

УДК 534.222.2;662.612.32

## ПОЛУЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ В ГАЗОВЗВЕСИ МАГНИЯ

А. В. Фёдоров, А. В. Шульгин, Ю. С. Корнеева

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск  
fedorov@itam.nsc.ru, shulgin@itam.nsc

Для описания волны горения смеси газа и мелких частиц магния предложена физико-химическая математическая модель в рамках подхода механики реагирующих гетерогенных сред. Модель верифицирована по зависимостям предельной температуры воспламенения и скорости волны горения от радиуса и объемной концентрации частиц и гарантированно справедлива в диапазоне радиусов  $7.5 \div 35$  мкм и объемных концентраций частиц  $(1.2 \div 2.4) \cdot 10^{-4}$ .

Ключевые слова: газовзвесь, воспламенение, горение, математическое моделирование, структура волны горения.

DOI 10.15372/FGV20150506

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема физико-математического описания волны горения в газовзвесах представляет значительный интерес в связи с вопросами пожаробезопасности промышленных пылей. В частности, одним из критериев, характеризующих пожароопасность газовзвесей, является, наряду с временем задержки воспламенения, скорость распространения волны горения по смеси. Или, в более широком смысле, зависимость данных параметров от начальных параметров смеси: давления, объемной концентрации частиц, их радиуса и, возможно, других. В наших работах [1, 2] была предложена дискретно-континуальная модель для описания горения частиц магния в смеси с газовым окислителем с учетом процесса предпламенного окисления. В данной математической модели источники тепла (частицы) дискретны и имеют малые, но конечные размеры. То есть радиус частицы является исходным параметром. При этом глобальная кинетическая схема окисления одиночной частицы позволяет удовлетворительно описать некоторые характеристики пламени в ансамбле частиц. На ее основе было показано, что учет реакции предпламенного окисления расширяет область применимости дискретно-континуальной модели пламени для аэровзвесей частиц магния. В частности, получено удовлетворительное совпадение расчетных и опытных данных по зависимости ско-

рости пламени от размера и начальной массовой концентрации частиц. Однако следует заметить, что эта модель, описывающая эксперименты [3] в некотором диапазоне начальных параметров смеси, довольно сложна в реализации, поскольку представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений для температуры  $N$  частиц. Это означает, что при больших значениях  $N$  возникают затруднения с экономичностью расчетной модели. При этом для описания температуры газа использовалась тепловая распределенная (одномерная нестационарная) математическая модель с соответствующими сопряженными граничными условиями, что еще более увеличивает расчетное время. Здесь следует отметить и преимущество данной модели, которая гарантирует устойчивость получаемой волны горения в виде предельного решения в расчетах при больших временах и некоторых разумных значениях параметров задачи.

Представляется полезным построить простую феноменологическую модель изучаемого явления, позволяющую определить стационарную структуру волны горения, основанную на экспериментальных данных, и проводить расчеты в расширенном диапазоне параметров смеси по сравнению с экспериментальными исследованиями. Данная модель не описывает инициирование, что требует решения задачи в нестационарной постановке и является предметом дальнейшего исследования.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

Рассмотрим мелкую частицу магния, находящуюся в среде окислителя с температурой  $T_c$ . Уравнение, описывающее воспламенение в модели теплового взрыва Семенова, имеет вид (см., например, [4])

$$mc_p \frac{dT}{dt} = -Sk(T - T_c) + S\rho_{ox}qKf(T_m, T) \exp\left(-\frac{E}{RT}\right). \quad (1)$$

Здесь  $m = (4/3)\pi r_p^3 \rho_p$ ,  $c_p$ ,  $T$  — масса, теплоемкость, температура частицы соответственно,  $k = \lambda_1 \text{Nu}/2r_p$  — коэффициент теплопередачи,  $\lambda_1$  — теплопроводность газа,  $r_p$  — радиус частицы,  $\text{Nu}$  — число Нуссельта,  $S = 4\pi r_p^2$  — площадь поверхности частицы,  $\rho_p$ ,  $\rho_{ox}$  — плотность частицы и оксидной пленки соответственно,  $q = 4.9 \cdot 10^7$  Дж/кг — тепловой эффект реакции, отнесенный к массе оксида [1],  $T_m$  — некоторая предельная температура,  $K$  — предэкспонент (кинетическая константа),  $E$  — энергия активации,  $R = 8.3144$  Дж/(моль · К) — универсальная газовая постоянная. Функция  $f(T_m, T)$  в случае учета теплового торможения реакции окисления при высокой температуре равна  $(T_m - T)/T_0$  (модель 1) и 1 в противном случае (модель 2),  $T_0$  — начальная температура частицы,

$$T(0) = T_0. \quad (2)$$

Таким образом, определение тепловой динамики частицы, нагреваемой в газе с температурой  $T_c > T_0$ , сводится к решению задачи Коши (1), (2).

Введем временной масштаб  $t_0 = r_p/K$  и безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \bar{T} &= \frac{T}{T_0}, \quad \bar{T}_c = \frac{T_c}{T_0}, \quad \bar{T}_m = \frac{T_m}{T_0}, \\ \bar{t} &= \frac{t}{t_0}, \quad \bar{E} = \frac{E}{RT_0}, \quad \bar{q} = \frac{q}{c_p T_0}. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда (1), (2) можно представить в следующем виде (здесь и далее черту над безразмерными величинами опускаем):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{T}}{d\bar{t}} &= \\ &= 3\bar{\xi}q \left[ -\alpha(\bar{T} - \bar{T}_c) + f(\bar{T}_m, \bar{T}) \exp\left(-\frac{\bar{E}}{\bar{T}}\right) \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$T(0) = 1,$$

где

$$\xi = \frac{\rho_{ox}}{\rho_p}, \quad \alpha = \frac{\lambda_1 \text{Nu} T_0}{2\rho_p r_p \xi q K}. \quad (5)$$

## Многообразие воспламенения

Проведем расчеты по модели 1. Для исследования типов решения задачи Коши (4) используем методы элементарной теории катастроф. С этой целью приравняем к нулю правую часть дифференциального уравнения (4) и ее производную по  $T$ :

$$-\alpha(\bar{T} - \bar{T}_c) + (\bar{T}_m - \bar{T}) \exp\left(-\frac{\bar{E}}{\bar{T}}\right) = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} -\alpha - \exp\left(-\frac{\bar{E}}{\bar{T}}\right) + \\ + (\bar{T}_m - \bar{T}) \exp\left(-\frac{\bar{E}}{\bar{T}}\right) \frac{\bar{E}}{\bar{T}^2} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (6), (7) следует, как обычно, уравнение для определения стационарных точек уравнения (4):

$$T^2 + \frac{E(T_m + T_c)}{T_c - T_m - E} T - \frac{ET_c T_m}{T_c - T_m - E} = 0, \quad (8)$$

из которого в плоскости  $(\alpha, T)$  находим дважды вырожденные критические точки:

$$\begin{aligned} T^\pm &= \frac{E(T_m + T_c)}{2(E + T_m - T_c)} \times \\ &\times \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_c T_m (E + T_m - T_c)}{E(T_m + T_c)^2}} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\alpha^\pm = \frac{T_m - T^\pm}{T^\pm - T_c} \exp\left(-\frac{\bar{E}}{T^\pm}\right). \quad (10)$$

Отметим, что из (9) вытекает ограничение на минимальное значение энергии активации:

$$E \geq E_{\min} = \frac{4T_c T_m}{T_m - T_c}. \quad (11)$$

Если принять, что  $T_m = nT_c$ ,  $n > 1$ , то из (11) следует, что с увеличением  $n$  или, что то же самое, с увеличением  $T_m$  значение  $E_{\min}$  будет уменьшаться и в пределе  $\lim_{T_m \rightarrow \infty} E_{\min} = 4T_c$ .

Таблица 1  
Зависимость предельной температуры  
воспламенения  $T_c$  от радиуса частиц  $r_p$

$r_p$ , мкм	$T_c$ , К
7.5	1053
10	1030
15	990
20	960
25	940
30	920
35	912

### Определение кинетических констант

Из экспериментов известна зависимость предельной температуры среды (т. е. минимальной температуры, при которой происходит воспламенение) от радиуса частицы. Эти данные, взятые из работ [5–8], приведены в табл. 1.

Из (9) на пределе воспламенения можно получить следующее приближенное выражение для критической температуры:

$$T^- = L(1 + h\varepsilon), \quad (12)$$

где

$$L = \frac{bg}{2}, \quad h = \frac{a}{g} \left( \frac{2c}{b^2\sqrt{d}} - g \right), \quad a = T_m - T_c,$$

$$b = T_m + T_c, \quad c = T_m T_c, \quad d = 1 - 4c/b^2,$$

$$g = 1 - \sqrt{d}, \quad \varepsilon = 1/E \ll 1.$$

Используя (12), из (10) находим выражение

$$\alpha^- = \frac{a - T_c h \varepsilon}{T_c h \varepsilon} \exp\left(-\frac{E}{L}\right) \exp\left(\frac{h}{L}\right), \quad (13)$$

и тогда с учетом (5) на пределе воспламенения имеем

$$\frac{\lambda_1 \text{Nu} T_0}{2\rho_{ox} r_p q K} = \frac{a - T_c h \varepsilon}{T_c h \varepsilon} \exp\left(-\frac{E}{L}\right) \exp\left(\frac{h}{L}\right). \quad (14)$$

Используя экспериментальную зависимость  $T_c(r_p)$ , запишем (14) в двух точках  $(r_{pi}, T_{ci})$ ,  $i = 1, 2$ , в результате получим формулу для оценки энергии активации:

$$E = \frac{1}{L_2^{-1} - L_1^{-1}} \times$$

$$\times \ln \left[ \frac{T_{c1} h_1 a_2 r_{p2} \exp(h_1/L_2)}{T_{c2} h_2 a_1 r_{p1} \exp(h_1/L_1)} \right]. \quad (15)$$

После этого из (14) можно оценить предэкспоненциальный множитель:

$$K = \frac{\lambda_1 \text{Nu} T_0}{2\rho_{ox} r_p q} \frac{T_{c1} h_1 \varepsilon}{a_1 - T_{c1} h_1 \varepsilon} \times \exp\left(\frac{E}{L_1}\right) \exp\left(-\frac{h_1}{L_1}\right). \quad (16)$$

В соответствии с данными табл. 1 положим  $T_{c1} = 1053$  К,  $r_{p1} = 7.5$  мкм,  $T_{c2} = 912$  К,  $r_{p2} = 35$  мкм. Значения  $E$ ,  $K$ , оцененные по формулам (15), (16) при этих параметрах, и значения  $E_{\min}$ , полученные в соответствии с (11) при разных  $T_m = nT_c$ ,  $n > 1$ , для малых частиц магния приведены в табл. 2. Видно, что при  $n > 3$  нарушается требование  $E > E_{\min}$ . Таким образом, полученная приближенная оценка справедлива при  $n \leq 3$ .

Кинетические параметры, оцененные в [4] в рамках модели 2, составили  $E = 4.3 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $K = 0.103$  м/с. Таким образом, как видно из табл. 2, например, при  $n = 1.75$  оценка энергии активации по модели 1 отличается от оценки по модели 2 незначительно — ( $\approx 6\%$ ), а оценки предэкспонента отличаются на 20%.

Отметим, что после того, как найдены значения констант  $E$  и  $K$ , выражение (14) можно рассматривать как выражение, определяющее зависимость предельной температуры воспламенения  $T_c$  от радиуса частицы  $r_p$ . На рис. 1 приведены экспериментальные данные

Таблица 2  
Значения кинетических констант  $E$ ,  $K$   
для малых частиц магния  
при различных значениях сомножителя  $n$

$n$	$E$ , Дж/кг	$E_{\min}$ , Дж/кг	$K$ , м/с
1.5	$5.54 \cdot 10^6$	$4.32 \cdot 10^6$	1.47
1.75	$4.59 \cdot 10^6$	$3.36 \cdot 10^6$	$8.32 \cdot 10^{-2}$
2	$3.92 \cdot 10^6$	$2.88 \cdot 10^6$	$2.7 \cdot 10^{-2}$
2.5	$2.98 \cdot 10^6$	$2.40 \cdot 10^6$	$7.06 \cdot 10^{-4}$
3	$2.31 \cdot 10^6$	$2.16 \cdot 10^6$	$1.06 \cdot 10^{-4}$
3.5	$1.79 \cdot 10^6$	$2.02 \cdot 10^6$	$2.59 \cdot 10^{-5}$

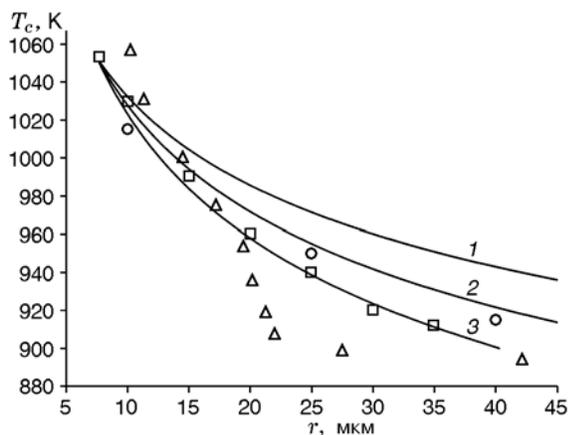


Рис. 1. Зависимость предельной температуры воспламенения от радиуса частицы:

эксперимент:  $\square$  — [5–8],  $\circ$  — [9],  $\Delta$  — [10]; аппроксимация по формуле (14): линия 1 —  $n = 1.5$ , 2 —  $n = 1.75$ , 3 —  $n = 2$

зависимости  $T_c(r_p)$  из работ [5–10] и аппроксимационные значения, вычисленные в соответствии с приближенной формулой (14) при различных значениях  $n$ . Видно, что экспериментальные данные имеют, как всегда, определенный разброс, а приближенная зависимость (14) при  $n = 2$  хорошо описывает данные экспериментов [5–9]. Разброс экспериментальных данных может быть обусловлен физико-химическими свойствами частиц и другими случайными причинами. Для нас сейчас важно описать какой-либо наблюдаемый параметр, в частности эту зависимость предельной температуры от радиуса.

### Время задержки воспламенения

Основываясь на данных табл. 2, положим  $E = 3.92 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $K = 2.7 \cdot 10^{-2}$  м/с,  $n = 2$  и исследуем зависимость времени задержки воспламенения от температуры окружающей среды и числа Нуссельта,  $t_{ign} = t_{ign}(T_c, Nu)$ , при фиксированном радиусе частицы  $r_p = 22$  мкм. На рис. 2 приведены результаты расчета по модели 1 настоящей работы (сплошные линии) и по модели 2 из работы [4] (штриховые линии) при  $Nu = 2$ , 5 и  $T_c = 1023 \div 1323$  К. Как видно, качественно результаты совпадают, с ростом температуры окружающей среды времена задержки воспламенения, рассчитанные по двум моделям, сближаются. Также на рис. 2 приведены расчетные зависимости времени индукции частицы магния такого же раз-

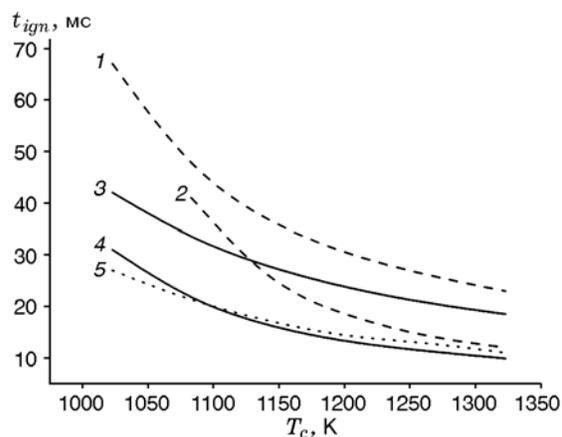


Рис. 2. Зависимость времени задержки воспламенения от температуры окружающей среды и числа Нуссельта для частицы радиусом 22 мкм:

1, 3 —  $Nu = 2$ , 2, 4 —  $Nu = 5$ , 5 —  $Nu = 2.1$ , 1, 2 — данные [4] по модели 2, 3, 4 — результаты настоящей работы по модели 1, 5 — данные [11]

мера в воздухе от температуры среды, полученные в работе [11] при  $Nu = 2.1$  (точечная линия). Отметим определенное различие времен задержки воспламенения, рассчитанных по моделям в [4, 11] и в настоящей работе, особенно при относительно невысокой температуре (ср. кривые 1, 3, 5). При этом значения времени задержки воспламенения, полученные в настоящей работе при новой оценке кинетических параметров, занимают промежуточное положение между данными из работ [4, 11]. В дальнейшем будем пользоваться найденными выше значениями  $E$ ,  $K$ .

### ВОЛНА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ — ГОРЕНИЯ

#### Стадия воспламенения в структуре волны

Для описания химических превращений облака частиц в волне воспламенения и горения используем уравнения сохранения энергии газовой и конденсированной фаз. Заметим, что при осреднении по объему уравнение энергии имеет при каждом слагаемом сомножитель  $N$  — количество частиц в единице объема смеси. При этом после сокращения на этот сомножитель мы получаем стандартное уравнение теории теплового взрыва единичной частицы. Далее, в уравнении энергии газа пренебрежем членом, описывающим теплообмен между фазами, и теплом, возможно выделяющимся в газовой фазе за счет химических превращений в

частице. Объемную концентрацию частиц будем считать малой, и это позволяет обосновать в некоторой степени высказанные предположения. Задачу рассмотрим в системе координат, движущейся с волной горения. Введем автомодельную переменную  $\eta = x - Dt$ , где  $D > 0$  — скорость распространения волны, и запишем уравнение для температуры среды  $T_1$  [12]

$$\lambda_1 \frac{d^2 T_1}{d\eta^2} + \rho_1 c_1 D \frac{dT_1}{d\eta} = 0, \quad (17)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\rho_1$ ,  $c_1$  — теплопроводность, плотность и теплоемкость газа соответственно. Решение уравнения (17), удовлетворяющее условиям

$$T_1(\infty) = T_0, \quad T_1(\eta_{ign}) = T_{1ign},$$

где  $T_0$  — начальная равновесная температура смеси,  $T_{1ign}$  — некоторая (условная) промежуточная температура, имеет вид

$$T_1 = T_0 + (T_{1ign} - T_0) \exp \left[ -\frac{\rho_1 c_1 D}{\lambda_1} (\eta - \eta_{ign}) \right]. \quad (18)$$

Переходя к безразмерным переменным

$$\bar{\eta} = \bar{x} - \bar{D}\bar{t}, \quad \bar{x} = \frac{x}{r_p}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{r_p}, \quad \bar{D} = \frac{Dt_0}{r_p}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}$$

и переобозначая в уравнении (4)  $T = T_2$ ,  $T_c = T_1$ , получаем уравнение энергии частиц на стадии воспламенения:

$$\frac{dT_2}{d\eta} = -\frac{3\xi q}{D} \times \left[ -\alpha(T_2 - T_1) + (T_m - T_2) \exp \left( -\frac{E}{T_2} \right) \right], \quad (19)$$

где с учетом (18)

$$T_1 = 1 + (T_{1ign} - 1) \exp[A_1(\eta - \eta_{ign})], \quad (20)$$

$$A_1 = -\frac{\rho_1 c_1 D r_p}{\lambda_1}.$$

Уравнение (19) представляет собой неавтономное уравнение модифицированной теории теплового взрыва Семенова за счет наличия в нем члена, зависящего от автомодельной переменной  $\eta$ . Вообще говоря, это позволяет ожидать более сложного поведения решений соответствующей задачи Коши для (19), чем при

постоянном значении температуры окружающей частицу среды, и требует дополнительно анализа аналитического исследования.

При численном расчете задачи Коши для (19), являющейся математической моделью процесса воспламенения в волне горения, бесконечно удаленная точка сносится в конечную точку  $\eta_0$ , которая определяется согласно (20) из условия  $T_1(\eta_0) = 1 + \varepsilon$  ( $\varepsilon$  — некоторое малое число):

$$\eta_0 = \frac{1}{A_1} \ln \frac{\varepsilon}{T_{1ign} - 1} + \eta_{ign}, \quad (21)$$

$\eta_{ign}$  находится из решения задачи (4) по определению времени задержки воспламенения частиц.

### Стадия горения в структуре волны

Используем структурный вид ранее разработанной нами модели [13, 14] для описания горения частицы металла. Уравнения сохранения энергии и выгорания частиц принимают следующий вид:

$$\frac{N}{V} m_p c_2 \frac{dT_2}{dt} = -\frac{N}{V} Sk(T_2 - T_1) + \frac{N}{V} S \delta q_b \rho_3 \frac{T_b - T_2}{T_0} \left| \frac{dr_p}{dt} \right|, \quad (22)$$

$$\frac{dr_p}{dt} = -\frac{1}{r_p} \frac{K_1}{\tau_b} \exp \left( -\frac{E}{RT_2} \right). \quad (23)$$

В уравнениях (22), (23) имеются в виду лагранжевы переменные. Здесь  $V = V_1 + V_2 = 1$  — единичный объем смеси,  $V_1$  — объем газа,  $V_2$  — объем частиц,  $K_1$  — предэкспонент (отличный от ранее использовавшегося в (1)),  $\tau_b$  — время релаксации выгорания частиц,  $T_b > T_m$  — температура горения частиц,  $0 < \delta \leq 1$  — параметр, характеризующий долю тепла, идущего в частицу. После перехода к автомодельной переменной и безразмерным переменным после некоторых преобразований получаем уравнения

$$\frac{dT_2}{d\eta} = \frac{3}{2} \text{Nu} \frac{T_2 - T_1}{Dr_p^2} - \frac{3}{2} \text{Nu} \frac{\delta}{\beta_1} \frac{T_b - T_2}{Dr_p^2} \exp \left( -\frac{E}{T_2} \right), \quad (24)$$

$$\frac{dr_p}{d\eta} = \frac{\text{Nu} \rho_2 c_2 T_0}{2 \rho_3 q_b \beta_1 D r_p} \exp\left(-\frac{E}{T_2}\right), \quad (25)$$

где

$$\beta_1 = \frac{\text{Nu} \lambda_1 T_0 \tau_b}{2 \rho_3 q_b K_1}. \quad (26)$$

Уравнение (17), описывающее изменение температуры газа на стадии горения, запишем в этой области с учетом теплообмена между фазами:

$$\lambda_1 \frac{d^2 T_1}{d\eta^2} + \rho_1 c_1 D \frac{dT_1}{d\eta} = Sk \frac{N}{V} (T_2 - T_1) + (1 - \delta) \frac{N}{V} S q_b \rho_3 \frac{T_b - T_2}{T_0} \left| \frac{dr_p}{dt} \right|, \quad (27)$$

которое ввиду того, что  $S \frac{N}{V} = \frac{3m_2}{r_p}$ , где  $m_2 =$

$\frac{4}{3} \pi r_p^3 N \frac{1}{V}$  — объемная концентрация частиц, в безразмерных переменных преобразуется к виду

$$\frac{d^2 T_1}{d\eta^2} - A_1 \frac{dT_1}{d\eta} = \frac{3}{2} \text{Num}_{20} r_p \left[ (T_2 - T_1) - (1 - \delta)(T_b - T_2) \frac{1}{D \beta_1} \exp\left(-\frac{E}{T_2}\right) \right], \quad (28)$$

где  $m_{20} = \frac{4}{3} \pi r_{p0}^3 N \frac{1}{V}$  — начальная объемная концентрация частиц,  $r_{p0}$  — начальный радиус частиц.

Система уравнений (24), (25) и (28) с внутренними граничными условиями

$$\eta = \eta_{ign}: \quad T_1 = T_{1ign}, \quad T_2 = T_{2ign},$$

$$\frac{dT_1}{d\eta} = A_1 (T_{1ign} - 1), \quad r_p = 1 \quad (29)$$

описывает стадию горения облака частиц. Значения искомых функций в условиях (29) берутся с границы области воспламенения, т. е. полученные в результате решения задачи (19), (20) на интервале  $[\eta_0, \eta_{ign}]$ . Третье условие в (29) соответствует равенству потоков тепла из области горения в область воспламенения.

Расчет задачи (24), (25), (28), (29) ведется до выполнения условий  $T_1 \approx T_2 \approx T_b$  и  $\lim r_p \rightarrow r_{pk}$ , где  $r_{pk}$  — радиус частицы в конце зоны горения, некоторая малая величина. При

этом переопределенная данная краевая задача корректно решается как задача на собственные значения. Таковыми являются неизвестная скорость волны горения  $D$  и длина зоны выгорания, в конце которой наступают тепловое равновесие и выгорание частиц.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ

### Сопоставление с экспериментом

В работе [3] представлены экспериментальные данные по скорости горения пылевого облака магния в зависимости от размера частиц ( $r_p = 7.5$  и  $35$  мкм) и их объемной концентрации  $m_{20}$  в воздухе. Для получения соответствия наших численных данных этим экспериментам зависимость бифуркационного параметра  $\beta_1 = \beta_1(r_p, m_{20})$  выбрана в виде

$$\beta_1 = a \cosh \frac{\pi(r_p - x_c)}{w_x} \cosh \frac{\pi(m_{20} - y_c)}{w_y} + b, \quad (30)$$

где

$$a = 2.1647 \cdot 10^{-6}, \quad x_c = 10.0908, \\ w_x = 52.1217, \quad y_c = 2.5518 \cdot 10^{-4}, \\ w_y = 2.2952 \cdot 10^{-4}, \quad b = 1.1249 \cdot 10^{-6}.$$

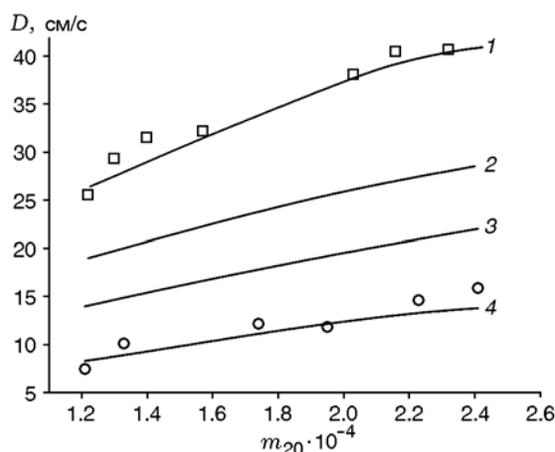


Рис. 3. Зависимость скорости горения от размера частиц и объемной концентрации:

□ и ○ — экспериментальные данные [3] для частиц радиусом 7.5 и 35 мкм соответственно; кривая 1 — расчет с использованием аппроксимации (30) для частиц радиусом 7.5 мкм, 2 — 15 мкм, 3 — 22 мкм, 4 — 35 мкм

Результаты расчета структуры волны горения с использованием (30) приведены на рис. 3, где показаны зависимости скорости горения от радиуса и объемной концентрации частиц в газозвеси. Как видно, выбор предэкспонента  $K_1$  на основе (30) удовлетворительно описывает экспериментальные данные [3] (кривые 1, 4) и разумным образом предсказывает скорость горения для промежуточных значений радиуса частиц (кривые 2, 3).

### Распределение температур фаз по пространственной переменной

После верификации данной полуэмпирической модели можно определить пространственное распределение температур фаз в аэрозвеси, которое представлено на рис. 4. Структура волны горения такова. На тепловом фоне газа, прогретого за счет теплопроводности из зоны горения, частицы магния воспламеняются. При этом их температура близка к температуре газовой фазы. Это обусловлено быстрым временем тепловой релаксации частиц. После подключения процесса высокотемпературного окисления частиц в зоне горения температура частиц быстро релаксирует до температуры  $T_b$  и в этой области газ уже получает энергию тепловыделения от горения, до тех пор пока не сравняются температуры газа и частиц. Реализуется характерный профиль температур, представленный типичным плавным нарастанием температуры частиц в зоне вос-

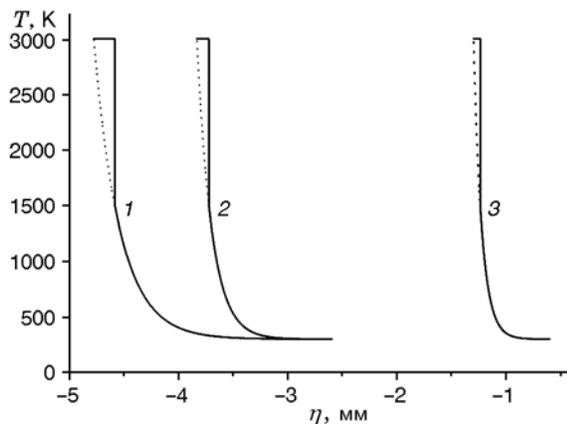


Рис. 4. Распределение температур фаз вдоль фронта волны горения:

сплошные линии — частицы, пунктирные — газ; кривая 1 — частицы радиусом 35 мкм, 2 — 22 мкм, 3 — 7.5 мкм

пламенения с последующим срывом до некоторого конечного значения, после которого происходит дальнейшее резкое возрастание температуры и горение при постоянном ее значении. Для устойчивого распространения этого режима горения необходимо на левой границе иметь тепловой «поршень», на котором поддерживается соответствующее граничное условие.

Отметим также, что основная протяженность структуры волны горения и воспламенения обусловлена медленным нарастанием температуры частиц в зоне воспламенения, процесс горения является более быстрым в данной математической модели и занимает в несколько раз меньшую зону.

На рис. 5 приведены значения времени воспламенения  $t_{ign}$  и горения  $t_b$  при измене-

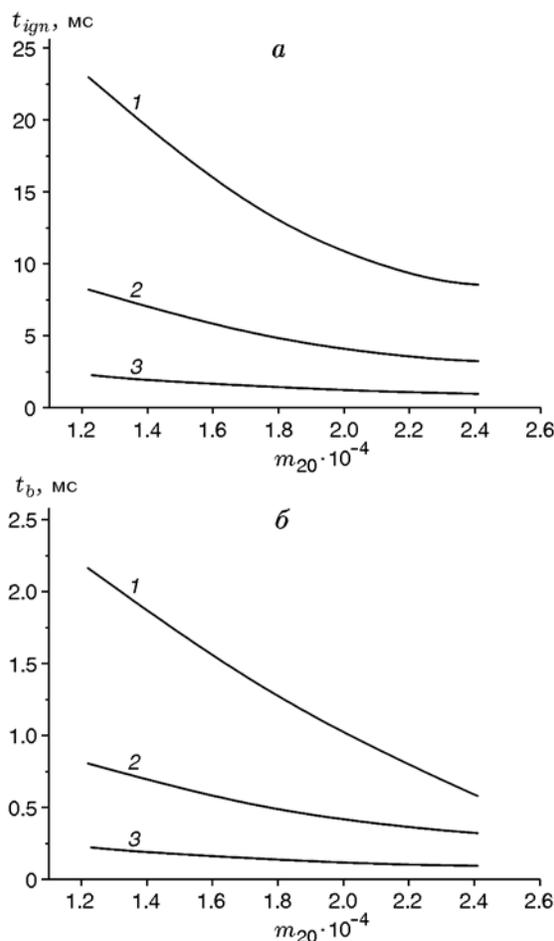


Рис. 5. Зависимость времени воспламенения (а) и горения (б) от объемной концентрации и размера частиц:

1 — частицы радиусом 35 мкм, 2 — 22 мкм, 3 — 7.5 мкм

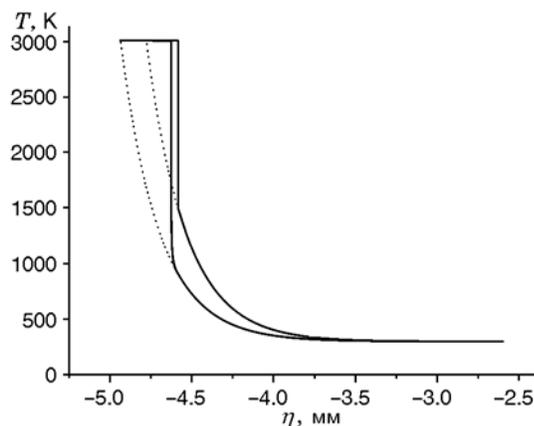


Рис. 6. Распределение температур фаз в структуре волны горения при значениях  $T_{ign} = 1500$  (верхняя линия) и 912 К (нижняя линия):

сплошная линия — частицы ( $r_p = 35$  мкм), пунктирная — газ

нии объемной концентрации и радиуса частиц. Можно отметить, что в рамках данной модели протяженность структуры волны горения обусловлена в основном процессом воспламенения. Время, в течение которого частицы сгорают, оказалось гораздо меньше времени воспламенения, это обосновано двумя факторами. Во-первых, время задержки воспламенения коррелирует с данными математического эксперимента по задержке воспламенения одиночных частиц [4], во-вторых, имеется корреляция с экспериментами [3] по зависимости скорости волны горения от объемной концентрации частиц магния в аэрозвеси.

Влияние параметра  $T_{ign}$  (промежуточной температуры в конце фронта волны воспламенения) иллюстрирует рис. 6 ( $r_p = 35$  мкм). Как видно, с разумным ростом значения данного параметра (см. верхнюю и нижнюю кривые в зоне воспламенения) длина зоны воспламенения не претерпевает значительных изменений. При этом длина зоны горения изменяется больше. Кроме того, при росте радиуса частиц влияние параметра  $T_{ign}$  на пространственные характеристики волны горения слегка возрастает.

Из сопоставления данных нашей математической модели и экспериментов [15] по зависимости скорости волны горения от радиуса частиц (рис. 7) видно, что наша модель удовлетворительно описывает эксперименты [3], в то время как экспериментальные данные [15]

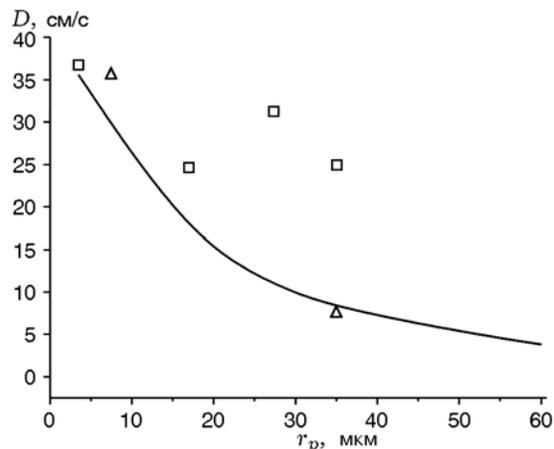


Рис. 7. Зависимость скорости волны горения от радиуса частиц:

□ — данные [15], Δ — [3], линия — расчет авторов

разнятся с ними.

## ВЫВОДЫ

Для описания структуры волны горения в газозвеси частиц магния в окислительной среде предложена простая физико-математическая модель механики гетерогенных реагирующих сред. Модель верифицирована по зависимостям предельной температуры воспламенения и скорости волны горения от радиуса и объемной концентрации частиц и гарантированно справедлива в диапазоне их радиусов  $7.5 \div 35$  мкм и объемных концентраций частиц  $(1.2 \div 2.4) \times 10^{-4}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гостеев Ю. А., Федоров А. В. Дискретно-континуальная модель распространения пламени в газозвеси металлических частиц. I. Одномерное приближение // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 2. — С. 81–93.
2. Гостеев Ю. А., Федоров А. В., Шульгин А. В. Дискретно-континуальная модель распространения пламени в газозвеси металлических частиц. II. Учет реакции предпламенного окисления // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 2. — С. 94–97.
3. Ballal D. R. Flame propagation through dust clouds of carbon, coal, aluminium and magnesium in an environment of zero gravity // Proc. Roy. Soc. London. A. Math. and Phys. Sci. — 1983. — V. 385, N 1788. — P. 21–51.
4. Федоров А. В., Фомин В. М., Гостеев Ю. А. Динамика и воспламенение газозвесей. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006.

5. **Хайкин Б. И., Блошенко В. Н., Мержанов А. Г.** О воспламенении частиц металлов // Физика горения и взрыва. — 1970. — Т. 6, № 4. — С. 474–488.
6. **Блошенко В. Н., Мержанов А. Г., Хайкин Б. И.** К вопросу об определении кинетических параметров высокотемпературного окисления // Физика горения и взрыва. — 1976. — Т. 12, № 5. — С. 682–688.
7. **Ежовский Г. К., Мочалова А. С., Озеров Е. С. и др.** Воспламенение и горение частицы магния // Горение и взрыв. — М.: Недра, 1972. — С. 234–240.
8. **Ежовский Г. К., Озеров Е. С.** Воспламенение порошкообразного магния // Физика горения и взрыва. — 1977. — Т. 13, № 6. — С. 845–852.
9. **Cassel H. M., Liebman I.** Combustion of magnesium particles II — Ignition temperatures and thermal conductivities of ambient atmospheres // Combust. Flame. — 1963. — V. 7, N 1. — P. 79–81.
10. **Валов А. Е., Гусаченко Е. И., Шевцов В. И.** Влияние давления окислительной среды и концентрации кислорода на воспламенение одиночных частиц магния // Физика горения и взрыва. — 1991. — Т. 27, № 4. — С. 3–7.
11. **Гуревич М. А., Степанов А. М.** Воспламенение металлической частицы // Физика горения и взрыва. — 1968. — Т. 4, № 3. — С. 334–342.
12. **Михельсон В. А.** О нормальной скорости воспламенения гремучих газовых смесей // Учен. зап. имп. Моск. ун-та. Отд. физ.-мат. — М., 1893. — Вып. 10. — С. 1–92.
13. **Федоров А. В., Фомин В. М., Шульгин А. В.** Физико-математическое моделирование горения наночастиц алюминия вблизи торца ударной трубы // Докл. АН. — 2010. — Т. 432, № 5. — С. 616–619.
14. **Федоров А. В., Шульгин А. В.** Точечная модель горения наночастиц алюминия в отраженной ударной волне // Физика горения и взрыва. — 2011. — Т. 47, № 3. — С. 47–51.
15. **Шевчук В. Г., Безродных А. К., Бойчук Л. В., Кондратьев Е. Н.** О механизме ламинарного пламени в аэровзвесах металлических частиц // Физика горения и взрыва. — 1988. — Т. 24, № 2. — С. 85–89.

*Поступила в редакцию 24/III 2014 г.*

---