

УДК 51-76, 612.133
DOI: 10.15372/PMTF202215234

МЕХАНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ ЛЫЖ ПО СНЕГУ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Д. В. Паршин, Р. А. Гайфутдинов, А. В. Коптюг*, А. П. Чупахин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия

* Исследовательский центр спортивных технологий Университета Средней Швеции,
Эстерсунд, Швеция

E-mails: parshin@hydro.nsc.ru, r.gaifutdinov@gnu.ru, andrey.koptyug@miun.se,
alexander190513@gmail.com

Поскольку в современном спорте высоких достижений техническая составляющая является определяющей, в лыжных гонках важным элементом оказывается скользящая поверхность беговых лыж. Проведен обзор работ по механике скольжения, рассмотрены современные способы его улучшения, а также перспективы развития данного направления в современных энергетических и экологических условиях. Проведен подробный анализ различных факторов, влияющих на механику скольжения, в частности альбедо снежного покрова, микрошероховатость скользящей поверхности лыж.

Ключевые слова: скольжение по снегу, трение со смазкой, микроструктура, лыжный спорт, кристаллы льда, реология снега

1. Краткая история создания и совершенствования конструкции беговых лыж. Упоминания о лыжах, используемых для передвижения по снегу и льду, встречаются в археологических находках, датированных несколькими тысячами лет до новой эры. Уже тогда человек интуитивно понимал базовые физические принципы передвижения на лыжах по снегу и льду, включавшие представления о распределении давления на контактной поверхности, скольжении (адгезии) поверхности лыж и распространении трещин. Первые наскальные изображения лыж, датируемые приблизительно 6-м тыс. до н. э., обнаружены на территориях современной России [1] и Северного Китая [2]. В конструкции лыж этого периода использовались шкуры лошадей для создания камуса на скользящей поверхности. Наскальные рисунки близких по конструкции лыж, обнаруженные в Норвегии, созданы приблизительно в 5-м тыс. до н. э. [2, 3]. В настоящее время отсутствуют достаточные основания полагать, что народы Скандинавии заимствовали средства передвижения у жителей Китая. Возраст первых хорошо сохранившихся находок, обнаруженных в Центральной Норвегии, составляет приблизительно 1300 лет [4]. Конструкция лыж того периода принципиально не отличается от конструкции современных охотничьих лыж. Для изготовления использовалась доска шириной приблизительно 17 см и длиной около 2 м с нанесенными на поверхность скольжения мехом (шкурой) животного или рыбой чешуей. Однако скандинавские охотники использовали также другие лыжи, особенностью которых была большая длина, составлявшая $3 \div 4$ м. Такая длина лыж, предназначенных для передвижения по льду, препятствовала формированию и распространению трещин. Заметим,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-29-01567).

© Паршин Д. В., Гайфутдинов Р. А., Коптюг А. В., Чупахин А. П., 2023

что до начала XX в. в Скандинавских странах широко использовались асимметричные беговые лыжи, одна из которых, более длинная, была предназначена для скольжения, а вторая, более короткая лыжа с нанесенным на нижнюю поверхность камусом, — для отталкивания [5].

Следует отметить, что в конце XVIII — начале XIX в. проводившиеся соревнования были закрытыми и имели характер тренировочных мероприятий в скандинавских армиях, активно применявших лыжи в военных кампаниях в зимний период [6]. Большую известность беговые лыжи получили в XIX в. и активно использовались как на охоте, так и для прогулок. В 1843 г. в Норвегии прошли первые публичные соревнования, а в 1849 г. был организован первый общественный тур на лыжах [7]. В конце XIX — начале XX в. активно обсуждались различные методики тренировок.

2. Проблемы скольжения лыж. Одной из основных особенностей передвижения на лыжах является сочетание скольжения для продвижения вперед одной лыжи и сцепления для отталкивания другой лыжей. Данная проблема остается актуальной, поскольку скольжение является одним из наименее исследованных разделов науки о трении — трибологии. На практике для улучшения скольжения лыж использовались различные смазки, в том числе животный жир [8]. Однако было отмечено различное поведение такой смазки в зависимости от температуры, а именно при положительных и при экстремально низких температурах. В различных регионах Скандинавии и горных областях Европы применялись различные виды жира, что было обусловлено не только видовым разнообразием фауны и локальными погодными условиями, но и различием физико-химических свойств используемого жира [9]. Позднее было установлено, что на качество скольжения оказывают влияние не только смазка, наносимая на поверхность лыж, но и другие факторы: тип снега, его температура, плотность, температура и давление окружающей среды и др. В современном соревновательном процессе конструкция лыж и палок жестко регламентируется. Кроме того, запрещен подогрев лыжной поверхности, однако отдельные исследования его влияния на коэффициент трения проводятся [10]. Сервисные бригады имеют право структурировать скользящую поверхность (наносить на нее насечку специальной геометрии), а также обрабатывать ее различными разрешенными химическими реагентами (мази и эмульсии скольжения, мази держания).

Добиться высокой эффективности отталкивания и скольжения беговых лыж с использованием только одного типа смазки невозможно. Поэтому при использовании лыж для классического хода применяются два типа смазки: удерживающая (grip) и скользящая (gliding). Удерживающая смазка наносится на прогиб лыжи (колодку), а скользящая — на скользящие поверхности, т. е. на носок и пятку. При этом для эффективного отталкивания лыжа изгибается, “прожимается”, обеспечивая контакт поверхности, покрытой удерживающей смазкой со снегом.

3. Актуальность исследования скольжения лыж. Как известно, большая часть разведанных в настоящее время запасов полезных ископаемых (углеводородов, цветных металлов) локализованы в северных районах и их освоение требует транспортировки в эти районы больших объемов оборудования и материалов. Такой процесс не всегда возможен или экономически целесообразен при использовании авиационного транспорта. Железнодорожное сообщение в данных регионах фактически отсутствует вследствие таяния льда в областях вечной мерзлоты и заболачивания огромных территорий летом, по тем же причинам относительно стабильное автомобильное сообщение доступно только в холодное время года. В таких условиях перемещение по земле за счет скольжения по снежной поверхности является одним из наиболее предпочтительных способов доставки грузов в северные районы. В работе [11] описана эволюция саней-пузырей и оценивается их транспортная эффективность по сравнению с обычными санями. Стоимость таких саней, состоящих из

гибких камер, прикрепленных ремнями к листам высокомолекулярного полиэтилена, в шесть раз меньше по сравнению со стальными санями, масса — в 10 раз меньше, расход топлива — в три раза меньше. Кроме того, баллоны для перевозки топлива могут использоваться в качестве груза, при этом тягачи могут расходовать топливо непосредственно из этих баллонов. Несмотря на то что существуют риски прорыва баллонов и загрязнения топливом окружающей среды, сани с гибкими топливными камерами часто используются в походах по снегу в Антарктиде и Гренландии. Это позволяет повышать экономическую эффективность добычи полезных ископаемых в высоких широтах.

В условиях постоянного роста численности населения Земли и увеличения объемов загрязнения планеты актуальной является проблема контроля уровня выбросов не только CO, CO₂, но и поверхностно-активных и фторсодержащих веществ. При этом в настоящее время фторсодержащие парафины и порошки являются наиболее передовым средством смазки лыжной скользящей поверхности [12–15]. Вместе с тем доказано негативное влияние фторуглеродов, входящих в состав лыжных мазей, как на здоровье человека [12, 14, 15], так и на окружающую среду вследствие их “стачивания” с поверхности лыж [13]. Ряд высокофтористых парафинов запрещены к использованию в соревнованиях юниоров, а также в соревнованиях уровня Кубка мира и выше. Таким образом, становятся актуальными разработки экологически безвредных парафинов (см., например, [16]) с использованием новых безопасных, а иногда биосовместимых веществ, которые существенно повышают гидрофобность скользящей поверхности. Однако, несмотря на прилагаемые усилия, производство и применение фторсодержащих лыжных мазей пока существенно не сокращается [17]. Следует отметить, что подобные материалы, обладающие супергидрофобной поверхностью, имеют различные приложения от одежды до оболочек плавательных средств военного назначения. Уменьшение объемов производства таких материалов является значительно более важной проблемой, чем использование фторсодержащих лыжных мазей.

4. Снег и атмосфера. Количество и качество снежного покрова является одним из определяющих факторов при подготовке как лыжного снаряжения, так и лыжегоночных или горнолыжных трасс.

Структура кристаллов снега существенно зависит как от температуры формирования снежного покрова, так и от давления и влажности, при которых он формируется (рис. 1) [18, 19]. Все эти факторы обуславливают большое многообразие кристаллов снега, которые, утрамбовываясь, создают снежную (ледяную) подушку толщиной до нескольких километров (снежно-ледяные щиты Гренландии и Антарктики). Энергия снежной поверхности включает следующие составляющие: факторы, зависящие от ветра и влажности атмосферы, адвективный поток тепла и тепловой поток со стороны грунта, потоки солнечного и теплового излучения. Величины приходящего солнечного излучения могут быть измерены с помощью пиранометра, величины теплового излучения — с помощью пиргеометра. Величина отраженного солнечного излучения определяется коэффициентом альбедо.

С учетом указанных составляющих энергии снежного покрова можно определить, например, влияние изменения температуры окружающей среды на скольжение лыж по снегу. Согласно уравнению Клаузиуса — Клапейрона

$$e_v^f = e_v^0 \exp \left[\frac{L}{R} \left(\frac{1}{T^0} - \frac{1}{T^f} \right) \right], \quad (1)$$

где e_v^f , e_v^0 — конечное и начальное значения давления водяного пара в атмосфере; R — универсальная газовая постоянная; L — энтальпия; T^f , T^0 — конечное и начальное значения температуры. Из уравнения (1), в частности, следует, что при бóльших значениях температуры давление пара выше. Этот результат хорошо согласуется с данными о переносе

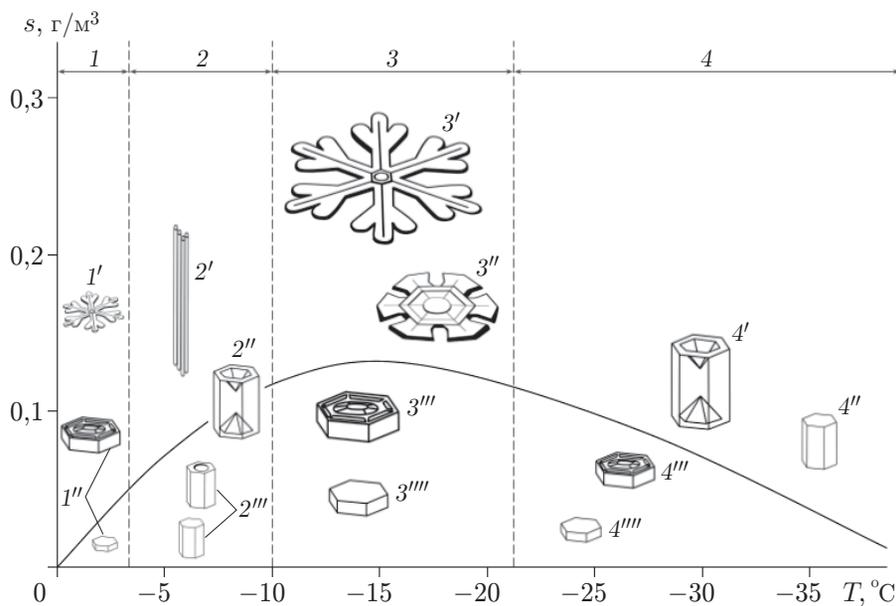


Рис. 1. Структура снежных и ледяных кристаллов в зависимости от температуры T и насыщенности влагой воздуха s :

1 — пластины (1' — дендриты, 1'' — пластины), 2 — продолговатые структуры (2' — иглы, 2'' — полые колонны, 2''' — сплошные призмы), 3 — пластины (3' — дендриты, 3'' — секционированные пластины, 3''' — тонкие пластины, 3'''' — сплошные пластины), 4 — колонны и пластины (4' — полые колонны, 4'' — сплошные призмы, 4''' — тонкие пластины, 4'''' — сплошные пластины)

влаги в атмосфере. Помимо общей значимости эта информация имеет сугубо практическое значение. Так, при смене погоды в зоне соревнований перед стартом или непосредственно в ходе соревнований сервисные бригады должны учитывать изменение температуры для выбора оптимальных мазей держания (скольжения). Формула (1) показывает необходимость учета именно градиента температуры, а не только ее абсолютной величины.

Также следует отметить, что изменение структуры снега при изменении погодных условий (температуры, влажности) является необратимым процессом. Например, весенние циклические изменения температуры (день — ночь) приводят к преобладанию столбчатых и игольчатых кристаллов в диапазоне значений температуры $-5 \div -10$ °C (см. рис. 1). Однако при последующем значительном и длительном понижении температуры в диапазоне $-10 \div -20$ °C не происходит изменения структуры, приводящего к появлению плоских кристаллов (см. рис. 1). Таким образом, при изучении структуры снега необходимо учитывать не только текущие, но и предшествующие значения температуры и влажности (см. (1)).

5. Альbedo. Важным фактором, влияющим на скольжение по снегу или льду, является альbedo поверхности. Как отмечено в п. 4, этот параметр представляет собой важную составляющую энергетического баланса в снежном пласте. Его значение для различных материалов варьируется. Например, значение альbedo морского льда равно 0,6, свежеснеженного снега — 0,85, тогда как альbedo водной поверхности приблизительно равно 0,05 [20]. Таким образом, в областях снежного покрова, находящихся на разной высоте, на солнце и в тени значения альbedo различаются (рис. 2, 3) [21, 22]. Облачность также оказывает существенное влияние на данный показатель.

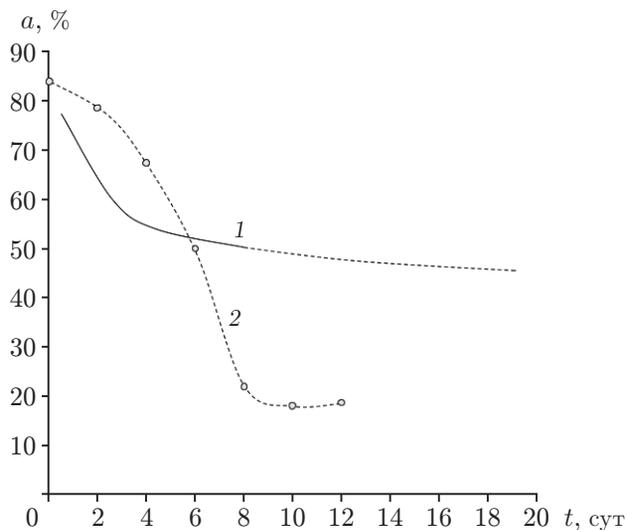


Рис. 2. Зависимости альбедо a для снега, выпавшего в горах и на равнине, от времени t :

1 — глубокий горный снежный покров, 2 — мелкий снежный покров в прериях (менее 0,25 м)

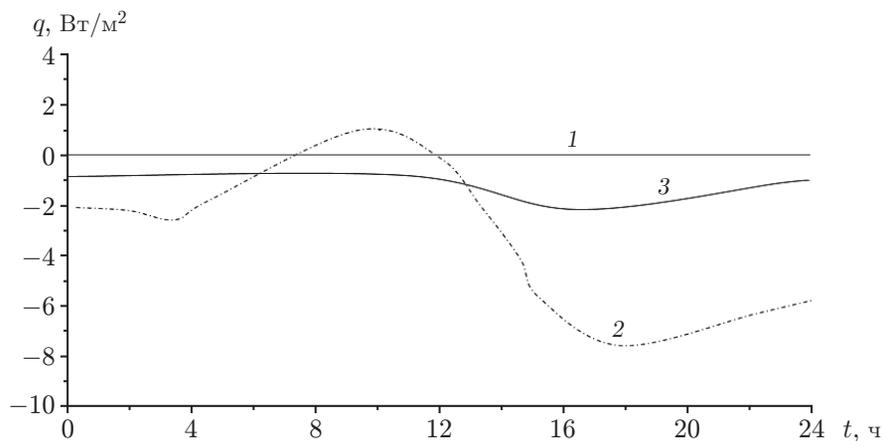


Рис. 3. Зависимость потока тепла от времени для различных типов снежного покрова:

1 — отсутствие теплового потока, 2 — под сухим снегом, 3 — под тающим снегом

6. Взаимодействие лыж со снегом при скольжении. Большое количество работ посвящено исследованию общих проблем взаимодействия скользящих поверхностей лыж и снега [23–27], а также изучению способов улучшения скольжения (см., например, [28]). Ниже подробно рассматриваются основные особенности взаимодействия лыж со снегом.

6.1. Давление на снег. Одним из факторов, существенно влияющих на эффективность скольжения, является давление лыж на снег. Снег является вязкоупругой средой [29], поэтому для того, чтобы расплавить его и выделить воду, необходимо приложить определенное усилие. Однако чрезмерное усилие приведет к увеличению не только реакции опоры как компоненты силы трения, но и коэффициента трения за счет вытеснения образующейся водяной пленки (рис. 4) [30, 31].

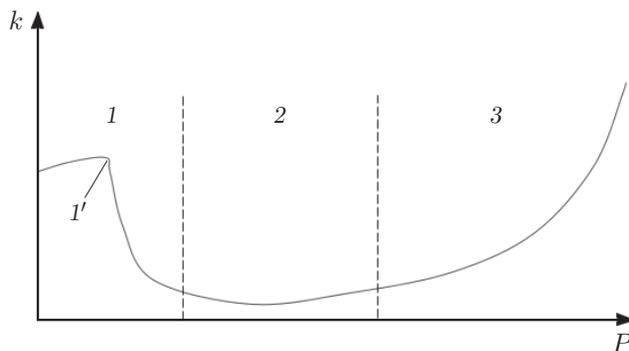


Рис. 4. Качественная зависимость коэффициента трения k от приложенного давления P :

1 — давление, недостаточное для разрушения ледяной матрицы, 1' — образование водяной пленки, 2 — оптимальное давление, 3 — давление, приводящее к вытеснению образующейся водяной пленки

Согласно правилам лыжные соревнования высокого уровня проводятся при температуре воздуха не ниже -20 °С. В работе [32] давление, необходимое для формирования водяной пленки, определено следующим образом: при $T = 0,01$ °С оно равно $P = 611,7$ Па, а при $T = 21,985$ °С $P = 208,6$ МПа.

Как известно из современных исследований структуры снега [33] и из фольклора многих северных народов [34], в природе существует несколько десятков видов снега, вязкоупругие характеристики которых существенно различаются [35]. Детально реологические характеристики снега изучаются на протяжении более чем 50 лет, начиная с работы [36], в которой впервые были получены вязкоупругие характеристики снега при различных давлениях и температуре, и заканчивая работой [30], в которой вычислены модули упругости, выполнен частотный тест, определена зависимость величины деформации при заданных нагрузках от спрессованности снежного массива. Обозначим длину скользящей поверхности лыж и их скорость через l и v соответственно, тогда время взаимодействия скользящей поверхности со снежным покровом равно $t = l/v$. В большинстве расчетов изменения температуры снежного покрова при его взаимодействии со скользящей поверхностью лыж используется одномерная модель теплопроводности:

$$\Delta T_i = \frac{2q_i}{k_i} \left(\frac{K_i t}{\pi} \right)^{1/2}.$$

Здесь ΔT_i — изменение температуры; k_i и K_i — теплопроводность и температуропроводность снега соответственно; q_i — поток тепла к снежной поверхности на участке взаимодействия снега и скользящей поверхности [31]. С учетом сказанного выше для обеспечения скольжения лыж со смазкой по снежной поверхности различного типа при различных внешних условиях и значениях скорости скольжения требуется разное количество тепла, передаваемого снежному массиву. Например, при экстремальных гоночных условиях, когда температура достигает -20 °С, количество тепла, передаваемого снежному массиву в результате трения скользящей поверхности лыжи при ее смещении на 1 см [37], равно

$$Q = \frac{\mu M g}{J} = \frac{0,05 \cdot 37,5 \cdot 981 \cdot 1000}{4,18 \cdot 10^7} = 0,44 \text{ кал.} \quad (2)$$

В (2) коэффициент трения равен $\mu = 0,05$, средний вес лыжника — 75 кг, площадь скользящей поверхности лыж — 5000 см². Следует отметить, что уже в 30-х гг. XX в. было установлено, что площадь поверхности, на которой распределяется вес спортсмена, не совпадает с площадью реального контакта. Действительно, если предположить, что площадь

области контакта поверхности лыж с кристаллами снега составляет $1/1000$ эффективной площади поверхности, на которой распределен вес спортсмена, то согласно (2) количества тепла, выделяющегося при трении, будет достаточно для нагрева поверхности скольжения до $-0,12$ °С, чего в реальности не происходит. Как показали дальнейшие эксперименты, площадь реального контакта может составлять $10^{-5} \div 10^{-4}$ площади поверхности, на которой распределено давление лыжника на снег [38, 39]. Очевидно, что площадь поверхности взаимодействия лыж со скользящей поверхностью зависит как от микроструктуры скользящей поверхности, так и от структуры кристаллов снега (см. рис. 1). На микроуровне контакт может происходить только между частью скользящей поверхности (вследствие ее микрошероховатости) и “вершинами” кристаллов, формирующих снежную массу, при этом существенно увеличивается локальное давление [24, 27, 39]. При взаимодействии лыж со снегом возможны также другие процессы, затрудняющие выделение собственно компоненты силы трения из силы сопротивления скольжению. Как указано выше, коэффициент трения зависит от давления. Однако давление распределено по скользящей поверхности лыж неоднородно [38, 40–42]. Соответственно, имеет место неравномерное распределение силы трения. Для определения результирующей силы трения необходимо интегрирование силы трения по всей поверхности скольжения, но поскольку зоны скольжения на “пятке” и “носке” современных лыж различны и их размер меняется при перемещении центра тяжести лыжника, точный расчет результирующих сил существенно затруднен. Возможны лишь различные оценки или экспериментальные исследования скольжения лыж при различных нагрузках и скоростях с использованием различных методик (см., например, [43–46]).

Давление на снег вызывает увеличение сопротивления при скольжении. При движении набегающая поверхность лыж “пропахивает” снег. Этот эффект вносит некоторый вклад в сопротивление движению и торможение лыж. При скольжении на хорошо подготовленной лыжне или на жестком фирне влияние эффекта “пропахивания” незначительно и сопротивление скольжению определяется в основном силой трения. Однако на рыхлом, свежеснеговом снегу влияние этого эффекта может преобладать.

6.2. Таяние снега и самосмазываемость. Одним из эффектов, улучшающих скольжение тела по снегу, является так называемая самосмазываемость. Этот эффект имеет широкое применение в технике, особенно при разработке сплавов [47] для деталей подшипников [48]. В данном случае важную роль играет математическое моделирование [49–51]. При этом функцию трущихся деталей выполняют снег и поверхность скольжения лыж. Основной проблемой, возникающей при разработке модели самосмазываемости в процессе скольжения по снегу, является различие диапазонов температур, при которых происходит взаимодействие: для лыж этот диапазон составляет $-20 \div +15$ °С, для подшипников — $100 \div 300$ °С.

Предположение о существовании данного явления сделано Рейнольдсом [52]. Однако в течение 60 лет после опубликования работы [52] оно не было полностью объяснено. Первые результаты получены в работе [53], авторы которой провели эксперименты по исследованию скольжения гладкого стекла и стекла с нанесенной шероховатостью по льду и установили, что коэффициент трения существенно уменьшается с $\mu = 0,30$ до $\mu = 0,13$. В работе [54] обнаружены существенно различающиеся механизмы трения, имеющие место при различных скоростях. Одним из таких механизмов являются сухое трение и адгезия, имеющие место при значениях скорости, не превышающих $0,1$ м/с. При больших скоростях возможно появление водяной пленки и, как следствие, возникновение иного механизма трения. Этот механизм не предполагает добавления смазок, порошков или пен [55] и обусловлен влиянием эффектов, возникающих в процессе трения о снег или лед. Во-первых, при сдавливании снежного покрова происходит вытеснение более легкой фракции с поверх-

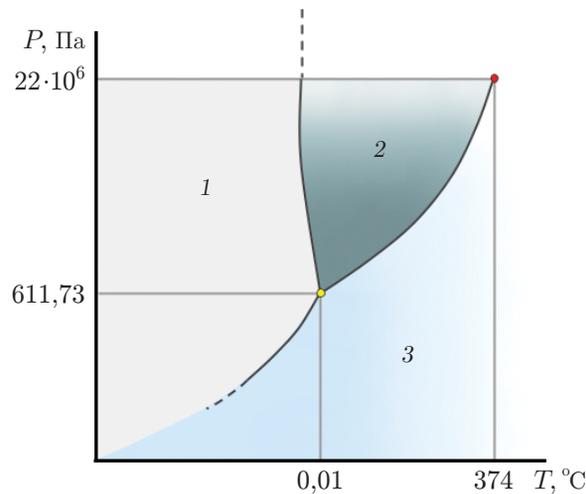


Рис. 5. Точка ветвления фазового состояния воды (тройная точка):
1 — твердое тело, 2 — жидкость, 3 — газ

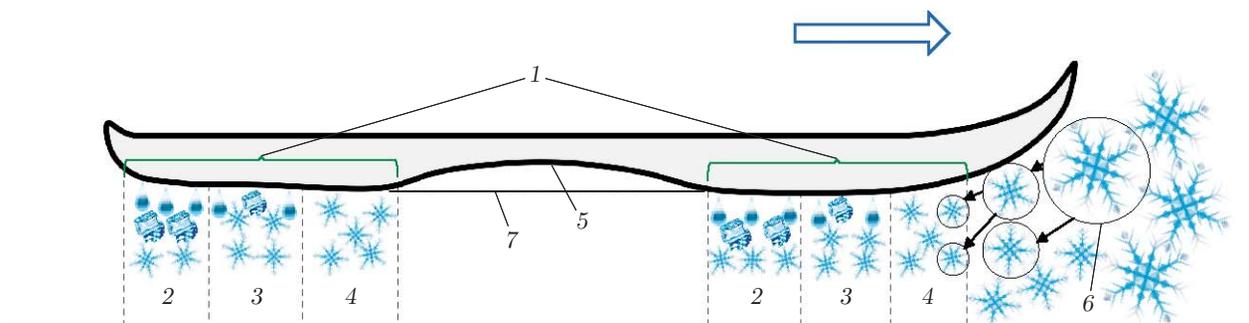


Рис. 6. Схема участков наличия водяной пленки под скользящей поверхностью беговой лыжи:

1 — зона контакта при максимальном давлении, 2 — влажное (смазочное) трение, 3 — переходная зона, 4 — сухое трение, 5 — пружинная арка, 6 — разбивание кристаллов, 7 — сжатая гоночная трасса; стрелка — направление скольжения

ности трения. Во-вторых, происходит повреждение ледяных кристаллов, вследствие чего их структура занимает промежуточное положение между талой водой и снегом (рис. 5). Подтверждением второго тезиса являются данные экспериментов [53, 56], при постановке которых предполагалось, что при скольжении по снегу (льду) талая вода является смазкой (рис. 6). В этих экспериментах при добавлении в зону контакта талой воды получено значение коэффициента трения $\mu = 0,61$, существенно превышающее значения $\mu = 0,30$ и $\mu = 0,13$, полученные в ранее проведенных экспериментах.

В работе [57] впервые предложена модель скольжения по льду с учетом выхода некоторого объема воды из зоны контакта. В работе [58] этот результат использован для построения модели передачи тепла в лед в зависимости от скорости скольжения по нему. Данная зависимость рассматривалась как с учетом выхода воды, так и без учета этого эффекта. Результаты моделирования показали, что при учете выхода воды из зоны контакта количество тепла, передаваемого в лед, приблизительно на 20 % больше при скорости 8 м/с и на 30 % больше при скорости 12 м/с. Эти данные ближе к экспериментальным значениям, полученным в [59].

Принято считать, что существует три температурных зоны с разными доминирующими механизмами скольжения лыж. В зоне умеренно низких температур ($-5 \div -15$ °С) преобладает механизм образования тонкой водяной пленки при давлении скользящей поверхности (зона с “хорошей смазкой”). При значительном понижении температуры образование водяной пленки затрудняется и трение становится сухим. В зоне, близкой к точке таяния, толщина водяной пленки становится значительной и существенное влияние оказывают такие гидродинамические эффекты, как аквапланирование.

Также следует отметить, что зависимость коэффициента трения от давления, при которой с увеличением давления в некотором диапазоне происходит уменьшение коэффициента трения (см. рис. 4), приводит к возникновению вибраций трущихся поверхностей. Наблюдается влияние вибрации на старение материала. Этот эффект известен в технике [60, 61]. В частности, эффект скрипящих тормозов у старых автомобилей вызван самовозбуждающимися вибрациями и приводит к значительному уменьшению эффективности торможения [62]. В современных автомобилях в результате изменения конструкции тормозного узла (демпфирование колодок, изменение конструкции тормозных дисков) такой эффект исключен. Предположение о наличии подобного влияния на трение скольжения лыж было сделано после того, как наличие таких вибраций при свободном скольжении беговых лыж было зарегистрировано в экспериментах [63, 64]. Впоследствии значительное (на десятки процентов) уменьшение эффективного коэффициента трения под действием вынужденной вибрации было зарегистрировано экспериментально [65]. Самовозбуждение таких вибраций вызвано особенностями механизмов трения и взаимодействием динамических сил с механической системой [66–68]. В [69, 70] полагается, что в процессе скольжения лыж устойчивые вибрации обусловлены возбуждением собственных частот колебаний лыж вследствие влияния процесса сцепления-скольжения. Несмотря на то что перемещения плоскости скольжения под действием вибраций весьма малы, максимальное давление достигает больших значений.

Уменьшение средней силы трения под действием вибраций характерно для случаев, когда коэффициент трения нелинейно зависит от давления (см. рис. 4). Если бы коэффициент трения системы лыжи — снег не зависел от давления, то увеличение трения в “положительной” полуволне изменения давления было бы таким же, как и уменьшение в “отрицательной” полуволне. При скольжении по снегу в определенном интервале давлений коэффициент трения уменьшается при увеличении давления. Это приводит к тому, что полуволна увеличения давления вызывает менее значительное увеличение трения. В результате происходит общее уменьшение осредненного трения. Следует отметить, что характер зависимости коэффициента трения от давления зависит также от температуры снега и скорости скольжения. Поскольку уменьшение силы трения при увеличении давления обусловлено образованием водяной пленки, а эффективность этого процесса значительно уменьшается при низких отрицательных температурах, проявления вибрационного эффекта уменьшения трения следует ожидать при температурах $-5 \div -15$ °С.

Несмотря на то что проведен ряд исследований влияния самовозбуждающихся вибраций в лыжах на трение, до сих пор не удалось разработать конструкцию беговых лыж, в которой это влияние было бы учтено. Однако известно, что оптимальная жесткость беговых лыж для соревнований при различных значениях температуры должна различаться. Заметим, что для лыж, используемых в других видах спорта, ситуация может существенно отличаться от описанной выше. В частности, вибрации прыжковых лыж позволяют увеличить скорость разгона [71]. В горнолыжном спорте вибрации лыж для скоростного спуска оказывают положительное влияние, для слалома — негативное. Интенсивность вибраций слаломных лыж может быть настолько значительной, что произойдет отрыв канта от поверхности снега, вследствие чего ухудшится маневренность при поворотах.

Таким образом, важной задачей проектирования слаломных лыж и сноубордов является подавление нежелательных самовозбуждающихся колебаний (см., например, [72, 73]).

6.3. *Супергидрофобная скользящая поверхность.* Как отмечено в работе [53], существенное влияние на коэффициент трения оказывает структура поверхности, взаимодействующей со снегом. Под структурой в данном случае понимается нанесение на скользящую поверхность лыжи геометрического узора, причем глубина насечек составляет несколько микрометров. Характер узора очень разнообразен, основан исключительно на интуиции и опыте специалистов, готовящих лыжи. Геометрия структуры определяется в зависимости от характера снега на трассе, температуры воздуха, характера трассы и т. д. В данной работе описание обтекания потоком жидкости шероховатой поверхности основано на обзоре [58], цикле работ о тензоре скольжения [23, 74] и исследованиях течения вязкой жидкости в канале с супергидрофобными стенками [75–79] и дает лишь общее представление о моделировании этого процесса.

Выделяются два режима обтекания жидкостью шероховатой поверхности. При полном контакте жидкости с поверхностью (модель Венцеля) шероховатость препятствует скольжению однородных низко- и высокомолекулярных жидкостей, что обусловлено возмущениями скорости течения вблизи микронеровностей. Наличие в потоке жидкости микропузырьков газа приводит к их локализации в углублениях между микроскопическими выступами и усилению эффекта скольжения. Такой режим обтекания, называемый состоянием Касси — Бакстера, приводит к чрезвычайно слабой смачиваемости — супергидрофобности, при этом краевой угол Юнга увеличивается до 150° . Данный эффект возникает в режимах течения, в которых масштаб потока значительно превышает масштаб шероховатости. Чередование шероховатостей, выступов и впадин, заполненных газом, приводит к существенному изменению характера обтекания. Этот процесс можно трактовать как чередование локальных граничных условий прилипания в зонах контакта жидкость — твердое тело и скольжения на межфазных границах жидкость — газ. Такие поверхности имеют меньший коэффициент трения. Для описания процесса обтекания потоком жидкости шероховатой поверхности используется тензор эффективной длины скольжения b , компоненты которого имеют размерность длины. Этот тензор, являющийся симметричной матрицей второго порядка, обобщает условие Навье, задающее эффективную длину скольжения потока по поверхности. Краевое условие проскальзывания типа условия Навье имеет вид

$$b = \langle \mathbf{v}_w \rangle \mathbf{n} ((\nabla \mathbf{u})_w)^{-1},$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали; $\langle \mathbf{v}_w \rangle$ — средняя скорость скольжения жидкости на твердой стенке; $(\nabla \mathbf{u})_w$ — градиент локальной скорости течения жидкости. Формула для тензора b записана в локальном ортонормированном базисе, связанном с рассматриваемой точкой поверхности. Эта формула в среднем описывает течение вязкой жидкости в масштабе, превышающем масштаб шероховатости. В случае анизотропных шероховатостей, характеризующихся различной геометрией в разных направлениях (страйп-структуры), длины скольжения в разных направлениях различны. Эффективные длины скольжения вдоль $l_{eff,\parallel}$ и поперек $l_{eff,\perp}$ страйп-структур являются собственными значениями тензора \bar{b} , причем $l_{eff,\parallel} > l_{eff,\perp}$. Показано, что при идеальном скольжении на участках жидкость — газ $l^- \rightarrow \infty$ и условия прилипания на твердых выступах $l^+ = 0$ справедливы соотношения [77, 78]

$$l_{eff,\perp} = \frac{L}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{\pi(1-\varphi)}{2} \right), \quad l_{eff,\parallel} = 2l_{eff,\perp},$$

где L — период страйп-структуры; φ — доля участков с газовой фазой. В случае фрактальной супергидрофобной поверхности уменьшение доли участков с твердой фазой обтекания

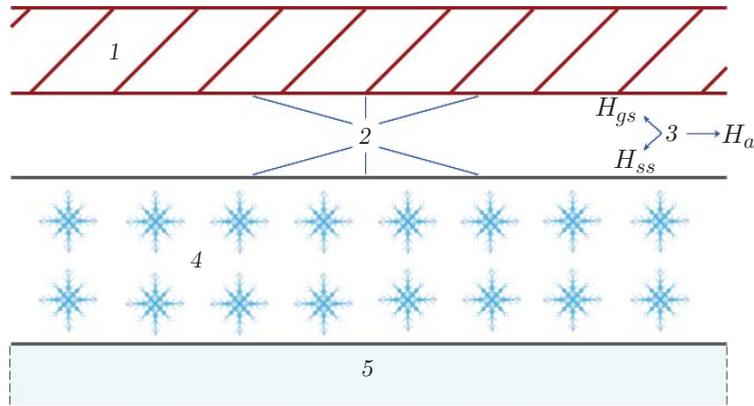


Рис. 7. Схема рассеяния тепловой энергии в результате трения в области контакта скользящей поверхности и снега:
 1 — скользящая поверхность, 2 — поверхности контакта, 3 — тепловой поток, 4 — снежный покров, 5 — зона контакта

не приводит к существенному увеличению длины скольжения. Для поверхностей с фрактальной размерностью $d < 2$ показано, что эффективная длина скольжения вычисляется по формуле [78]

$$l_{eff} = \frac{3}{8} L \left[\frac{4}{\pi} (1 - \varphi) \right]^{(1-d)/(2-d)}.$$

Следовательно, при заданной доле участков с твердой фазой в случае фрактальных супергидрофобных поверхностей эффективная длина скольжения меньше, чем в случаях супергидрофобных поверхностей с регулярной структурой.

Таким образом, для уменьшения гидродинамического сопротивления обтеканию потоком шероховатой стенки узкого канала необходимо разработать способы удержания газа во впадинах шероховатой поверхности. В случае супергидрофобных поверхностей типа страйп-структур гидродинамическое сопротивление значительно меньше, чем в случае структур фрактальной размерности [79]. Представляется перспективным исследование обтекания шероховатых поверхностей, основанное на использовании условия скольжения Навье, для моделирования оптимального режима скольжения лыж.

7. Тепловое излучение. Поскольку мысок лыжи приподнят над поверхностью трассы, он получает некоторую долю тепла, излучаемого снежным покровом. Кроме того, долю тепла H_{gs} получает скользящая поверхность лыжи в результате взаимодействия со снежной поверхностью, когда работа силы трения переходит в тепловую энергию. Одна часть этой энергии H_{ss} распределяется между скользящей поверхностью и трассой, а другая часть H_a высвобождается в атмосферу через жидкость, вытесняемую из зоны контакта (рис. 7).

Следовательно, при изготовлении скользящих поверхностей необходимо использовать композиты с различными характеристиками теплопроводности [32]. Перераспределение температур описано, например, в работе [80], тогда как в [21] этот эффект не учитывался в модели для определения коэффициента трения. Моделирование плавления снега при нагреве проведено в работе [81].

8. Анализ результатов. В рассмотренных выше работах задача улучшения скольжения сводится к задаче контакта водяной пленки с супергидрофобной поверхностью. Проблемы, возникающие при исследовании процесса обтекания жидкостью твердой стенки, в частности скольжения потока на стенке, имеют теоретический, фундаментальный характер, но при этом связаны с различными приложениями [82]. Изучение поведения жидко-

сти вблизи граничной поверхности необходимо при разработке математических и компьютерных моделей [83, 84]. При моделировании течений вязкой несжимаемой жидкости, описываемых уравнениями Навье — Стокса, необходимо исследовать реологию жидкости вблизи границы. В последнее время формируется мнение, что стандартные краевые условия прилипания (скорость жидкости на стенке равна нулю) выполняются для широкого круга задач, но не являются универсальным законом [85]. Это предположение не следует из каких-либо фундаментальных принципов механики континуума, и его справедливость наряду с условием проскальзывания жидкости на стенке обсуждалась в работе [86]. Понятие длины скольжения потока на стенке было введено Л. Навье, в дальнейшем было предложено также понятие тензора скольжения жидкости [23, 87].

Наиболее важной с точки зрения фундаментальной науки и практических приложений является проблема уменьшения сопротивления при обтекании супергидрофобных поверхностей, которое не может быть объяснено в рамках модели обтекания поверхности потоком со стандартными условиями прилипания на твердой поверхности [88, 89].

В данной работе выделены основные факторы, влияющие на трение поверхности скольжения лыж по снегу. Во многих работах (см., например, [39]) исследуется влияние скользящей поверхности, тогда как влияние других факторов иногда более существенно. В условиях соревнований необходимо учитывать также такие факторы, как присутствие на трассе других спортсменов, что, с одной стороны, приводит к ухудшению качества трассы при прохождении поворотов, а с другой — к уменьшению сопротивления воздуха и улучшению поверхности скольжения для идущего сзади спортсмена. Как правило, на спуске едущий сзади спортсмен догоняет едущего впереди него. Таким образом, рассматриваемая задача является комплексной, сложной и требует детального анализа для применения результатов моделирования скольжения лыжной поверхности [90], а также создания крупномасштабных установок для исследования скольжения, поскольку при малых размерах установок, описанных в работах [50, 91], недостаточно проявляются вязкоупругие характеристики снежного покрова, которые актуальны при проведении реальных соревнований. Такие установки не позволяют воспроизвести утрамбованный снежный покров после проката по нему спортсмена, влияние солнечной освещенности и рельефа трассы и др. Существуют работы, в которых описываются масштабные установки для изучения трения лыж о снежную поверхность [80]. В данной работе не рассматривается подробно трение скользящей поверхности лыж о снег в случае их химической обработки. Во-первых, подобная обработка существенно затрудняет изучение механики такого взаимодействия, а во-вторых, в ряде работ показано, что иногда нанесение мазей скольжения [92, 93] может приводить к ухудшению скользящих свойств, а во многих случаях не дает существенных преимуществ в скольжении [94]. В свою очередь, обработка лыжной скользящей поверхности различными парафинами и эмульсиями имеет много особенностей [95–97], что требует исследования состояния лыжной трассы [98] и конкретных характеристик подготавливаемых лыж [99–101].

Заключение. В работе рассмотрены основные эффекты, возникающие при скольжении лыж по снежной поверхности. Показано, что на коэффициент силы трения существенное влияние оказывают различные факторы от коэффициента альбедо до микроструктуры поверхности скольжения. Проведен анализ различных подходов к моделированию такого скольжения. Однако даже в работах, учитывающих такие сложные факторы, как вытеснение водяной пленки из-под скользящей поверхности в результате воздействия прижимающей силы, получены очень грубые оценки значения коэффициента силы трения, которое на десятки процентов отличается от экспериментальных значений. Это означает, что механизмы скольжения по снежной поверхности изучены недостаточно вследствие влияния различных факторов. Необходимо исследовать эти факторы на основе экспериментальных

данных, полученных в трибологии. Более глубокое понимание рассмотренных процессов позволит не только достичь более высоких спортивных результатов, но и разработать более современные транспортные средства, предназначенные для передвижения по снегу.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Burov G.** Some mesolithic wooden artifacts from the site of Vis I in the European NorthEast of the USSR // *The mesolithic in Europe*. Edinburg: Donald, 1989. P. 391–401.
2. **Tacon P. S. C., Huisheng T., Aubert M.** Naturalistic animals and hand stencils in the rock art of Xinjiang Uyghur autonomous region, Northwest China // *Rock Art Res.* 2016. V. 33, N 1. P. 19–31.
3. **Krichko K.** China's stone age skiers and history's harsh lessons // *New York Times*. 2017. Apr. 19.
4. **Curry A.** Oldest pair of skis unearthed in Norwegian ice. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <https://www.science.org/content/article/oldest-pair-skis-unearthed-norwegian-ice>.
5. **Fry J.** *The story of modern skiing*. Hanover: Univ. Press of New England, 2006.
6. **Bergsland E.** *På ski*. Oslo: Aschehoug, 1946.
7. **Saur L.** *Norske ski-til glede og besver, 22* (in Norwegian). Alta: Hogskolen i Finnmark, Avdeling for fritids- og kulturfag, 1999.
8. **Magnus O.** *A description of the Northern peoples, 1555*. S. l.: Hakluyt Soc., 1998. V. 1.
9. **Oberleutnant Hals.** *Om skismøring*. Vaage: Skienes Verden, S. a.
10. **Пронин С. П., Березников А. А.** Исследования коэффициента трения скольжения пластиковой лыжи по снегу при ее подогреве // *Ползунов. альманах*. 2019. Т. 4. С. 52–54.
11. **Lever J. H., Weale J. C.** High efficiency fuel sleds for polar traverses // *J. Terramech.* 2012. V. 49, N 3/4. P. 207–213.
12. **Rappazzo K. M., Coffman E., Hines E. P.** Exposure to perfluorinated alkyl substances and health outcomes in children: A systematic review of the epidemiologic literature // *Intern. J. Environment. Res. Publ. Health*. 2017. V. 14, N 7. 691.
13. **Rohm S., Unterberger S. H., Hasler M., et al.** Effect of temperature, molecule chain length and position on the ski base // *Wear*. 2017. V. 384/385. P. 43–49.
14. **Freberg B. I., Haug L. S., Olsen R., et al.** Occupational exposure to airborne perfluorinated compounds during professional ski waxing // *Environment. Sci. Technol.* 2010. V. 44, N 19. P. 7723–7728.
15. **Hämeri K., Aalto P., Kulmala M., et al.** Formation of respirable particles during ski waxing // *Aerosol Sci.* 1996. V. 27, N 2. P. 339–344.
16. **Bützer P., Brühwiler D., Bützer M. R., et al.** Indigo — A new tribological substance class for non-toxic and ecological gliding surfaces on ice, snow, and water // *Materials*. 2022. V. 15, N 3. 883.
17. **Fang S., Plassmann M. M., Cousins I. T.** Levels of per- and polyfluoroalkyl substances (PFAS) in ski wax products on the market in 2019 indicate no changes in formulation // *Environment. Sci.: Process. Impacts*. 2020. V. 22. P. 2142–2146.
18. **Barrett J. W., Garcke H., Nürnberg R.** Numerical computations of faceted pattern formation in snow crystal growth phys // *Phys. Rev. E*. 2012. V. 86. 011604.
19. **Libbrecht K.** The formation of snow crystals // *Amer. Sci.* V. 95, N 1. 52.
20. **Lozowski E. P., Szilder K.** Derivation and new analysis of a hydrodynamic model of speed skate ice friction // *Intern. J. Offshore Polar Engng.* V. 23, N 2. P. 1015–1022.

21. **Wolfspurger F., Meyer F., Gilgien M.** The snow-friction of freestyle skis and snowboards predicted from snow physical quantities // *Front. Mech. Engng. Tribology*. 2021. V. 7. 79.
22. **Delmas L.** Influence of snow type and temperature on snow viscosity // *J. Glaciology*. 2013. V. 59, N 213. P. 87–92.
23. **Bazant M., Vinogradova O.** Tensorial hydrodynamic slip // *Fluid Mech.* 2008. V. 613. P. 125–134.
24. **Nachbauer W.** Friction between ski and snow. The engineering approach to winter sports / W. Nachbauer, P. Kaps, M. Hasler, M. Mössner. N. Y.: Springer, 2016.
25. **Buhl D., Fauve M., Rhyner H.** The kinetic friction of polyethylene on snow: the influence of the snow temperature and load // *Cold Regions Sci. Technol.* 2001. V. 33, N 2/3. P. 133–140.
26. **Matveev K. I.** An analytical model for flat-ski friction in steady horizontal gliding // *Sports Engng.* 2017. V. 20. P. 293–298.
27. **Theile T., Szabo D., Luthi A., et al.** Mechanics of the ski — snow contact // *Tribol. Lett.* 2009. V. 36. P. 223–231.
28. **Almqvist A., Pellegrini B., Lintzén N., et al.** A scientific perspective on reducing ski-snow friction to improve performance in olympic cross-country skiing, the biathlon and nordic combined // *Frontiers Sports Ports Active Living*. 2022. V. 4. 844883.
29. **Kouichi Nishimura.** Viscosity of fluidized snow // *Cold Regions Sci. Technol.* 1996. V. 24, N 2. P. 117–127.
30. **Lever J. H., Asenath-Smith E., Taylor S., Lines A. P.** Assessing the mechanisms thought to govern ice and snow friction and their interplay with substrate brittle behavior // *Frontiers Mech. Engng.* 2021. V. 7. 690425.
31. **Bowden F. P., Hughes T. P.** The mechanics of sliding on ice and snow // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A*. 1939. V. 172, N 949. P. 280–298.
32. **Colbeck S. C., Perovich D. K.** Temperature effects of black versus white polyethylene bases for snow skis // *Cold Regions Sci. Technol.* 2004. V. 39, N 1. P. 33–38.
33. **Gray D. M., O’Neill A. D. J.** Application of the energy budget for predicting snowmelt runoff // *Advanced concepts in the study of snow and ice resources*. Washington: Nat. Acad. Press, 1974. P. 108–118.
34. **Krupnik I., Müller-Wille L., Boas F.** Inuktitut terminology for ice and snow: From the emergence of the field to the “Great eskimo vocabulary hoax” // *SIKU: Knowing our ice*. Luxembourg: Springer Sci. Business Media, 2010. P. 377–400.
35. **Dongen M. E. H. van, Smeulders D. M. J.** Ice speed skating: Onset of lubrication by frictional heating // *Europhys Lett.: EPL* 2021. V. 134, N 3. 34005.
36. **Carslaw H. S.** Conduction of heat in solids. 2nd ed. / H. S. Carslaw, J. C. Jaeger. L.: Oxford Univ. Press, 1959.
37. **Evans D. C. B., Nye J. F., Cheeseman K. J.** The kinetic friction of ice // *Proc. Roy. Soc. A*. 1976. V. 347, N 1651. P. 493–512.
38. **Mössner M., Hasler M., Nachbauer W.** Calculation of the contact area between snow grains and ski base // *Tribology Intern.* 2021. V. 163. 107183.
39. **Адериха В. Н., Песецкий С. С.** Слой скольжения беговых пластиковых лыж: специфика условий трения, текущее состояние и перспективы исследований и разработок (обзор) // *Полимер. материалы и технологии*. 2019. Т. 5, № 3. С. 6–23.
40. **Kalliorinne K., Sandberg J., Hindér G., et al.** Characterisation of the contact between cross-country skis and snow: A macro-scale investigation of the apparent contact // *Lubricants*. 2022. V. 10, N 11. 279.

41. **Bäckstöm M., Dahlen L., Tinnsten M., et al.** Essential ski characteristics for cross-country skis performance // *Engng Sport* 7. 2008. V. 2. P. 543–549.
42. **Breitschädel F.** Variation of nordic classic ski characteristics from Norwegian national team athletes // *Procedia Engng.* 2012. V. 34. P. 391–396.
43. **Swarén M., Karlöf L., Holmberg H.-C., Eriksson A.** Validation of test setup to evaluate glide performance in skis // *Sports Technol.* 2014. V. 7, N 1/2. P. 89–97.
44. **Hasler M., Schindelwig K., Mayr B., et al.** A novel ski — snow tribometer and its precision // *Tribology Lett.* 2016. V. 63, N 3. 33.
45. **Auganæs S. B., Buene A. F., Klein-Paste A.** Laboratory testing of cross-country skis — Investigating tribometer precision on laboratory-grown dendritic snow // *Tribology Intern.* 2022. V. 168. 107451.
46. **Budde R., Himes A.** High resolution friction measurements of cross-country ski bases on snow // *Sports Engng.* 2017. V. 20, N 4. P. 299–311.
47. **Shen X., Liu Y., Cao L., Chen X.** Numerical simulation of sliding wear for self-lubricating spherical plain bearings // *Materials Res. Technol.* 2012. V. 1, N 1. P. 8–12.
48. **Stolarski T. A.** Sliding-element bearings. Tribology in machine design. N. Y.: Industr. Press Inc., 1990.
49. **Bushe N. A., Goryacheva I. G., Makhovskaya Yu. Yu.** Effect of aluminum-alloy composition on self-lubrication of frictional surfaces // *Wear.* 2003. V. 254, N 12. P. 1276–1280.
50. **Shinojima K.** Study on the visco-elastic deformation of deposited snow // *Phys. Snow Ice: Proc.* 1967. V. 1, N 2. P. 875–907.
51. **Goryacheva I., Meshcheryakova A.** Modelling of delamination in rolling and sliding contacts // *Procedia Structur. Integrity.* 2022. V. 41. P. 220–231.
52. **Reynolds O.** Papers on mathematical and physical subjects. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1901. P. 535–577.
53. **Huzioka T.** Studies on the resistance of snow sledge. 6. Friction between snow and a plate of glass or plastics // *Low Temperature Sci. Ser. A.* 1963. V. 21. P. 31–44.
54. **Huzioka T.** Studies on the resistance of snow sledge. 5. Friction between snow and a plastic plate // *Low Temperature Sci. Ser. A.* 1962. V. 20. P. 159–179.
55. **Farfan-Cabrera L. I., Tapia-Gaspar M., Pérez-González J.** Tribology of polymer matrix composites within the automotive industry // *Encyclopedia of materials: Composites.* Amsterdam: Elsevier, 2021. V. 1. P. 970–982.
56. **Sandells M.** Introduction to the physics of the cryosphere / M. Sandells, D. Flocco. N. Y.: Morgan and Claypool Publ., 2014.
57. **Koning J. J. de, Groot G. de, Ingen Schenau G. J. van.** Ice friction during speed skating // *J. Biomech.* 1992. V. 25, N 6. P. 565–571.
58. **Vinogradova O. I., Bazant M. Z.** Tensorial hydrodynamic slip // *Fluid Mech.* 2008. V. 613. P. 125–134.
59. **Pullen K. R.** Alternative fuels and advanced vehicle technologies for improved environmental performance / K. R. Pullen, A. Dhand. Amsterdam: Elsevier, 2014.
60. **Popov M.** The influence of vibration on friction: A contact-mechanical perspective // *Frontiers Mech. Engng.* 2020. V. 6. 65.
61. **Lehtovaara A.** Influence of vibration on the kinetic friction between plastics and ice // *Wear.* 1987. V. 115, N 1/2. P. 131–138.
62. **Kinkaid N. M., O'Reilly O. M., Papadopoulos P.** Automotive disk brake squeal // *Sound Vibrat.* 2003. V. 267, N 1. P. 105–166.

63. **Koptyug A., Kuzmin L.** Experimental field studies of the cross-country ski running surface interaction with snow // *Procedia Engng.* 2011. V. 13. P. 23–29.
64. **Koptyug A., Bäckström M., Tinnsten M., Carlsson P.** Cross-country ski vibrations and possible mechanisms of their influence on the free gliding // *Procedia Engng.* 2012. V. 34. P. 473–478.
65. **Shinoya A., Sato K.** Development of a simulator generating ski board vibrations in actual skiing // *Procedia Engng.* 2013. V. 60. P. 269–274.
66. **Ibrahim R. A.** Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos. Pt 1. Mechanics of contact and friction // *Appl. Mech. Rev.* 1994. V. 47, N 7. P. 209–226.
67. **Khomenko A., Khomenko M. A., Persson B. N. J., Khomenko K.** Noise effect on ice surface softening during friction // *Tribology Lett.* 2017. V. 65. P. 1–9.
68. **Ibrahim R. A.** Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos. Pt. 2. Dynamics and modeling // *Appl. Mech. Rev.* 1994. V. 47, N 7. P. 227–253.
69. **Blackford J. R., Skouvaklis G., Purser M., Koutsos V.** Friction on ice: stick and slip // *Faraday Discuss.* 2012. V. 156. P. 243–254.
70. **Franko J., Loka S.** Stick-slip mechanism considerations in Alpine skiing: A thought experiment // *Gliding.* 2021. V. 6. P. 30–34.
71. **Nam Y., Gim J., Jeong T., et al.** A numerical study for the effect of ski vibration on friction // *Multiscale Sci. Engng.* 2019. V. 1. P. 256–264.
72. **Foss G., Glenne B.** Reducing on-snow vibration of skis and snowboards // *Sound Vibrat.* 2007. V. 41, N 12. P. 22–27.
73. **Fuss F. K.** Vibrations affecting stability and edge control of snowboards // *Appl. Mech.* 2022. V. 3. P. 1052–1062.
74. **Stone H. A., Bazant M. Z., Kamrin K.** Effective slip boundary conditions for arbitrary periodic surfaces: the surface mobility tensor // *J. Fluid Mech.* 2009. V. 658. P. 409–437.
75. **Агеев А. И., Осипцов А. Н.** Стоксово течение в микроканале с супергидрофобными стенками // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2019. Т. 2. С. 59–71.
76. **Philip J. R.** Integral properties of flows satisfying mixed no-slip and no-shear conditions // *Z. angew. Math. Phys.* 1972. Bd 23. S. 960–968.
77. **Lauga E., Stone H.** Effective slip in pressure-driven Stokes flow // *Fluid Mech.* 2003. V. 489. P. 55–77.
78. **Goldstein E.** Modern developments in fluid dynamics. Oxford: Oxford Univ. Press, 1938.
79. **Letailleur A., Teisseire J., Chemin N., et al.** Chemorheology of sol-gel silica for the patterning of high aspect ratio structures by nanoimprint // *Chem. Materials.* 2010. V. 22, N 10. P. 3143–3151.
80. **Hasler M., Jud W., Nachbauer W.** Snow temperature behind sliding skis as an indicator for frictional meltwater // *Front. Mech. Engng.* 2021. V. 7. 738266.
81. **Morris E. M.** Recent advances in the modeling of hydrologic systems. Physics-based models of snow // *NATO ASI Ser.* 1991. V. 345. P. 85–112.
82. **Wong J. Y.** Terramechanics and off-road vehicles. Amsterdam: Elsevier, 1989.
83. **Malkin A. Ya., Patlazhan S., Kulichikhin V.** Physico-chemical phenomena leading to slip of a fluid along a solid surface // *Russ. Chem. Rev.* 2019. V. 88, N 3. 319.
84. **Lever J. H., Taylor S., Song A. J., et al.** The mechanics of snow friction as revealed by micro-scale interface observations // *J. Glaciology.* 2018. V. 64, N 243. P. 27–36.
85. **Jonathan P.** Rothstein slip on superhydrophobic surfaces // *Annual Rev. Fluid Mech.* 2010. V. 42. P. 89–109.

86. **Canic S.** Moving boundary problems // Bull. Amer. Math. Soc. 2020. V. 58, N 1. P. 79–106.
87. **Kamrin K., Bazant M., Stone H.** Effective slip boundary conditions for arbitrary periodic surfaces: The surface mobility tensor // Fluid Mech. 2010. V. 658. P. 409–437.
88. **Raiyan A., Annavarapu R. K., Sojoudi H., Mclaughlin T. S.** Effect of superamphiphobic macrottextures on dynamics of viscous liquid droplets // Sci. Rep. 2018. V. 8. 15344.
89. **Ortiz-Young D., Chiu H.-C., Kim S., et al.** The interplay between apparent viscosity and wettability in nanoconfined water // Nature Comm. 2013. V. 4. 2482.
90. **Яковенко Г. Н.** Движение с трением как робастный и управляемый процесс // 11-й Всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сб. докл., Казань (Россия), 20–24 авг. 2015 г. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. Т. 1. С. 4307–4308.
91. **Canale L., Comtet J., Nigues A., et al.** Nanorheology of interfacial water during ice gliding // Phys. Rev. X. 2019. V. 9, N 4. 23.
92. **Желтякова А. А., Мерзлова А. А.** Анализ условий выбора мазей скольжения // Молодые ученые в решении актуальных проблем науки. 2018. Т. 1. С. 277–279.
93. **Ябуров Д. С.** Исследование зависимости коэффициента трения скольжения лыж от рода смазочных материалов // Информ.-коммуникац. технологии в пед. образовании. 2015. Т. 1. С. 10–12.
94. **Кузьмин Л. Н.** Поверхностное трение скольжения лыж: природа, пути и методы его улучшения // Тр. 2-й Всерос. науч.-практ. конф. “Современная система спортивной подготовки в биатлоне”, Омск (Россия), 29–30 апр. 2012 г. Омск: Сиб. гос. ун-т физ. культуры и спорта, 2012. С. 243–290.
95. **Пат. 2689874 РФ, МПК А 63 С 5/056.** Устройство для скольжения по снегу / Г. Вибке, О. Сернеке. Оpubл. 29.05.2019.
96. **Пат. 2485992 РФ, МПК А 63 С 5/00.** Способ повышения качества скольжения / Г. Н. Малышев, Л. М. Куликов, Ю. А. Федорчук. Оpubл. 27.06.2013.
97. **Пат. 2600083 РФ, МПК А 63 С 11/00.** Способ подбора зоны смазки спортивного инвентаря / А. Г. Рязанов. Оpubл. 20.10.2016.
98. **Рязанов А. Г., Рязанов А. А.** Определение реологических свойств снежной трассы для выбора оптимальных характеристик спортивного инвентаря // Вестн. спорт. науки. 2021. Т. 5. С. 76–80.
99. **Рязанов А. Г., Рязанов А. А., Догов А. А.** Подбор тензогеометрических и частотных характеристик лыж в соответствии с реологическими характеристиками снежной трассы // Вестн. спорт. науки. 2020. Т. 6. С. 75–81.
100. **Пат. 2600082 РФ, МПК А 63 С 11/00.** Устройство для подбора поверхности скольжения спортивного инвентаря / А. Г. Рязанов. Оpubл. 20.10.2016.
101. **Герасимов Н. П.** Анализ совершенствования скользящей поверхности лыж и методов улучшения скольжения беговых лыж // Теория и практика физ. культуры. 2016. Т. 11. С. 69–70.

*Поступила в редакцию 28/XI 2022 г.,
после доработки — 28/XI 2022 г.
Принята к публикации 28/XI 2022 г.*