи. На рис. 5 представлен продольный профиль скорости вдоль оси струи по данным PIV(1), коррекция данных PIV(2) и расчетный профиль (3) (Fluent), скорость газа на срезе сопла $V_a \approx 313$ м/с (расчет). Детальные количественные данные по скорости и структу-

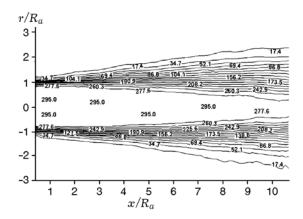


Рис. 3. Изолинии средней скорости потока для струи при $M_a=0.9,\ \mathrm{Npr}=1.7\ [5]$:

цифры — скорость, м/с; давление и температура воздуха в форкамере $p_{\rm форк}=1.7$ атм, $T_{\rm форк}=4\,^{\circ}{\rm C};$ М = 0.9 на срезе сопла

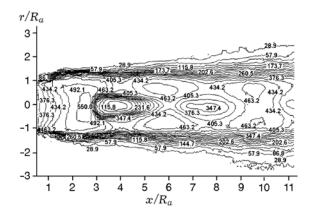


Рис. 4. Изолинии средней скорости потока сверхзвуковой недорасширенной струи при ${\rm M}_a=1.0,\,{\rm Npr}=5$ [5]

ре сверхзвуковой струи (положение диска Маха, области дозвуковых и сверхзвуковых скоростей) позволяют проводить сравнение с результатами расчетов и выявлять причины рассогласования данных. Одним из очевидных примеров скоростного запаздывания фаз является отличие экспериментальных и расчетных данных вблизи максимумов и минимумов скорости, причем расчет этого течения [7] верифицирован по экспериментальным данным [5, 6] и считается достаточно точным, по крайней мере для первой ячейки. Чередование пиков определяет положение первой, второй и т. д. ячеек струи, а минимумы скорости соответствуют границам ячеек. Скорость потока перед диском Маха достигает значений V = 545 м/c по PIV-

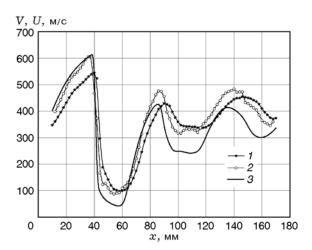


Рис. 5. Профиль скорости вдоль оси на начальном участке сверхзвуковой недорасширенной струи при Npr=5:

1 — данные PIV, 2 — скорость газа по результатам коррекции, 3 — численное моделирование (Fluent, k- ω -модель турбулентности)

данным и $U=619~\rm m/c$ по данным численных расчетов. Далее за диском Маха скорость скачком падает до $V=190~\rm m/c$ и $U=95~\rm m/c$ (PIV и расчет соответственно). Это сравнение количественно показывает скоростное запаздывание частиц и газа на прямых скачках, но и к скачку частицы приходят с дефицитом скорости более 10~%.

Применительно к обсуждаемому методу коррекции данных PIV важно отметить, что принципы определения скорости в технике PIV и сеточный характер данных с конечным размером измерительного объема (interrogation volume) не позволяют получать достоверные измерения вблизи границ области, например у среза сопла (x = 0). На границах ячеек, где градиенты всех газодинамических параметров максимальны, наблюдаются вполне гладкие профили скорости. Даже на прямом скачке (диск Маха), благодаря осреднению по большому числу мгновенных реализаций, видно до десятка значимых точек в исходных данных PIV. Эти точки показывают динамику торможения трассеров в области течения с профилем скорости газа типа «обратной ступени». На рис. 5 заметен также рост скоростного запаздывания трассеров (сдвиг пиков) на границах ячеек относительно расчетных данных. Все это в целом показывает необходимость коррекции данных PIV в градиентных течениях.

3. КОРРЕКЦИЯ ДАННЫХ PIV

Эффективность коррекции данных PIV, да и сама ее необходимость должны определяться на базе исходных данных PIV и оценок скоростной релаксации трассирующих частиц. Очевидно, что необходимость коррекции определяется требованиями задачи к ограничению вклада скоростного запаздывания частиц на фоне других источников погрешности метода PIV. Рассмотрим возможность оценки скоростного запаздывания фаз на основе исходных данных PIV в градиентном потоке.

3.1. Дозвуковая струя

В дозвуковой струе, как показано в § 2.2, скоростное отставание трассеров на оси отсутствует, а в слое смешения согласно (3) ожидаемая разность скорости фаз находится в пределах базовой ошибки измерений. В данном случае коррекции данных PIV не требуется, а расчет по (3) служит тому подтверждением и одновременно оценкой погрешности метода при известном градиенте скорости $\approx 10^3$ с⁻¹. Связано ли это с малостью градиента? Оценки этой величины в литературе практически не встречаются, поэтому в отсутствие характерных примеров для сравнения следует ограничиться полученными здесь данными при конкретном типе трассеров.

Очевидно, что для частиц с длиной скоростной релаксации $\lambda > 0.17/\rho_x$ [мм] этот же градиент скорости газа может оказаться слишком большим, чтобы частицы следовали ему с той же точностью. Напрашивается предложение ввести универсальную характеристику градиентного течения с частицами, скоростное запаздывание которых ΔU ограничено требованиями задачи. Представляется удобной величина относительного скоростного отставания $v_{lag} = \Delta U/V$, которая по аналогии с (3) связывает ожидаемый градиент скорости частиц grad $V \approx \Delta V/\Delta x$ и их длину скоростной релаксапии λ :

$$v_{lag} = \frac{\Delta U}{V} \approx \pm \sqrt{\lambda_u \frac{|\text{grad}V|}{V}},$$

«+» при $\mathrm{grad}V>0,$ «-» при $\mathrm{grad}V<0~(6)$

 $(\lambda_u$ — характерная длина скоростной релаксации). Так, в околозвуковых струях с $V \approx 300~\text{м/c}$ при использовании трассеров с длиной релаксации $\lambda \approx 0.13~\text{мм}$ $(\rho_x = 1.29~\text{кг/м}^3$ —

нормальная атмосфера) можно ожидать скоростное отставание частиц $v_{lag} \leq 1 \%$ при $\operatorname{grad} V \leq 300 \, \operatorname{c}^{-1}$.

Отметим, что и при данном значении λ оценка градиента требует некоторых уточнений, а именно, локальные значения градиента скорости в зоне смешения, где лежат траектории трассеров, всегда занижены. Растущий по толщине слой смешения высоконапорного и покоящегося газа — это зона неустойчивости сдвигового течения с высокой пульсацией скорости, которая регистрируется по отличию скоростей в каждой точке от кадра к кадру в серии мгновенных измерений. В данном примере пульсации скорости частиц достигают 15 %. Построить изолинии или выполнить какую-либо другую обработку данных, как, например, вычисление локального градиента скорости, было бы невозможно без осреднения данных PIV. Фактически здесь реализуются два вида осреднения скорости:

- 1) демпфирование пульсации скорости частиц из-за их инерционности, как интегральный отклик на пульсационную составляющую аэродинамической силы, является физическим осреднением:
- 2) осреднение скорости в каждой точке по множеству реализаций это расчетное осреднение по времени.

В обоих случаях пульсации скорости частиц меньше, чем пульсации скорости газа, а вопрос, насколько меньше, связан с соотношением пространственного разрешения метода и масштабом вихрей.

3.2. Сверхзвуковая струя

В сверхзвуковых струях градиенты скорости довольно высоки, так что даже для малоинерционных трассеров с $\lambda \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$ м коррекция данных PIV представляется весьма актуальной. Действительно, характерное значение градиента скорости частиц, оцененного на прямом скачке по рис. 5, составляет $\operatorname{grad} V \approx -7 \cdot 10^4 \, \operatorname{c}^{-1}$. И даже на монотонных отрезках ускорения частиц градиенты равны $\approx 10^4 \text{ c}^{-1}$ у среза сопла и $\approx 2 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1}$ во второй «бочке», что практически на два порядка больше, чем в слое смешения околозвуковой струи. Согласно (6) скоростное запаздывание v_{lag} газа и частиц в таком градиентном поле находится в диапазоне $0.05 < v_{lag} < 0.15$ при изменении градиентов скорости в диапазоне $-7\cdot 10^4 < {\rm grad}V < 2\cdot 10^4\ {\rm c}^{-1}$ на отрезке менее 50 мм. Эта неоднородная по пространству систематическая ошибка указывает на необходимость коррекции данных PIV с использованием всех инструментов повышения точности поправки, включая осреднение данных и учет «фактора плотности» по (4).

Коррекция выполнялась для двух режимов течения с $\mathrm{Npr}=5$ и 9 вблизи оси струи. Поправка к скорости частиц определялась по формулам (2), (3) с учетом изменения плотности газа по соотношению (4), распределение плотности газа $\rho(x)$ рассчитывалось аналогично [5–7]. Градиент скорости определялся по осредненным данным $V(x_i)$:

$$\frac{dV(x_i)}{dx} \approx \frac{\Delta V(x_i)}{\Delta x} = \frac{V(x_{i+1}) - V(x_{i-1})}{x_{i+1} - x_{i-1}}.$$

Вычисление градиента «через точку» (на каждом отрезке x_{i-1}, x_{i+1}) заметно уменьшает шум производной и аналогично сглаживанию по трем точкам производного массива данных. На рис. 6 представлены данные измерения методом PIV скорости трассеров в сверхзвуковой недорасширенной струе при Npr = 9 и коррекция данных для двух значений длины скоростной релаксации: $\lambda_l = 0.17/\rho(x)$ для тумана и $\lambda_s = 1.0/\rho(x)$ для спрея.

Следует напомнить, что в [4] длина скоростной релаксации $\lambda_l=0.1$ мм получена в ударных волнах с генератором частиц конденсационного типа: жидкость (глицерин, олив-

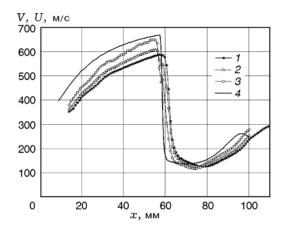


Рис. 6. Профиль скорости на оси сверхзвуковой недорасширенной струи при Npr = 9:

1— исходные данные PIV, 2— коррекция данных PIV для $\lambda_l=0.17/\rho(x),\ 3$ — коррекция данных PIV для $\lambda_s=1.0/\rho(x),\ 4$ — расчетная скорость газа (Fluent, k– ω -модель турбулентности)

ковое масло и т. п.) испарялась нагревателем и далее пары конденсировались, образуя туман. По паспортным данным генератора тумана размеры микрокапель находятся в диапазоне $0.2 \div 60$ мкм. В центробежном сепараторе (Laskin nozzle) крупные частицы отсечвались. Запыление проводилось за $20 \div 30$ с до запуска ударной трубы, что также способствовало гравитационному осаждению наиболее крупных частиц.

К сожалению, эту последнюю стадию сепарации трассеров в опытах на аэродинамических трубах технически реализовать не удается. Кроме того, известно (см., например, [8]), что дисперсный состав трассирующих частиц может изменяться при доставке их в измерительную секцию. В нашем случае это привело к тому, что при том же генераторе частиц и том же материале трассеров поток в установке Т-326 был засеян частицами с преобладанием более крупных, чем в опытах в ударной трубе в [4]. Это и объясняет значительное скоростное отставание частиц (кривая 1 на рис. 6) от газа на участке ускорения, недостаточную коррекцию при $\lambda_l = 0.17/\rho(x)$ (кривая 2), а также тот факт, что лучшее приближение к скорости газа при коррекции с $\lambda_s = 1.0/\rho(x)$ наблюдается и при Npr = 9 (кривая 3 на рис. 6), и при Npr = 5(кривая 2 на рис. 5).

На рис. 6 также видно, что за диском Маха после резкого торможения потока скоростное отставание частиц от газа существенно меньше, чем в первой ячейке на стадии ускорения. Это обусловлено резким увеличением плотности газа за диском Маха, в результате чего согласно (4) длина скоростной релаксации уменьшается, а частицы лучше повторяют профиль скорости газа. Таким образом, по двум режимам сверхзвуковой недорасширенной струи можно заключить, что коррекция данных PIV на качественном уровне дает хорошее приближение к скорости газа, но для количественного согласия с тестовыми расчетами следует решать некоторые вопросы по оценке длины скоростной релаксации трассеров. Один из подходов к этой задаче обсуждается далее наряду с другими особенностями метода восстановления скорости газа по данным PIV.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как было показано, для решения задачи восстановления скорости газа по данным PIV

необходимо знать длину скоростной релаксации λ и профиль плотности газа вдоль траектории частиц. Здесь в качестве тестового объекта использовались хорошо изученные сверхзвуковые недорасширенные струи [5, 6]. На основе данных этих работ в [5, 8] проведена верификация расчетных моделей для вычисления параметров потока тестового эксперимента и, в частности, рассчитаны профили скорости и плотности газа вдоль оси струи. Представленные на рис. 5 и 6 результаты коррекции данных PIV получены вдоль оси струи, а не по всему полю течения. Это ограничение связано отнюдь не с трудностями расчета поля плотности, а с необходимостью его совмещения с траекториями частиц, которые в такой системе скачков весьма непростые и, строго говоря, не определены. Очевидно, есть подходы и к нахождению траекторий трассеров в эксперименте, но на данном этапе такая задача не ставилась. Профиль плотности газа вдоль траекторий частиц в настоящее время остается одной из неопределенностей метода, но даже приближенные оценки плотности газа положительно влияют на точность коррекции данных PIV. В данном случае профиль плотности получен расчетным путем по ряду измеренных ключевых параметров, но в этой связи возникает несколько вопросов. Как быть, если в других менее изученных течениях профиль плотности не известен? В какой мере изменение плотности газа вдоль струи влияет на точность коррекции данных PIV? Нельзя ли вместо профиля плотности $\rho(x)$ в формуле (4) ограничиться средней величиной $\rho_x = \text{const}$?

Поскольку на динамику частиц-трассеров влияет не только местное значение плотности $\rho(x)$, но и вся предыстория процесса, то, действительно, для вычисления релаксационного параметра частиц λ по (4) неплохой результат дает оценка плотности как средней величины ρ_x на каждом отрезке x с характерным режимом течения. Самая грубая оценка это постоянная плотность вдоль всей наблюдаемой области. Результаты коррекции при $\rho_x =$ $const = 1.29 \text{ kg/m}^3$ для начального участка струи с Npr = 5 приведены на рис. 7. Сравнение результатов показывает некоторое количественное отличие восстановленной скорости газа при $\rho_x = \text{const}$ (рис. 7, кривая 4) от скорости газа с рассчитанным профилем $\rho(x)$, но в целом наблюдается удовлетворительное согласие. Значение $\rho_x = 1.29 \text{ кг/м}^3$ выбрано для

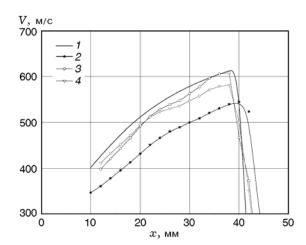


Рис. 7. Профиль скорости на начальном участке сверхзвуковой недорасширенной струи при Npr = 5:

1 — расчет, 2 — исходные данные PIV, 3 — коррекция данных PIV для $\lambda=1.0/\rho(x), 4$ — коррекция данных PIV для $\rho_x={\rm const}=1.29~{\rm kr/m}^3$

проведения самой грубой, но вполне реалистичной оценки условий затопленной струи, которая в дальних «бочках» релаксирует к плотности нормальной атмосферы.

Возвращаясь к рис. 5, напомним, что нарастающее скоростное запаздывание частиц было отмечено как сдвиг пиков на границах ячеек вверх по потоку. Коррекция данных несколько сдвигает пики скорости данных PIV в противоположном направлении и приближает к расчетному профилю скорости газа. Сходный вывод о сдвиге профиля скорости частиц относительно газа можно сделать и по результатам работы 9. В сдвиге профилей скорости газа и частиц видна связь точности и пространственного разрешения метода PIV. В сверхзвуковой струе, где имеются и монотонные градиентные участки, и ударные скачки, разность скорости фаз неодинакова по пространству и даже меняет знак. Очевидно, что наибольшая разность скорости фаз возникает за скачками (см. рис. 5). Это, в частности, означает, что скачок скорости газа по данным PIV всегда размыт на некоторой длине, связанной с λ , что можно использовать в нашей задаче для оценки параметра λ по данным PIV. Мысль о предпочтительном контроле дисперсности трассеров в области измерений высказана также в работе [8]. Для этого следует получить теоретический профиль скорости частиц на скачке типа «обратной ступени» и сравнить его с профилем скорости по данным PIV. Решается уравнение (1) с граничными условиями $x=0,\,V=V_0$ и скоростью газа за фронтом $U< V_0$. Решение, как и в случае с проходящей ударной волной, имеет вид обращенной функции x(V):

$$-\frac{x}{\lambda} = \ln\left(\frac{V/U - 1}{V_0/U - 1}\right) + \frac{V/U - V_0/U}{(V/U - 1)(V_0/U - 1)}.$$
 (7)

Графический вид этой функции как V(x)показан на рис. 8 (кривые 2 и 3). Здесь же приведены экспериментальные данные по скорости трассеров (PIV) за диском Маха (символы 1). Наилучшим образом экспериментальные результаты описывает профиль (7) при $\lambda =$ 1.0 мм (кривая 2 на рис. 8), а кривая 3 показывает, каким был бы профиль скорости трассеров, если бы туман при доставке в область наблюдения сохранил дисперсный состав с $\lambda =$ 0.17 мм. Это, во-первых, подтверждает предположение о сдвиге дисперсного состава микрокапель в большую сторону, а во-вторых, открывает возможность оценки параметра λ непосредственно по данным PIV в экспериментах с ударно-волновыми газодинамическими структурами.

Последнее, что следовало бы обсудить, это размер частиц, по которым построено поле скорости трассеров в экспериментах со струями. Исходя из физики процесса, от размера

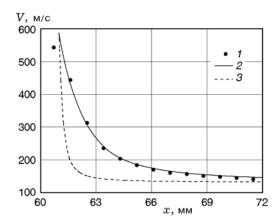


Рис. 8. Профиль скорости трассеров за диском Маха на оси сверхзвуковой недорасширенной струи при Npr = 9:

1 — данные PIV, 2 — расчет по (7) при $\lambda=1.0$ мм, 3 — расчет по (7) при $\lambda=0.17$ мм

частиц зависят режим межфазного взаимодействия и характер скоростного запаздывания фаз. С точки зрения математики от размера частиц зависят характерное число Re относительного движения газа и частиц и, следовательно, выбор уравнения движения (стоксово или ньютоново) для нахождения формулы поправки к данным PIV. Измерение дисперсности частиц в этой работе не проводилось, но полученный на скачке параметр скоростной релаксации позволяет косвенно оценить средний размер микрокапель. Действительно, при $\lambda \approx 10^{-3}$ м и $\rho_p/\rho = 1\,200$ кг/м $^3/1.2$ кг/м $^3=$ 10³ из (3) можно оценить «аэродинамический размер» трассеров $d/C_d \approx 0.75$ мкм, т. е. прямые оценки размера частиц по λ можно получить лишь с точностью до C_d . Далее необходимо привлекать данные о C_d , которые при числе Рейнольдса Re > 0.1 (вне режима Стокса) носят эмпирический характер и представляются в виде «стандартной кривой» или в виде корреляционных соотношений $C_d(Re)$. Одно из них, полученное нами по данным монографии [10], при $0.01 < \text{Re} < 10^4$ имеет вид

$$C_d(\text{Re}) = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt[3]{\text{Re}}} + 0.004 \text{Re}^{0.44}.$$
 (8)

Используя (8), можно убедиться, что при разности скоростей фаз на скачке $\Delta V \approx 450$ м/с (см. рис. 6) число $\mathrm{Re} = \rho \Delta V d/\mu \approx 40$ (μ — коэффициент динамической вязкости газа) и соотношение $C_d(\mathrm{Re}) \approx 1.75$ хорошо согласуются для микрокапель размером $d \approx 1.2 \div 1.3$ мкм.

Отметим, что в диапазоне $1 < \text{Re} < 10^4$ существует ряд факторов, таких как турбулентность потока и скачки, ускорение и несферичность частиц, которые существенно влияют на C_d , но не учитываются в соотношениях типа (8). Поэтому оценки размера частиц d по достаточно надежным данным об «аэродинамическом размере» d/C_d носят приближенный характер и служат лишь для определения типичных чисел Re относительного движения газа и частиц в градиентных потоках. Re частности, для тумана или спрея по числу $Re \gg 1$ видно, что выбор уравнения движения в ньютоновом виде оправдан.

Таким образом, показано, что в потоках со скачками скорости по данным PIV можно определять длину скоростной релаксации трассеров, необходимую для восстановления скорости газа. Это делает метод коррекции данных самодостаточным, поскольку он замкнут

на исходный экспериментальный массив данных. Следует, однако, иметь в виду нелинейную зависимость λ от размера частиц и скоростного запаздывания фаз, которые через число Рейнольдса влияют на аэродинамическое сопротивление частиц C_d , их аэродинамический размер d/C_d и, следовательно, на длину релаксации λ . Исходя из физической сущности межфазного взаимодействия, а также учитывая характер и роль градиентов скорости газа и эффекты сжимаемости, следует признать, что λ не является константой процесса и может изменяться вдоль потока.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере сверхзвуковых недорасширенных струй исследованы особенности применения техники PIV в газовых потоках с высокими градиентами газодинамических параметров. Реализован метод восстановления скорости газа по скорости трассирующих частиц, основанный на оценке скоростного запаздывания трассеров как поправки к данным PIV по параметру скоростной релаксации фаз. Показано, что параметр скоростной релаксации трассеров, необходимый для восстановления скорости газа, в потоках со скачками скорости можно определять по исходным данным PIV. Это сделано аппроксимацией экспериментального профиля скорости частиц в области диска Маха теоретической функцией скорости, полученной из уравнения движения частиц в ньютоновом приближении межфазного взаимодействия для профиля скорости газа типа «обратной ступени». Коррекция скорости трассеров (жидкие аэрозоли) на двух режимах сверхзвуковой недорасширенной струи с Npr = 5 и 9, а также сравнение с тестовыми расчетами показали хорошую точность восстановления скорости газа.

ЛИТЕРАТУРА

- Гродзовский Г. Л. О движении мелких частиц в газовом потоке // Учен. зап. ЦАГИ. 1974. Т. 5, № 2. С. 80–89.
- 2. Ragni D., Schrijer F., van Oudheusden B. W., Scarano F. Particle tracer response across shocks measured by PIV // Exp. Fluids. 2011. V. 50, N 1. P. 53–64.
- 3. Koike S., Takahashi H., Tanaka K., Hirota M., Takita K., Masuya G. Correction method for particle velocimetry data based on the stokes drag law // AIAA Journal. 2007. V. 45, N 11. P. 2770–2777.
- 4. Бойко В. М., Пивоваров А. А., Поплавский С. В. Измерение скорости газа в высокоградиентном потоке по скорости трассирующих частиц // Физика горения и взрыва. 2013. Т. 49, № 5. С. 47–54.
- 5. Бойко В. М., Достовалов А. В., Запрягаев В. И., Кавун И. Н., Киселев Н. П., Пивоваров А. А. Исследование структуры сверхзвуковых неизобарических струй // Учен. зап. ЦАГИ. 2010. Т. 41, № 2. С. 44–58.
- 6. Запрягаев В. И., Киселев Н. П., Павлов А. А. Влияние кривизны линий тока на интенсивность продольных вихрей в слое смещения сверхзвуковых струй // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 32–43.
- 7. Исаев С. А., Липницкий Ю. М., Баранов П. А., Панасенко А. В., Усачов А. Е. Моделирование турбулентной сверхзвуковой недорасширенной струи, истекающей в затопленное пространство, с помощью модели переноса сдвиговых напряжений // Инж.-физ. журн. 2012. Т. 85, № 6. С. 1253–1267.
- 8. Raffel M., Willert C. E., Wereley S. T., Kompenhans J. Particle Image Velocimetry a Practical Guide. 2nd ed. Springer, 2007.
- 9. **Benoit A., Thomas C., Christophe B.** Experimental exploration of underexpanded supersonic jets // Shock Waves. 2014. V. 24, N 1. P. 21–32.
- 10. **Allen T.** Powder Sampling and Particle Size Determination. Elsevier, 2003.

 $\it Поступила$ в редакцию $14/{\rm IV}$ 2014 г., в окончательном варианте — $18/{\rm VI}$ 2014 г.