

УДК 532.517.4:533.9

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ КОГЕРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

И. Г. Додонов, В. А. Жаров, Ю. И. Хлопков

Московский физико-технический институт, 140160 Жуковский

Рассмотрены ламинарный пограничный слой Блазиуса и установившийся турбулентный пограничный слой на плоской пластине в несжимаемой жидкости. Численно определены спектральные характеристики волн Толлмина — Шлихтинга (Т — Ш) и Сквайра в широком диапазоне чисел Рейнольдса. На основе спектральных характеристик исследуются соотношения, определяющие трехволновой резонанс волн Т — Ш. Показано, что в ламинарной области пограничного слоя трехволновой резонанс объясняет появление низкочастотного непрерывного спектра. Спектральные характеристики позволяют получить величины, входящие в уравнения динамики локализованных возмущений. По аналогии с ламинарным пограничным слоем рассмотрен трехволновой резонанс волн Т — Ш в турбулентном пограничном слое.

Введение. В работах [1–4] на основе большого количества экспериментальных данных проанализированы физические процессы в ламинарном и турбулентном пограничных слоях; особое внимание уделено когерентным структурам, которые можно связать с линейной и нелинейной динамикой волновых пакетов. Для описания волновых пакетов необходимо использовать в ламинарном пограничном слое уравнения Навье — Стокса, а в турбулентном — уравнения Рейнольдса и уравнения для пульсаций. Следуя [5], эти уравнения можно представить в виде системы неоднородных уравнений Орра — Зоммерфельда и Сквайра, эквивалентных исходной задаче. В работах [6–8] с целью получения более простых уравнений предложены способы выделения особенностей этих течений. При этом использован ряд предположений: изотропия фазовой скорости, линейность фазовой скорости по абсолютной величине волнового вектора \mathbf{k} , конечность мнимой части частоты волн Толлмина — Шлихтинга (Т — Ш) при стремлении к нулю продольного волнового числа, немонотонность зависимости фазовой скорости от \mathbf{k} .

В случае ламинарного пограничного слоя уравнения сводятся к системе нелинейных уравнений Шредингера относительно огибающих волновых пакетов $\tilde{\psi}_j^{(n)}$, связанных гармоническим и трехволновым резонансами, к которым добавляется нелинейное интегро-дифференциальное уравнение относительно амплитуды $\psi^{(0)}$ волнового пакета, сосредоточенного вблизи начала координат пространства волновых чисел [6]. В случае равенства нулю амплитуды $\tilde{\psi}_j^{(n)}$ уравнение для $\psi^{(0)}$ сохраняет самостоятельное значение и имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi^{(0)}(t, \mathbf{r}_1) - \varepsilon(\bar{X}_0 - a(\bar{X}_0)) \frac{\partial}{\partial x_1} \psi^{(0)}(t, \mathbf{r}_1) = \varepsilon^2 I^{(0)},$$

$$I^{(0)} = -b(\bar{X}_0) \int \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{s}|} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \psi^{(0)}(t, \mathbf{s}) d\mathbf{s} - \\ - ix_1 \frac{\partial a(\bar{X}_0)}{\partial \bar{X}_0} \frac{\partial}{\partial x_1} \psi^{(0)}(t, \mathbf{r}_1) + (d(\bar{X}_0) + Q(0)) \psi^{(0)}(t, \mathbf{r}_1) + H_{0,0}(\tilde{\psi}^{(0)}(t, \mathbf{r}_1)),$$

где $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}/\varepsilon$; $\mathbf{r} = (x, z)$, $\mathbf{r}_1 = (x_1, z_1)$; $\varepsilon^2 = (\nu \tilde{\omega}_{\max}/u_\infty^2)^{1/2}$; ν — кинематическая вязкость; u_∞ — скорость набегающего потока; $\tilde{\omega}_{\max} = \max_{\mathbf{k}} \text{Imag}[\omega(\mathbf{k})]$; ω — собственная частота

неустойчивой моды уравнения Орра — Зоммерфельда. В уравнение для $\psi^{(0)}$ входят величины $a(\bar{X}_0)$, $b(\bar{X}_0)$, $d(\bar{X}_0)$, определяемые из дисперсионной характеристики неустойчивой моды волн Т — Ш; $Q(0)$, $H_{0,0}$ выражаются через квадратуры от комбинаций собственных функций решений спектральных задач для уравнений Орра — Зоммерфельда и Сквайра [6] (подробно они рассмотрены ниже); \bar{X}_0 — координата “центра масс” волнового пакета, отнесенная к масштабу длины $L = u_\infty/\tilde{\omega}_{\max}$. Конечность перечисленных параметров свидетельствовала бы о применимости данной модели для описания совокупности явлений, по крайней мере, слабонелинейных.

В случае турбулентного пограничного слоя рассмотрены модели, основой которых является кинетическое уравнение для элементарных волн в приближении трехволнового резонанса. Коэффициенты этого уравнения также определяются из решения спектральной задачи.

Из-за сложности определения указанных величин, в частности матричных элементов $H_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1}$, вывод упрощенных уравнений производился на основе асимптотического анализа спектральной задачи для уравнения Орра — Зоммерфельда при $\alpha \text{Re} \rightarrow \infty$ (α — продольное волновое число, Re — число Рейнольдса).

Ниже приводятся результаты численного расчета спектральных характеристик для профиля Блазиуса и автомодельного турбулентного профиля [9, 10], необходимые для обоснования подходов работ [6–8].

1. Постановка задачи. В работах [6–8] рассмотрены некоторые возможности нелинейного описания течений в ламинарной и турбулентной областях пограничного слоя на пластине с помощью разложения поля течения в ряд по собственным функциям уравнения Орра — Зоммерфельда. В общем случае необходимо также рассмотрение уравнения Сквайра, так как уравнения Навье — Стокса относительно поля скорости u, v, w и давления p можно представить в виде системы уравнений Орра — Зоммерфельда и Сквайра относительно вертикальных компонент скорости v и завихренности η с нелинейными правыми частями [5]. Линейные части уравнений с граничными условиями $\hat{v} = d\hat{v}/dy = \hat{\eta} = 0$, $y = 0$, $y = \infty$ дают известные спектральные задачи [5]. Величины со знаком “^” являются преобразованиями Фурье от исходных величин:

$$f = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\beta \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \hat{f}(y) \exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t), \quad \omega = \alpha c,$$

где $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$; β — поперечное волновое число; $\mathbf{k} = (\alpha, \beta)$ — волновой вектор; c — фазовая скорость. В результате решения уравнения Орра — Зоммерфельда получаем собственные значения (назовем их модами) $c_n = c_n(k^2, \alpha \text{Re})$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ — номер собственного значения.

Уравнение Сквайра содержит в правой части член, пропорциональный \hat{v} , при отсутствии которого получаем уравнение, соответствующее спектру собственных значений (мод) [5]:

$$c'_n = c'_n(k^2, \alpha \text{Re}) = c''_n(\alpha \text{Re}) - i \frac{k^2}{\alpha \text{Re}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Укажем некоторые условия симметрии [5], накладываемые на фазовые скорости $c(k^2, \alpha \text{Re})$, $c''(\alpha \text{Re})$ и собственные функции $\hat{v}(\mathbf{k}, \text{Re})$, $\hat{\eta}(\mathbf{k}, \text{Re})$ уравнениями Сквайра и Орра — Зоммерфельда и условием вещественности исходных физических переменных:

$$c(k^2, \alpha \text{Re}) = c(k^2, -\alpha \text{Re})^*, \quad c''(\alpha \text{Re}) = c''(-\alpha \text{Re})^*, \quad \hat{v}(\mathbf{k}) = \hat{v}(-\mathbf{k})^*, \quad \hat{\eta}(\mathbf{k}) = \hat{\eta}(\mathbf{k})^*,$$

где звездочка означает комплексное сопряжение. Эти условия удобно использовать при построении резонансных характеристик.

Приведем первые моды уравнений Сквайра и Орра — Зоммерфельда, а также некоторые характеристики, определяемые через них и относящиеся к резонансным взаимодействиям элементарных волн, т. е. к резонансу мод Сквайра и Орра — Зоммерфельда

$$c_n(k^2, \alpha \text{Re}) = c'_m(k^2, \alpha \text{Re}), \quad m, n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

и трехволновому резонансу мод Орра — Зоммерфельда

$$\text{Real}[\omega_l(\mathbf{k})] = \text{Real}[\omega_m(\mathbf{k}_1)] + \text{Real}[\omega_n(\mathbf{k}_2)], \quad l, m, n = 1, 2, 3, \dots, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2,$$

где $\omega_l(\mathbf{k}) = \alpha c_l(k^2, \alpha \text{Re})$.

Аналогичные характеристики определялись во многих работах (см., например, [5, 11, 12]), однако возникает необходимость найти их вновь для проведения специальной обработки, которая позволила бы с достаточной точностью подтвердить или опровергнуть предположения работ [6–8].

Численный метод решения спектральных задач на этом этапе состоял в следующем: полубесконечная область $[0; \infty)$ заменялась конечной $[0; 10]$, вводилась сетка (201×351 точек), на которой исходные уравнения представлялись в разностном виде (с помощью интегрирования от полуузла до полуузла) со вторым порядком точности.

При $y \geq 10$ собственная функция уравнения Сквайра предполагалась равной $q \exp(-\lambda y)$, где $\lambda = -(i\alpha \text{Re}(1 - c))^{1/2}$, откуда следует граничное условие [11] $\hat{\eta}'(10) + \lambda \hat{\eta}(10) = 0$. Аналогично для уравнения Орра — Зоммерфельда в этой области полагаем

$$\hat{v} = q_1 \exp(-\lambda_1 y) + q_2 \exp(-\lambda_2 y), \quad (1.2)$$

где $\lambda_1 = k$; $\lambda_2 = (k^2 + i\alpha \text{Re}(1 - c))^{1/2}$. Из выражения (1.2) и его первых трех производных получим граничные условия [11]

$$\hat{v}'' + (\lambda_1 + \lambda_2)\hat{v}' + \lambda_1\lambda_2\hat{v} = 0, \quad \hat{v}''' + (\lambda_1 + \lambda_2)\hat{v}'' + \lambda_1\lambda_2\hat{v}' = 0. \quad (1.3)$$

Задача с граничными условиями (1.3) сводится к решению обычной спектральной задачи для удвоенного числа переменных (см., например, [11]).

Однако, если величина $|\alpha \text{Re}(1 - c)|$ достаточно велика, то для уравнения Сквайра можно принять граничное условие $\hat{\eta}(10) = 0$, а для уравнения Орра — Зоммерфельда вторым слагаемым в правой части формулы (1.2) можно пренебречь. Тогда можно получить упрощенные граничные условия

$$\hat{v}' + k\hat{v} = 0, \quad \hat{v}'' + k\hat{v}' = 0,$$

в которые фазовая скорость c не входит, что позволяет вдвое сократить размерность задачи.

Собственные числа описанных выше спектральных задач при заданном профиле скорости находились с помощью стандартных программ решения обобщенной спектральной задачи. Точность результатов оценивалась путем сравнения с данными работы [12].

2. Ламинарный пограничный слой. В качестве профиля скорости основного течения рассматривался профиль Блазиуса.

Уравнение Сквайра характерно тем, что спектр фазовых скоростей $c'_n(k^2, \alpha \text{Re})$, $n = 1, 2, 3, \dots$, зависящий от α , β , простой подстановкой можно свести к спектру $c''_n(\alpha \text{Re}) =$

Re	a	b	$\varepsilon^2 d$
500	0,246 104 02	0,969 700 43	-0,002 564 94
1000	0,219 219 57	0,946 230 06	-0,001 776 55
1500	0,205 526 28	0,917 927 50	-0,001 456 04
2000	0,198 581 33	0,880 278 01	-0,001 226 56
3000	0,191 446 57	0,854 390 75	-0,001 003 97

$c'_n(k^2, \alpha \text{Re}) + ik^2/(\alpha \text{Re})$, который зависит только от αRe . При этом задача существенно упрощается. Нетрудно получить асимптотику $c''(\alpha \text{Re})$ по параметру αRe при $\alpha \text{Re} \gg 1$:

$$c''_j(\alpha \text{Re}) = -\delta \lambda_j p + O(\delta^2), \quad p = U'(0)/2 \approx 44/265, \quad \delta = (ip\alpha \text{Re})^{-1/3},$$

$$\text{Ai}(\lambda_j) = 0, \quad \lambda_1 \approx -2,338 11, \quad j = 1, 2, \dots$$

Здесь $\text{Ai}(x)$ — функция Эйри; j — номер моды. Следует отметить, что моды Сквайра монотонно зависят от номера моды.

Согласно данной асимптотике получена формула $c''_n(\alpha \text{Re}) = A_n/(\alpha \text{Re})^{1/3} + B_n/(\alpha \text{Re})^{2/3}$, которая представляет результаты вычислений для $\alpha \text{Re}/500 \in [0,001; 3]$ и дает аппроксимацию при больших значениях αRe .

Результаты расчетов использовались для исследования резонанса мод Сквайра и неустойчивой моды Орра — Зоммерфельда.

Уравнение Орра — Зоммерфельда решалось на профиле Блазиуса в диапазоне чисел Рейнольдса от 500 до 3000 при $\alpha \in [0,005; 1,8]$, $\beta \in [0; 1,8]$.

В работе [6] предложена аппроксимация фазовой скорости вблизи начала координат

$$c(\mathbf{k}) = a(\text{Re}) + b(\text{Re})k + i\varepsilon^2 d(\text{Re})/\alpha,$$

где $\text{Re} = \text{Re}(\bar{X}_0)$ — число Рейнольдса, определяемое по толщине потери импульса. Значения коэффициентов a , b и d представлены в таблице.

Данная аппроксимация справедлива в диапазоне $\alpha \in [0,005; 0,14]$. Кроме того, в области $\alpha \in [0,005; 1,8]$, $\beta \in [0; 1,8]$ для представления фазовых скоростей применялась кусочно-полиномиальная интерполяция по α , β . В этом виде данные использовались для изучения резонансов. В работе [11] получена зависимость фазовой скорости в большом диапазоне α (до $\alpha \approx 10^3$) при $\beta = 0$. Результаты настоящей работы вместе с асимптотикой при $k \gg 1$, полученной в работе [7], хорошо согласуются с результатами [11].

На рис. 1 приведена зависимость максимума инкремента волн Т — Ш от числа Рейнольдса (точки — результаты расчета). В диапазоне $\text{Re} = 500 \div 3000$ наблюдается увеличение коэффициента нарастания с последующей стабилизацией. При этом область неустойчивости в координатах α , β прижимается к началу координат, растягиваясь вдоль оси β .

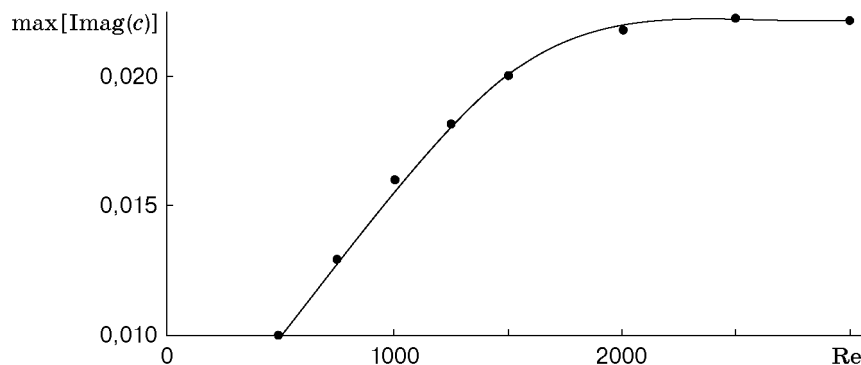


Рис. 1

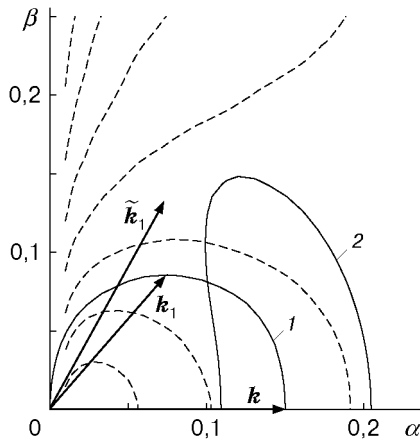


Рис. 2

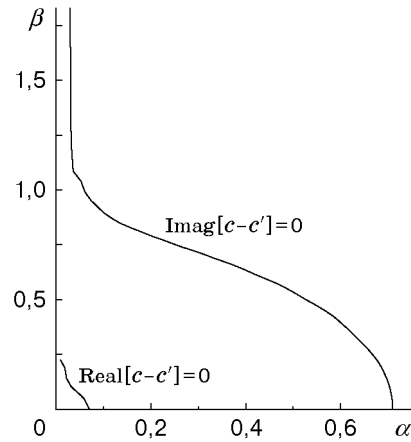


Рис. 3

На рис. 2 штриховыми линиями показан уровень $\text{Real}[c(\alpha, \beta)]$ при $\text{Re} = 500$. Отметим, что вблизи начала координат они близки к окружностям, центры которых находятся на оси α . Подобное поведение линий уровня в окрестности начала координат наблюдается во всем исследуемом диапазоне чисел Рейнольдса.

В работе [6] для описания слабонелинейной динамики волнового пакета в ламинарном пограничном слое предложена аппроксимация, в которой вертикальные компоненты скорости пульсаций и завихренности разлагались в ряд по собственным функциям уравнений Орра — Зоммерфельда и Сквайра соответственно, причем учитывались только первые, наименее затухающие моды. Оказалось, что коэффициент при первой собственной функции уравнения Сквайра (его нетрудно выписать в явном виде) содержит в знаменателе разность $c - c'$. При использовании данной аппроксимации важно, чтобы эта разность не обращалась в нуль. Проведено исследование на резонанс низших мод волн Сквайра и Т — Ш, результаты которого представлены на рис. 3. Здесь изображены решения уравнений $\text{Real}[c - c'] = 0$ и $\text{Imag}[c - c'] = 0$ для неустойчивой моды Т — Ш и первой моды Сквайра. В рассмотренной области волновых чисел решение для мод Сквайра более высокого порядка отсутствует. Подобная картина наблюдается во всем исследуемом диапазоне чисел Рейнольдса. Поскольку кривые на рис. 3 не пересекаются, система уравнений (1.1) не имеет решения. Следовательно, рассматриваемый резонанс при $\alpha \in [0,005; 1,8]$, $\beta \in [0; 1,8]$ отсутствует.

На рис. 2 сплошными линиями показаны трехволновой резонанс волн Т — Ш (кривая 1) и граница области усиления (кривая 2) при $\text{Re} = 500$. Вектор \mathbf{k} соответствует максимуму коэффициента нарастания; векторы $\tilde{\mathbf{k}}_1$ и \mathbf{k}_1 — субгармоники соответственно для следующих случаев: 1) асимптотический предел при $\text{Re} \rightarrow \infty$ [7]; 2) при $\text{Re} = 500$. В первом случае угол наклона гармоники с частотой $\omega(0,155; 0)/2$ равен 60° , во втором — примерно 50° (конец вектора \mathbf{k}_1 лежит на кривой 1 трехволновых резонансов). Аналогичная структура трехволнового резонанса наблюдается при других значениях Re из исследуемой области. Отметим, что угол наклона субгармоник для всех Re равен приблизительно 50° .

Величина $H_{0,0}$ определялась как предел $H_{\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}$, где вектор \mathbf{k} направлен по продольной оси пространства волновых чисел, а \mathbf{k}_1 и $\mathbf{k} - \mathbf{k}_1$ — его субгармоники при $\mathbf{k} \rightarrow 0$. Оказалось, что $\text{Real}[H_{\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}]$ и $\text{Imag}[H_{\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}]$ — степенные функции $\alpha^{0,72}$ и $\alpha^{0,45}$ соответственно при $\alpha \rightarrow 0$. Перенормировкой исходных уравнений можно добиться, чтобы новая величина $H_{0,0}$ была конечной и действительной, что регуляризует полученные в [6] модельные уравнения.

3. Турбулентный пограничный слой. При исследовании турбулентного пограничного слоя использовался профиль скорости, полученный в работе [10] путем обобщения

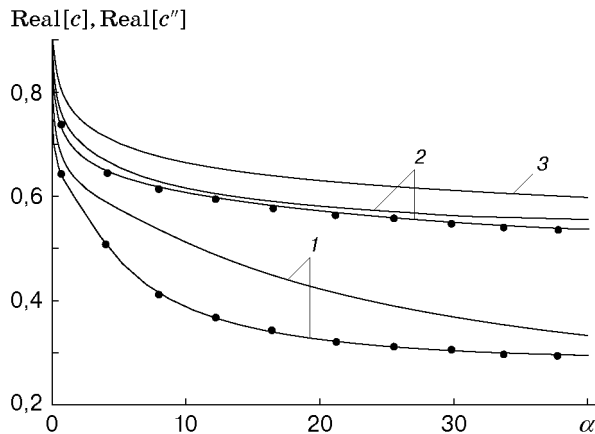


Рис. 4

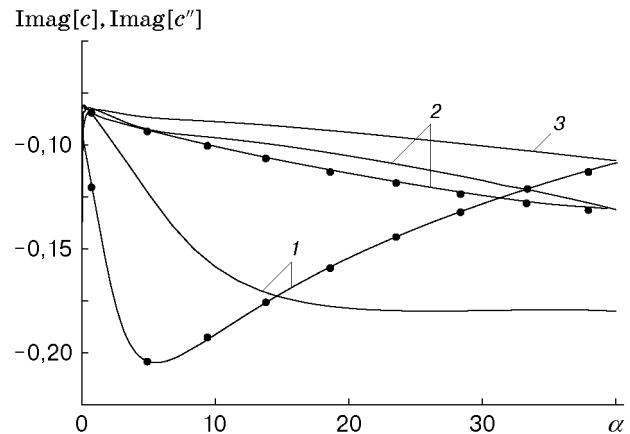


Рис. 5

теоретических и эмпирических данных:

$$\frac{u}{u_*} = 5,424 \operatorname{arctg} \left(\frac{2y/\delta_\nu - 8,15}{16,7} \right) + \lg \left(\frac{(y/\delta_\nu + 10,6)^{9,6}}{(y/\delta_\nu)^2 - 8,15y/\delta_\nu + 86} \right) - 3,52 + \\ + 2,44 \left[\Pi \left(6 \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - 4 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right) + \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) \right], \quad (3.1)$$

где $u_* = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ — динамическая скорость; $\Pi = 0,14$; $\delta_\nu = \nu/u_*$; δ — толщина пограничного слоя. Связь между δ_ν и δ задается формулой $\delta_\nu/\delta = (c_f/2)^{-1/2} \operatorname{Re}$, где Re — число Рейнольдса, вычисленное по толщине пограничного слоя δ ; $u(\delta) = 0,99u_\infty$; коэффициент трения c_f определяется из уравнения [9] $c_f^{-1/2} = 1,77 \ln(\operatorname{Re} c_f/0,33) + 2,4$.

Из формулы (3.1) следует, что турбулентный профиль скорости двухмасштабный. Отметим, что вторая производная профиля (3.1) немонотонна при $y/\delta \rightarrow 1$. Следовательно, известные аппроксимации имеющихся экспериментальных данных не моделируют всех свойств профиля скорости в турбулентном пограничном слое.

Профиль (3.1) сравнивался с экспериментальными данными [3]. Наблюдалось некоторое различие в области действия закона стенки, но при отношении значений числа Рейнольдса, полученных в работах [3, 10], приблизительно равном 1,42, экспериментальный профиль и профиль (3.1) совпадали.

Уравнение Сквайра. Спектральная задача для уравнения Сквайра решалась описанными выше методами. Отбор мод производился с учетом вида собственных функций. На рис. 4 и 5 сплошными линиями изображены соответственно действительная и мнимая части фазовой скорости мод Сквайра при $\operatorname{Re} = 500$ (цифры у кривых соответствуют номеру моды j). Видно, что действительная часть фазовой скорости для различных мод представляет собой систему непересекающихся кривых, причем кривые, соответствующие большему номеру моды, лежат выше кривых, соответствующих меньшему номеру. Для кривых, соответствующих мнимой части, эта закономерность нарушается. Полученные здесь данные используются при поиске возможных строгих резонансов с волнами Т — Ш.

Уравнение Орра — Зоммерфельда. Фазовые скорости мод волн Т — Ш отыскивались в области $\alpha \in [0,05; 40]$, $\beta \in [0; 30]$. Для иллюстрации поведения дисперсионных зависимостей на рис. 4 и 5 точками отмечены кривые, описывающие поведение действительной и мнимой частей фазовых скоростей двух низших мод волн Т — Ш $c(\alpha, 0)$ от α при $\beta = 0$. Как и в ламинарном случае, в исследованной области волновых чисел резонанс мод Сквайра и мод волн Т — Ш отсутствует.

На рис. 6 представлен трехволновой резонанс низшей (если судить по действительной части фазовой скорости) моды волн Т — Ш. Характеризующие его кривые существенно отличаются от трехволнового резонанса на профиле Блазиуса.

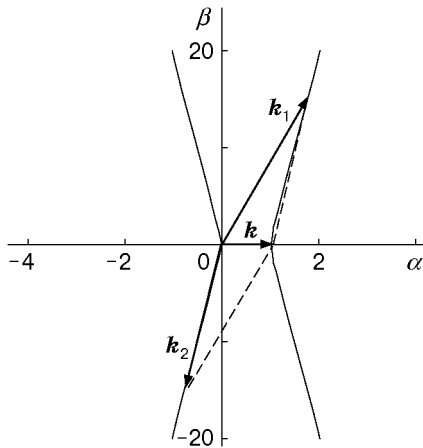


Рис. 6

4. Обсуждение результатов. Из полученных результатов следует, что в рассмотренной области волновых чисел строгий резонанс мод Сквайра и мод волн Т — Ш отсутствует как в ламинарном, так и в турбулентном пограничных слоях.

Полученные данные о дисперсионных зависимостях показывают, что для волн Т — Ш низшей моды уравнения Орра — Зоммерфельда в ламинарном пограничном слое справедливы предположения, принятые в работе [6] для вывода упрощенных уравнений, описывающих слабонелинейную динамику волновых пакетов: изотропия $\text{Real}[c(\alpha, \beta)]$ по параметрам α , β (см. рис. 2), линейная зависимость по k в некоторой малой области вблизи нуля, конечность величины $\text{Imag}[\omega]$ при $k \rightarrow 0$ (см. таблицу).

Некоторые свойства трехволнового резонанса являются общими как для пространственной, так и для временной постановки задач, что позволяет сравнивать результаты, полученные в экспериментах с вибрирующей ленточкой. Так, кривая трехволнового резонанса (кривая 2 на рис. 2) объясняет возникновение непрерывного спектра, обнаруженного при экспериментальном исследовании этого явления в [1], вследствие того, что в трехволновом резонансе с волновым вектором \mathbf{k} одновременно вступают все пары волн, концы волновых векторов которых лежат на кривой 2, а их сумма равна вектору \mathbf{k} . При этом частота волн, вступающих в резонанс, непрерывно меняется от 0 до $\omega(\mathbf{k})$ (динамика амплитуд должна подчиняться интегродифференциальному уравнению). Кроме того, в работе [1] угол наклона волнового вектора субгармоники к продольной оси оценивается в диапазоне $45\text{--}59^\circ$ при изменении числа Рейнольдса от первого критического до значения, соответствующего точке перехода. Полученное в данной работе на профиле Блазиуса значение 50° находится в этом интервале.

В турбулентном пограничном слое ($\text{Re} \approx 40\,000$) неустойчивых мод волн Т — Ш не обнаружено, в отличие от работы [13]. В исследованной области волновых векторов отмечено существование трехволнового резонанса, кривые которого (см. рис. 6) можно интерпретировать следующим образом. Если в течении появляется некоторая двумерная по x, z неоднородность (\mathbf{k}, \mathbf{k}_1), то она может вступить в резонанс (так как ее можно представить интегралом Фурье по плоским и наклонным волнам) с волнами Т — Ш, волновой вектор \mathbf{k}_2 которых почти перпендикулярен направлению течения. Эти волны аналогично волнам Гёртлера образуют поперечную структуру, которая наблюдается на дне турбулентного пограничного слоя [3] и в данном случае может быть связана с наличием неоднородности, представляющей собой локализованную область рециркуляционного течения вблизи стенки. Анализ ламинарной части пограничного слоя показывает, что подобные неоднородности могут возникать вследствие нелинейной динамики локализованных возмущений [2, 4, 7, 14].

Таким образом, с физической точки зрения наличие трехволнового резонанса может объяснить возникновение поперечной структуры, аналогичной вихрям Гёртлера. (Возможная связь трехволнового резонанса с продольными структурами в турбулентном пограничном слое отмечалась в работе [11], хотя указание на механизм образования продольных структур в ней отсутствует.) Метод выделения этой структуры (нестационарной) в тур-

булентном пограничном слое, приведенный в работах [7, 8], аналогичен методу выделения когерентной структуры в ламинарном пограничном слое, рассмотренному в [6]. Подобные структуры аналогичны приведенным в [4], с той разницей, что рассмотренные в настоящей работе структуры нестационарные.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kachanov Y. S.** Physical mechanisms of laminar — boundary — layer transition // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1994. V. 26. P. 411–482.
2. **Репик Е. У., Соседко Ю. П.** Исследования прерывистой структуры течения в пристеночной области турбулентного пограничного слоя // *Турбулентные течения: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1974. С. 172–184.*
3. **Robinson S. K.** Coherent motions in the turbulent boundary layer // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1991. V. 23. P. 601–639.
4. **Бойко А. В., Грек Г. Р., Довгаль А. В., Козлов В. В.** Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука. Сиб. предприятие РАН, 1999.
5. **Benney D. J., Gustavsson H. L.** A new mechanism for linear and nonlinear hydrodynamic instability // *Stud. Appl. Math.* 1981. V. 64. P. 185–209.
6. **Труды ЦАГИ.** Жуковский, 1993. Вып. 2523: Вариант описания слабонелинейной динамики волнового пакета в пограничном слое на пластине в несжимаемой жидкости / В. А. Жаров.
7. **Жаров В. А.** О волновой теории развитого турбулентного пограничного слоя // *Учен. зап. ЦАГИ.* 1986. Т. 17, № 5. С. 28–38.
8. **Gorelov S. L., Zharov V. A., Khlopkov Y. I.** The kinetic approaches to the turbulence description // *Proc. of the 20th Intern. symp. “Rarefied gas dynamics”.* Beijing, China, 19–23 Aug., 1996. Beijing: Peking Univ. Press, 1997.
9. **Кадер В. А., Яглом А. М.** Законы подобия для пристенных турбулентных течений. М.: ВИНТИ, 1980. С. 81–155. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 15).
10. **Musker A. J.** Explicit expression for the smooth velocity distribution in turbulent boundary layer // *AIAA J.* 1979. V. 17, N 6. P. 655–657.
11. **Гольдштик М. А., Штерн В. Н.** Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1977.
12. **Mack L. M.** A numerical study of the temporal eigenvalues spectrum of the Blasius boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1976. V. 73. P. 497–520.
13. **Sadatashi T.** Visual observation on the amplification of artificial disturbances in turbulent shear flows // *Phys. Fluids.* 1983. V. 26, N 10. P. 2801–2806.
14. **Садовский В. С., Сеницына Н. П., Таганов Г. И.** Численное исследование математической модели пристенного течения в турбулентном пограничном слое // *Пристенное турбулентное течение.* Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975. Ч. 1. С. 94–116.

*Поступила в редакцию 7/VII 1999 г.,
в окончательном варианте — 30/IX 1999 г.*