УДК 541.12.03

ПРОСТОЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ТЕМПЕРАТУРЫ УДАРНОГО СЖАТИЯ КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЫ

В. С. Трофимов

(Москва)

В работе [1] разработаны методы расчета температуры ударного сжатия, которые, однако, требуют большого объема вычислений и применения ЭВМ. С другой стороны, во многих случаях представляет интерес получить хотя и не очень точную, но более простую оценку этой температуры. В настоящей работе выводится формула, которая дает возможность сделать такую оценку, исходя из данных по уравнению ударной адиабаты, значения удельной теплоемкости C_p и коэффициента объемного термического расширения α среды в исходном состоянии при нулевом давлении.

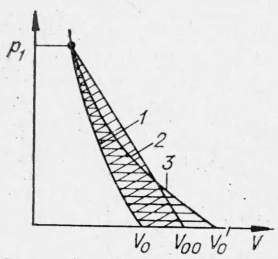

Рис. 1. Геометрическая интерпретация ударного сжатия.
1 — ударная адиабата; *2* — изэнтропа; *3* — прямая Михельсона.

Получим сначала формулу для оценки остаточной температуры T^*, до которой разогревается вещество в результате прохождения по нему ударного фронта с амплитудой p_1 и последующей изэнтропической разгрузки до исходного давления $p_0=0$ (рис. 1). При этом сначала для сохранения общности будем считать, что перед ударным фронтом среда может быть не только сплошной, но и пористой. Кроме того, предположим, что она инертна. Это, в частности, означает, что состояние, которое достигается в результате ударного сжатия и разгрузки, может быть получено также путем обычного разогрева среды при $p_0=0$ и, если она пористая, путем закрытия пор.

Приращение удельной внутренней энергии в процессе ударного сжатия и последующей разгрузки

$$\Delta E = \frac{p_1}{2}(V_{00} - V_1) - \int\limits_{V_1}^{V_0'} p dV, \tag{1}$$

где в правой части первое слагаемое представляет собой изменение удельной внутренней энергии в ударном фронте, второе — в волне разрежения. Обозначив через σ площадь, заключенную между прямой Михельсона и ударной адиабатой (на рис. 1 заштрихована наклонными линиями), а через $\varkappa$ — площадь между изэнтропой разгрузки и ударной адиабатой (на рис. 1 заштрихована горизонтальными линиями), равенство (1) можно представить в форме

$$\Delta E = \sigma - \varkappa. \tag{2}$$

Предположим, что удельную теплоемкость C_p при $p_0=0$ и коэффициент объемного термического расширения

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

в интервале температур $[T_0, T^*]$ можно считать постоянными. Вспомогательную величину — эффективное давление — определим равенством

$$\bar{p} = \frac{\varkappa}{V_0' - V_0}. \tag{3}$$

Отсюда имеем

$$\Delta E = C_p (T^* - T_0), \tag{4}$$

$$\varkappa = \bar{p} \alpha V_0 (T^* - T_0). \tag{5}$$

Подстановка (4) и (5) в (2) после простых преобразований приводит к искомой формуле

$$T^* = T_0 + \frac{\sigma}{C_p \left(1 + \frac{\bar{p}}{\beta}\right)}, \tag{6}$$

где

$$\beta = \frac{\rho_0 C_p}{\alpha}.$$

У металлов и многих других твердых веществ величина β имеет значение порядка нескольких сот килобар.

Используя идею, впервые высказанную Я. Б. Зельдовичем [1], определим температуру на ударной адиабате T по температуре разгрузки T^*. Для этого, согласно основному термодинамическому тождеству, имеем

$$T = \left(\frac{dE}{dS}\right)_\text{г} + p \left(\frac{dV}{dS}\right)_\text{г}.$$

Будем предполагать, что здесь производные берутся вдоль ударной адиабаты. Подставив значение E из уравнения ударной адиабаты

$$E - E_0 = \frac{p}{2} (V_{00} - V),$$

получаем

$$T = \frac{1}{2} \left[(V_{00} - V) + p \left(\frac{dV}{dp}\right)_\text{г} \right] \cdot \left(\frac{dp}{dS}\right)_\text{г}.$$

Нетрудно показать, что выражение при $\left(\frac{dp}{dS}\right)_\text{г}$ равно $\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)_\text{г}$. Отсюда получим

$$T = \left(\frac{d\sigma}{dS}\right)_\text{г}.$$

С другой стороны, имеем очевидное равенство

$$dS = \frac{C_p}{T^*} \cdot dT^*,$$

которое дает возможность связать T и T^*

$$T = \frac{T^*}{C_p} \cdot \frac{d\sigma}{dT^*}. \tag{7}$$

Найдем производную $\frac{d\sigma}{dT^*}$ из выражения (6). В результате его дифференцирования имеем

$$\frac{d\sigma}{dT^*} = C_p \left(1 + \frac{\bar{p}}{\beta}\right) + (T^* - T_0) \frac{C_p}{\beta} \cdot \frac{d\bar{p}}{dp} \cdot \frac{dp}{d\sigma} \cdot \frac{d\sigma}{dT^*}.$$

Подставляя сюда значение $T^* - T_0$ из (6) после несложных преобразований находим

$$\frac{d\sigma}{dT^*} = \frac{C_p \left(1 + \frac{\bar{p}}{\beta}\right)^2}{1 + \delta \frac{\bar{p}}{\beta}}, \tag{8}$$

где введено обозначение

$$\delta = 1 - \frac{d \ln \bar{p}}{d \ln \sigma}. \tag{9}$$

Как станет ясно из дальнейшего, величина δ слабо зависит от давления и в пределе при $p_1 \to 0$ стремится к 2/3. Подстановка (8) и (9) в (7) приводит к искомой формуле

$$T = T^* \frac{\left(1 + \frac{\bar{p}}{\beta}\right)^2}{1 + \delta \frac{\bar{p}}{\beta}}. \tag{10}$$

Если коэффициент термического расширения α устремить к нулю (т. е. $\beta \to \infty$), получим приближенную формулу, установленную в работе [2]

$$T \approx T_0 + \frac{\sigma}{C_p}. \tag{11}$$

В этом приближении, очевидно, $T_1 = T^*$.

При выводе формулы (10), кроме предположения о постоянстве C_p и α, других приближений не делалось. Значит, если бы удалось установить точную зависимость $\bar{p}$ от p_1, эта формула с указанной оговоркой давала бы точные значения температуры сжатия. Однако значение $\bar{p}$ можно установить лишь на основе уравнения состояния среды, которое предполагаем неизвестным. Поэтому произведем приближенную оценку этой величины на основании общих термодинамических соображений.

Разложим производную $\left(\frac{dV}{dp}\right)_S$ в ряд по степеням $\Delta p = p - p_0 = p$, $\Delta S = S - S_0$, где p_0, S_0 — значения давления и энтропии в исходном состоянии среды. Как известно, в случае сплошной среды энтропия на ударной адиабате меняется по закону $\Delta S \sim p_1^3$. Поэтому с точностью до членов второго порядка относительно p всем изэнтропам, пересекающим ударную адиабату ниже точки p_1, можно сопоставить одно и то же разложение

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{S_0} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_{S_0} p + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^3 V}{\partial p^3}\right)_{S_0} p^2. \tag{12}$$

Таким образом, с указанной точностью все изэнтропы можно получить из одной путем ее параллельного смещения в направлении оси V. Это свойство изэнтроп используется при обосновании закона удвоения массовой скорости при выходе ударного фронта на свободную поверхность тела [1]. Поэтому естественно предположить, что отброшенные члены в разложении (12) являются малыми вплоть до тех же давлений, до которых справедлив закон удвоения.

Напишем для ударной адиабаты аналогичное разложение

$$\left(\frac{dV}{dp}\right)_\Gamma = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{S_0} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_{S_0} p + \frac{1}{2}\left(\frac{d^3 V}{dp^3}\right)_{\Gamma_0} p^2, \tag{13}$$

которое отличается от (12) только последним членом. Подставив (12) и (13) в выражения

$$\Delta V = V_0' - V_0 = \int_0^{p_1} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S - \left(\frac{dV}{dp}\right)_\Gamma\right] dp,$$

$$\varkappa = \int_0^{p_1} p \left[\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S - \left(\frac{dV}{dp}\right)_\Gamma\right] dp,$$

согласно определению $\bar{p}$ (3), находим

$$\bar{p} \approx \frac{3}{4} p. \qquad (14)$$

Аналогичным путем для пористых сред можно получить

$$\bar{p} \approx \frac{1}{2} p_1, \qquad (15)$$

так как в этом случае разложения типа (12) и (13) для изэнтроп и ударной адиабаты различаются между собой уже в членах нулевого порядка относительно p.

Соотношения (14) и (15) в пределе при $p_1 \to 0$ становятся точными. Отсюда следует, что формулы (10), (14), (15) в пределе дают точное выражение для температуры [1]. Действительно, в случае сплошной среды имеем

$$\lim_{p_1 \to 0} \left(\frac{dT}{dp}\right)_\Gamma = \frac{T_0}{\beta} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{S_0}.$$

Аналогично для пористой среды

$$\lim_{p_1 \to 0} \left(\frac{dT}{dp}\right)_\Gamma = \frac{1}{2} \frac{V_{00} - V_0}{C_p} + \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{S_0}.$$

Приближенная формула (11) этим предельным условиям не удовлетворяет. Когда уравнение ударной адиабаты сплошной среды представляется в D—u-координатах линейной зависимостью

$$D = a + bu,$$

легко получить аналитические выражения для величин, входящих в формулу (10),

$$p = \frac{\rho_0 a^2}{b} x (1 + x), \qquad (16)$$

$$V = V_0 - \frac{V_0}{b} \frac{x}{1 + x},$$

где

$$x = \frac{bu}{a}.$$

С помощью этих выражений находим

$$\sigma = \frac{a^2}{b^2} \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln(1 + x)\right]. \qquad (17)$$

Если предположить, что в p—u-координатах ударная адиабата и изэнтропа разгрузки являются зеркальными отражениями друг друга, то нетрудно найти соответствующую формулу для отношения $\frac{\bar{p}}{p}$:

$$\frac{\bar{p}}{p} = \frac{\frac{x^2}{4} - \frac{3}{4} x + \ln(1 + x) - \frac{1}{8} \ln(1 + 2x)}{x \left\{1 - (1 + x)\left[1 - \frac{1}{2} \ln(1 + 2x)\right]\right\}}, \qquad (18)$$

которая в пределе при $x \to 0$ переходит в (14). В практически важном интервале $0 \leqslant x \leqslant 1$ формула (18) очень точно аппроксимируется квадратичным выражением

$$\frac{\bar{p}}{p} = 0{,}750 - 0{,}281x + 0{,}100x^2. \qquad (19)$$

В том же предположении о зеркальной симметрии ударной адиабаты и изэнтропы в p—u-координатах получаем

$$\frac{d\ln p}{d\ln\sigma}=\frac{1+2x}{x^3}\left[\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}\right].$$

Отсюда совместно с (18) можно найти аппроксимирующее выражение для величины δ (19), которое по сравнению с точным выражением в интервале $0\leqslant x\leqslant 1$ дает ошибку только в третьем десятичном знаке

$$\delta=0{,}667-0{,}212\,x+0{,}024\,x^2. \qquad (20)$$

С помощью формул (6), (9), (10), (16), (17), (19), (20) был произведен расчет температур T^* и T для меди по данным работ [3, 4] ($\rho_0=8{,}90$ г/см^3, $a=3{,}96$ км/с; $b=1{,}50$; $C_p=410\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$; $\alpha=55\cdot10^{-6}\frac{1}{\text{град}}$; $\beta=663$ кбар; $\frac{\rho_0 a^2}{b}=929$ кбар; $\frac{a^2}{C_p b^2}=17\,000$ град). Принятые значения C_p и α обеспечивают определение приращений удельной энергии и удельного объема в интервале температур от 293 до 1300° K с погрешностью не более 6%. В том же интервале значение β отклоняется от принятого не больше чем на 1,5%. Поэтому в данном случае предположение о постоянстве C_p и α можно считать оправданным.

Результаты расчета представлены в виде графиков на рис. 2 сплошными кривыми. Здесь же для сравнения (штриховые кривые) приведены данные, полученные в результате более сложного расчета на ЭВМ в работе [3]. В их основу было положено уравнение состояния Грюнайзена и формула Дугдала—Мак-Дональда. Кроме того, на графике нанесены две экспериментальные точки, взятые из работы [5], полученные путем измерения интегральной яркости свечения свободной поверхности меди после выхода на нее ударного фронта. Свечение регистрировалось фотоумножителем, поставленным вблизи этой поверхности.

Между результатами настоящего расчета и данными работы [3], а также высокотемпературной точкой из работы [5] имеются существенные расхождения. Однако есть серьезное основание считать, что указанные данные по остаточной температуре T^* завышены, а по температуре ударного сжатия T занижены. Действительно, если предположить, что эти данные являются точными, то из формулы (7) нетрудно найти соответствующие или эффективные значения $\bar{p}$, которые оказываются значительно ниже, чем полученные из выражения (18). Можно показать, что в этом случае скорость свободной поверхности должна превышать массовую скорость за ударным фронтом на 10% и более. В то же время известно (см., например, [3]), что это отклонение в рассматриваемом интервале давлений не превышает 2÷3%. Дополнительно заметим, что обеим экспериментальным точкам в работе [5] отвечает одно и то же эффективное давление $\bar{p}$. Это возможно лишь в том случае, если разные изэнтропы разгрузки существенно различаются по форме, что маловероятно в случае простых веществ. Скорее можно допустить, что в результаты указанных измерений вкралась неизвестная ошибка.

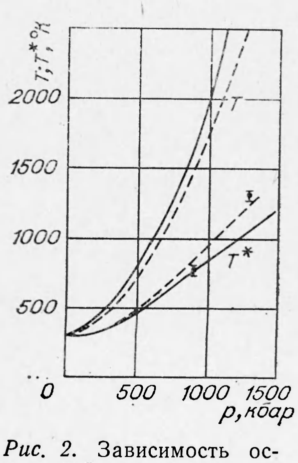

Рис. 2. Зависимость остаточной температуры T^* и температуры ударного сжатия T от амплитуды ударного фронта.

Из рис. 2 видно, что между результатами работы [3] и проведенными в настоящей работе расчетами имеется расхождение по температуре ударного сжатия вплоть до $p_1=0$. Но, как уже отмечалось, формулы (10), (18), (20) в области низких давлений становятся точными. Следовательно, можно предположить, что и в области высоких давлений указанное расхождение в значительной мере вызвано неточностью данных работы [3]. В пользу этого вывода говорит также тот факт, что если расчетные данные этой работы по остаточной температуре T^* принять за экспериментальные и с их помощью по формуле (7) рассчитать температуру ударного сжатия, то полученная таким путем кривая значительно приблизится к соответствующей сплошной кривой на рис. 2.

С учетом сказанного можно утверждать, что предлагаемый в настоящей работе метод оценки температур T^* и T является вполне удовлетворительным.

В заключение заметим, что выведенные в настоящей работе формулы можно использовать также для расчета температуры ударного сжатия по экспериментально измеренной зависимости остаточной температуры от амплитуды ударного фронта. Наконец, если экспериментально определить точную формулу кривых разгрузки и, следовательно, эффективные давления $\bar{p}$, температуры T^* и T по тем же формулам можно рассчитать точно.

Автор выражает благодарность А. Н. Дремину и В. Е. Фортову за обсуждение и полезные советы.

Поступила в редакцию
26/III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Ю. П., Райзер. Физика ударных волн. М., «Наука», 1966.
2. А. Н. Афанасенков, В. М. Богомолов, И. М. Воскобойников. В сб. «Взрывное дело», № 68/25. М., «Недра», 1970.
3. R. McQuin, S. Marsh. J. Appl. Phys., 1960, **31**, 7, 1253.
4. Физико-химические свойства элементов. Под ред. Г. В. Самсонова. «Наукова Думка», 1965.
5. Taylor. J. Appl. Phys., 1963, **34**, 9, 2727.

УДК 539.411

ПРЕВРАЩЕНИЕ МЕТЕОРИТНОГО ВЕЩЕСТВА В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО УДАРНОМУ СЖАТИЮ ПРИ ДАВЛЕНИЯХ 500 И 1000 КБАР, СОЗДАВАЕМЫХ ВЗРЫВОМ

Г. П. Вдовыкин, А. Н. Дремин, С. В. Першин, И. Д. Шевалеевский

(Москва)

Экспериментальное исследование превращения вещества при сверхвысоких динамических давлениях имеет важное значение в ряде научных аспектов, в частности при изучении явлений перекристаллизации вещества в процессе прохождения сильных ударных волн, например, при соударении крупных космических тел, движущихся со сверхвысокими космическими скоростями. Соударение таких тел, как хорошо известно, аналогично взрыву [1], при котором происходят кинетические физико-химические реакции, приводящие к изменению химического и