

УДК 532.527+532.517.4

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ В НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. В. Никулин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mail: nikulin@hydro.nsc.ru

Построена аналитическая модель, описывающая движение вихревых колец в несжимаемой жидкости. Модель справедлива как для однородных, так и для неоднородных вихрей, всплывающих в поле силы тяжести, а также для комбинированных вихрей. Угол расширения всплывающего вихря не задается на основе экспериментов, а находится через характерные параметры, определяющие течение. Дано объяснение значительных различий углов расширения однородных и всплывающих вихревых колец. Проведено сравнение результатов расчетов по предложенной модели с результатами лабораторных экспериментов и данными о подъеме облака, образующегося при атомном взрыве.

Ключевые слова: вихревое кольцо, всплывающий вихрь, турбулентность.

Введение. Теоретическому моделированию вихревых колец посвящено значительное количество работ, поскольку данное явление представляет интерес как с точки зрения теории, так и с точки зрения практики [1–12]. Подобные вихри образуются в различных ситуациях, например при истечении импульсных струй, тушении пожаров в газонефтяных скважинах [12], всплывании термиком [5–7, 11]. Вследствие сложности и нестационарности течения в теоретических моделях используются феноменологические подходы трех типов. В первом подходе на основе экспериментов задается структура течения в вихре при наличии ядра торообразной формы, в котором сосредоточена завихренная жидкость, и атмосферы, где завихренность значительно меньше, чем в ядре [1–5]. В [1, 2] рассчитывается скорость самоиндуцированного движения вихря, однако изменение его параметров с течением времени не рассматривается. В [3] полагается, что граница ядра размывается за счет вязкой диффузии, однако результаты расчетов по полученным формулам недостаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. В [4] получена сложная система уравнений для интегральных характеристик всплывающего вихря с большим количеством эмпирических параметров. В [5] закон расширения всплывающего кольца задается на основе экспериментов.

Во втором подходе с использованием осредненных по объему уравнений рассматриваются некоторые турбулентные объекты без конкретизации их структуры [6–9]. Для объяснения изменения размеров объектов в процессе движения применяется гипотеза о пропорциональности скорости вовлечения окружающей среды внутрь объема и скорости движения. Различие углов расширения при движении вихрей, имеющих разный характер,

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных исследований РАН № 23.2 “Фундаментальные проблемы океанологии: физика, геология, биология, экология”.

объясняется различием модельных коэффициентов вовлечения. При использовании указанных двух подходов модели по сути, являются конечномерными, так как в них описывается изменение нескольких характерных параметров и задача сводится к решению обыкновенных дифференциальных уравнений.

В третьем подходе, предложенном в работах [10, 11], предполагается, что движение турбулентного вихревого кольца является автомодельным, а турбулентная вязкость определяется характеристиками потока. В этом случае структура течения может быть найдена из решения задачи. Однако гипотеза о полной автомодельности не подтверждается экспериментально, поскольку движение вихря зависит от его начальных параметров. Кроме того, распределение завихренности является менее локализованным по сравнению с наблюдаемым в экспериментах [12]. Угол расширения является свободным параметром, поэтому различие этих углов для однородных [10] и всплывающих [11] вихрей не имеет объяснения. В то же время результаты расчетов по теоретическому закону движения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, что свидетельствует о подобии изменения параметров отдельного вихря в процессе его движения. Таким образом, несмотря на то что существует значительное количество работ, посвященных исследованию движения вихревых колец, многие принципиальные вопросы остались невыясненными. Например, не объяснено существенное различие углов расширения однородных и всплывающих вихрей, отсутствуют формулы для их расчета. Практически не изучены комбинированные вихревые кольца, т. е. кольца, образующиеся при истечении импульсных струй, а затем всплывающие в поле силы тяжести. Хотя структура течения в вихрях в однородной и неоднородной жидкостях одна и та же, модели для них строились по отдельности.

В настоящей работе построена модель, описывающая как однородные, так и всплывающие вихревые кольца. Модель является конечномерной. Предполагается, что все параметры отдельного вихря при его движении меняются подобно, однако коэффициент подобия зависит от начальных значений характерных параметров. Структура течения в вихре задается на основе экспериментов, в модели содержится один эмпирический параметр, характеризующий скорость затухания циркуляции за счет турбулентности. Получена аналитическая формула для угла расширения всплывающего вихревого кольца, объяснена причина его значительного отличия от соответствующего угла для однородных вихрей. Расчеты по формулам модели согласуются с результатами лабораторных экспериментов по исследованию вихрей в однородной жидкости и всплывающих вихрей, а также с результатами наблюдений подъема облака, образующегося при атомном взрыве.

1. Постановка задачи. Рассматривается вихревое кольцо, движущееся вдоль оси z в безграничной покоящейся вязкой жидкости, имеющей постоянную плотность на бесконечности. Введем основные характерные параметры движения.

Импульс безграничной жидкости равен вихревому импульсу \mathbf{P} , введенному в [1] для однородной жидкости и обобщенному в [13] на случай неоднородной жидкости. При непрерывном распределении плотности согласно [13]

$$\mathbf{P} = \frac{1}{2} \int \mathbf{r} \times \text{rot}(\rho \mathbf{v}) dV. \quad (1.1)$$

Здесь \mathbf{r} — радиус-вектор; ρ — плотность; \mathbf{v} — скорость течения жидкости; dV — элемент объема; интегрирование проводится по всему бесконечному объему. Для величины \mathbf{P} в [13] получено динамическое уравнение, справедливое как в идеальной, так и в вязкой жидкости:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{g} \int (\rho - \rho_0) dV \quad (1.2)$$

(ρ_0 — плотность жидкости на бесконечности; \mathbf{g} — ускорение свободного падения). Асимптотики ρ и \mathbf{v} имеют такой вид, что интегралы (1.1), (1.2) существуют. Нетрудно показать,

что уравнения (1.1), (1.2) выполняются и для турбулентных течений. В этом случае под $\rho\mathbf{v}$ и ρ понимаются их средние значения. Таким образом, вязкие и турбулентные напряжения не влияют на импульс жидкости, так как эти силы являются внутренними по отношению ко всей жидкости, а в безграничной жидкости импульс вихревого кольца равен импульсу жидкости [13]. Помимо вихревого импульса важной характеристикой кольца является циркуляция скорости. В случае неоднородной жидкости более целесообразно использовать циркуляцию величины $\rho\mathbf{v}$. Полагая течение турбулентным, введем обозначения для средних и пульсационных составляющих $\rho\mathbf{v} = \mathbf{W} + \mathbf{w}$, $\mathbf{v} = \mathbf{U} + \mathbf{v}$ (первые слагаемые в правых частях равенств являются средними, а вторые — пульсационными составляющими). Полагая

$$\Gamma = \frac{1}{\rho_0} \oint \mathbf{W} d\mathbf{r} = \frac{1}{\rho_0} \oint W_k dx_k$$

(интегрирование проводится по бесконечному контуру, проходящему через ось симметрии) и используя уравнение движения неоднородной жидкости, получаем

$$\rho_0 \frac{d\Gamma}{dt} = - \oint \frac{d\sigma_{ki}}{dx_i} dx_k + \oint \langle \rho - \rho_0 \rangle g_k dx_k + \oint W_i \frac{\partial U_i}{\partial x_k} dx_k. \quad (1.3)$$

Здесь $\langle \cdot \rangle$ — средние значения; σ_{ki} — касательные турбулентные и вязкие напряжения; по повторяющимся индексам проводится суммирование. Таким образом, циркуляция может изменяться за счет наличия касательных напряжений, разности плотностей, а также за счет растяжения или сжатия контура при неоднородном распределении вдоль него плотности жидкости.

Структуру течения в вихре будем считать заданной и сохраняющейся в течение всего времени его существования (см. [5, 12]). Наиболее удобной для аналитических исследований и в то же время адекватной наблюдаемой в экспериментах является структура вихря, рассмотренная в [1]. Вихревое кольцо обладает осевой симметрией, состоит из ядра торообразной формы с круговым поперечным сечением, содержащего жидкость постоянной завихренности, и окружающей ядро области эллипсоидальной формы, содержащей жидкость нулевой завихренности и движущейся вместе с вихрем. Для всплывающего вихря дополнительно предполагается, что вся неоднородная жидкость также содержится внутри его ядра. В этом случае характерными параметрами течения являются радиус вихря R (равный радиусу осевой линии тора), радиус сечения ядра a , циркуляция Γ , скорость движения кольца \mathbf{u} , вихревой импульс \mathbf{P} , характерная относительная разность плотностей. Вязкость не входит в число характерных параметров, так как считается, что турбулентные напряжения значительно больше молекулярных. Кроме того, полагается, что $a \ll R$.

2. Турбулентное вихревое кольцо в однородной жидкости. С учетом принятой структуры вихря можно найти аналитические выражения для \mathbf{P} и \mathbf{u} (модулей соответствующих векторов), которые с точностью до множителя a/R имеют вид [1, 12]

$$P = \pi \rho_0 R^2 \Gamma; \quad (2.1)$$

$$u = \beta \Gamma / R; \quad (2.2)$$

$$\beta = [\ln(8R/a) - 1/4] / (4\pi). \quad (2.3)$$

Полагая $\rho = \rho_0$, из (1.2) получаем $d\mathbf{P}/dt = 0$. Следовательно,

$$P = \text{const}. \quad (2.4)$$

Поскольку отношение R/a для турбулентных вихрей в процессе движения изменяется незначительно [5], будем считать, что $\beta = \text{const}$ и не зависит от времени. Система (2.1)–(2.4) не замкнута, поскольку в процессе движения изменяются R , u , Γ . Для замыкания

этой системы добавим уравнение для Γ . Из (1.3) с учетом принятой структуры течения в вихре следует, что скорость изменения Γ определяется турбулентными напряжениями, поскольку $\rho = \rho_0$ вдоль контура интегрирования, который находится вне ядра вихревого кольца. Очевидно, что наличие турбулентных напряжений будет приводить к затуханию вращения, т. е. к уменьшению Γ . Турбулентность в свободных течениях определяется характеристиками потока, так же как, например, в затопленных струях. Полагаем, что в рассматриваемом случае турбулентные напряжения также определяются параметрами движения вихревого кольца. С учетом размерности скорость уменьшения Γ должна быть пропорциональна квадрату характерной скорости. В качестве характерной скорости примем скорость движения вихревого кольца u . Тогда уравнение для скорости затухания циркуляции принимает вид

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\gamma u^2, \quad (2.5)$$

где γ — коэффициент, характеризующий турбулентные напряжения. Значение γ будет определено далее при согласовании результатов расчетов с экспериментальными данными. Отметим, что уравнение для скорости уменьшения Γ использовалось также в работе [4], но имело более сложный вид. Система (2.1)–(2.5) решается как задача с начальными данными. При $t = 0$

$$R = R_1, \quad a = a_1, \quad \Gamma = \Gamma_1, \quad P = P_1 = \pi\rho_0 R_1^2 \Gamma_1, \quad u = u_1 = \beta\Gamma_1/R_1. \quad (2.6)$$

Начальные данные могут соответствовать любому моменту времени, если вихрь уже сформирован.

Исключая Γ и u из (2.1)–(2.3), получаем уравнение для R

$$\frac{dR}{dt} = \frac{P_1\gamma\beta^2}{2\pi\rho_0 R^3}, \quad (2.7)$$

из которого следует

$$R = R_1 \left(1 + \frac{2P_1\gamma\beta^2}{R_1^4\pi\rho_0} t \right)^{1/4}. \quad (2.8)$$

Обозначим через z координату, вдоль которой движется вихрь. Учитывая, что $dz/dt = u$, и используя (2.1)–(2.7), находим

$$R = R_1 + \alpha z; \quad (2.9)$$

$$\alpha = \gamma\beta/2, \quad (2.10)$$

где α — угол расширения кольца. В (2.9) принято, что в момент времени $t = 0$ $z = 0$. Из (2.8), (2.9) следует закон движения вихря

$$z = \frac{R_1}{\alpha} \left[\left(1 + \frac{2P_1\gamma\beta^2}{R_1^4\pi\rho_0} t \right)^{1/4} - 1 \right]. \quad (2.11)$$

Если в выражении (2.11) P_1 выразить через R_1 и u_1 , то оно будет аналогично выражению, приведенному в [10]. В [10, 12] показано, что результаты расчетов по формулам (2.8), (2.9), (2.11) хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Значение коэффициента γ может быть найдено при сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными. При больших числах Рейнольдса $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-3}$ [12]. Тогда из (2.10) следует $\gamma\beta \approx 6 \cdot 10^{-3}$. Согласно [12] при больших числах Рейнольдса с точностью до десятых долей $a/R \approx 0,2$. Тогда получаем $a/R \approx 0,2$, $\beta \approx 0,3$, $\gamma \approx 2 \cdot 10^{-2}$.

Следует отметить, что порядок величины коэффициента турбулентного трения в трубах такой же, как у коэффициента γ .

Таким образом, соответствие результатов расчетов по формулам модели результатам экспериментов и расчетов по другим теоретическим моделям показывает обоснованность принятых в ней предположений. Однако в случае однородной жидкости предложенный подход не позволяет получить новые результаты. Более важным является то, что этот подход можно обобщить на случай всплывающих и комбинированных (получаемых при импульсном истечении струй, а затем движущихся под действием силы плавучести) вихрей. Для таких вихрей получены новые результаты.

3. Турбулентные всплывающие вихревые кольца. Полагаем, что вихревое кольцо имеет структуру, описанную в п. 1, и движется вверх параллельно направлению силы тяжести, ось z направлена противоположно направлению силы тяжести. Тогда в силу осевой симметрии вектор \mathbf{P} будет направлен так же, как вектор \mathbf{u} , т. е. вдоль оси z . Положим

$$F = -g \int (\rho - \rho_0) dV \quad (3.1)$$

(F — интегральная сила плавучести). Под ρ и $\rho\mathbf{v}$ понимаются средние значения. Очевидно, что в силу несжимаемости жидкости и сохранения массы $F = \text{const}$.

Найдем приближенное аналитическое выражение для вихревого импульса. Введем цилиндрическую систему координат, в которой r' — цилиндрический радиус, отсчитываемый от оси симметрии, R — расстояние от оси до центра поперечного сечения ядра. Вследствие осевой симметрии вектор $\text{rot}(\rho\mathbf{v})$ будет направлен вдоль единичного азимутального вектора \mathbf{e}_φ и в силу предположения о структуре вихря будет отличен от нуля только внутри его ядра. Тогда после интегрирования по φ в цилиндрических координатах уравнение (1.1) принимает вид

$$P = \pi \int_{\Sigma} (r')^2 (\mathbf{e}_\varphi \text{rot}(\rho\mathbf{v})) dr' dz$$

(интегрирование проводится по площади поперечного сечения ядра вихря). Так как $a \ll R$, то $(r')^2 \approx R^2$ с точностью до a/R . Заменяя $(r')^2$ на R^2 , вынося R^2 из-под знака интеграла и применяя к оставшейся функции теорему Стокса, получаем

$$P = \pi R^2 \oint_C (\rho\mathbf{v}) d\mathbf{r} = \pi R^2 \rho_0 \Gamma, \quad (3.2)$$

где C — граница поперечного сечения ядра. В (3.2) учтено, что $\rho = \rho_0$ на границе ядра. Будем полагать, что и в этом случае для скорости движения кольца и скорости уменьшения циркуляции выполнены уравнения (2.2), (2.5). Так как $F = \text{const}$, то из (1.2), (2.6), (3.1) следует

$$P = P_1 + Ft. \quad (3.3)$$

Таким образом, задача сводится к решению уравнений (2.2), (2.5), (3.2), (3.3) с начальными данными (2.6).

С помощью (2.2) из (2.5) исключается u , затем с помощью (3.2), (3.3) исключаются P и R , а полученное уравнение для Γ интегрируется. В результате находим

$$\Gamma = \Gamma_1 / \left(1 + \frac{2\pi\gamma\beta^2\rho_0\Gamma_1^2}{F} \ln \frac{P_1 + Ft}{P_1} \right)^{1/2}. \quad (3.4)$$

Подставляя (3.4) в (3.2), с учетом (3.3) имеем

$$R = R_1 \left(\frac{P_1 + Ft}{P_1} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{2\pi\gamma\beta^2\rho_0\Gamma_1^2}{F} \ln \frac{P_1 + Ft}{P_1} \right)^{1/4}. \quad (3.5)$$

Дифференцируя (3.2) по t с учетом (3.3), (2.2), (2.5) и учитывая, что $dz/dt = u$, получаем уравнения для нахождения угла расширения dR/dz :

$$\frac{dR}{dz} = \frac{\gamma\beta}{2} + \frac{F}{2\pi\rho_0\beta\Gamma^2}, \quad \frac{d\Gamma}{dz} = -\frac{\gamma\beta\Gamma}{R}. \quad (3.6)$$

Проведем сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. Обозначим угол расширения неоднородного вихря через α_* . Так как величина $\gamma\beta/2$ равна углу расширения вихря в однородной жидкости α , то из (3.6) следует, что угол α_* равен сумме угла α и величины, зависящей от F , Γ и отношения R/a (так как оно определяет величину β). В случае всплывающих вихрей $F > 0$, поэтому $\alpha_* > \alpha$.

Поскольку эксперименты по исследованию комбинированных вихрей, т. е. вихрей, возникающих при импульсном истечении струй, а затем движущихся под действием силы плавучести, не выполнялись, проведем сравнение результатов расчетов по предлагаемой модели с экспериментальными данными [14] для всплывающих вихрей. Эти данные содержат наиболее полную информацию, необходимую для сопоставления с теоретическими результатами, а также с данными о подъеме облака, образующегося при атомном взрыве. В [14] исследовалось всплывающее облако легкого газа, первоначально имевшее форму шара радиусом $4 \div 5$ см, которое затем трансформировалось в кольцевой вихрь, в [15] приведены данные о подъеме облака, образовавшегося после взрыва бомбы мощностью 1 Мт (начальный радиус шарообразного облака нагретого газа равен 1 км).

Сначала проведем сравнение с результатами экспериментов [14]. Из (3.6) при $\Gamma = \Gamma_1$ находим начальный угол расширения α_0 . Согласно [14]

$$\Gamma_1 \approx 5R_0[gR_0(\rho_0 - \rho_1)/\rho_0]^{1/2}, \quad F = (4/3)\pi R_0^3(\rho_0 - \rho_1)g, \quad (3.7)$$

где R_0 — радиус шарообразного облака легкого газа, из которого формируется вихревое кольцо; ρ_1 — плотность легкого газа. Тогда

$$\alpha_0 = \alpha + 2/(75\beta).$$

Следовательно, α_0 не зависит от разности плотностей, что качественно согласуется с [14]. Независимость угла расширения от разности плотностей отмечена также в [5]. Вычислим значение угла. Для величин γ и β примем те же значения, что и для вихрей в однородной жидкости. Тогда $\alpha_0 \approx 0,003 + 0,089 \approx 0,09$. В экспериментах [14] $\alpha_0 = 0,09 \pm 0,02$. Таким образом, значение угла расширения также согласуется с экспериментальными данными.

Определим на основе модели закон движения вихревого кольца $z(t)$ и сравним его с экспериментальными данными [14, 15]. Подставляя (3.4), (3.5) в (2.2) и учитывая, что $u = dz/dt$, получаем

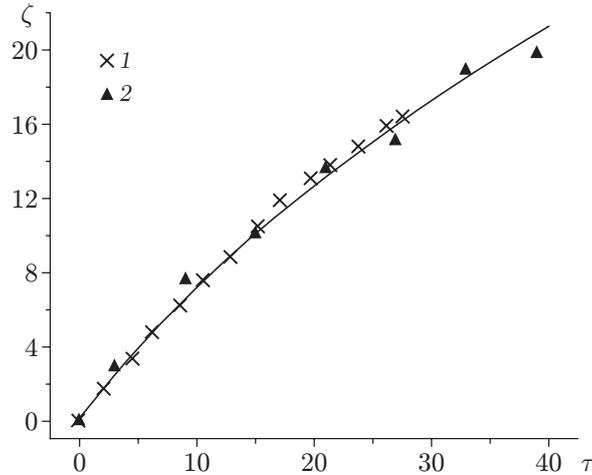
$$\frac{dz}{dt} = \beta\Gamma_1 / \left\{ R_1 \left(1 + \frac{Ft}{P_1} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\gamma\beta^2\pi\rho_0\Gamma_1^2}{F} \ln \left(1 + \frac{Ft}{P_1} \right) \right]^{3/4} \right\}. \quad (3.8)$$

Введем безразмерные координату и время: $\zeta = z/R_0$, $\tau = t[g(\rho_0 - \rho_1)/(\rho_0 R_0)]^{1/2}$. Подставляя в (3.8) P_1 из (2.6), F , Γ_1 из (3.7), получаем уравнение в безразмерном виде

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{5\beta R_0}{R_1} / \left\{ \left(1 + \frac{4}{15} \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^2 \tau \right)^{1/2} \left[1 + \frac{75\gamma\beta^2}{2} \ln \left(1 + \frac{4}{15} \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^2 \tau \right) \right]^{3/4} \right\}. \quad (3.9)$$

Начальный радиус кольца R_1 оценим на основе равенства начальных объемов легкого газа и торообразного ядра вихря, в которое попадает весь легкий газ. Тогда получаем формулу $(4/3)\pi R_0^3 = 2\pi^2 R_1 a_1^2$, из которой следует $R_0/R_1 = (3\pi/2)^{1/3} (a_1/R_1)^{2/3}$. Для параметров примем те же значения, что и для вихрей в однородной жидкости. Тогда $R_0/R_1 \approx 0,57$. Подставляя значения γ , β , R_0/R_1 в (3.9) и интегрируя, получаем

$$\zeta = \int_0^\tau \frac{0,864}{(1 + 0,088\tau)^{1/2} [1 + 0,0675 \ln(1 + 0,088\tau)]^{3/4}} d\tau. \quad (3.10)$$



Зависимость безразмерной вертикальной координаты ζ всплывающего вихревого кольца от безразмерного времени τ :

сплошная линия — расчетная зависимость, точки — экспериментальные данные о подъеме вихревых колец (1 — кольца, образующиеся из облаков легкого газа [14], 2 — кольца, образующиеся после атомного взрыва [15])

В экспериментах [14] закон движения всплывающего вихря представлен в безразмерном виде. Проведем сравнение результатов расчетов по предлагаемой модели для термиков первого вида (согласно терминологии [14]). При формировании таких термиков весь легкий газ попадает в ядро, которое имеет четко выраженные границы. Проводится сравнение с экспериментальными данными, приведенными на рис. 5 в работе [14]. В качестве начального момента времени выберем момент, соответствующий точке $z^0 = 3,1$, $t^0 = 1,9$ (z^0 , t^0 — безразмерные координата и время, используемые в [14]). Тогда

$$\zeta = z^0 - 3,1, \quad \tau = t^0 - 1,9. \quad (3.11)$$

Данные о подъеме облака после атомного взрыва приведены на рис. 2.12 в работе [15]. Согласно [15] огненный шар достигает максимальных размеров примерно через 10 с после взрыва, при этом его радиус $R_0 \approx 1000$ м. Так как температура шара высока, будем полагать, что в этом случае $(\rho_0 - \rho_1)/\rho_0 = 1$. Тогда момент времени $t = 10$ с соответствует единице безразмерного времени. В качестве начала отсчета примем момент времени, соответствующий моменту $t = 30$ с после взрыва. За это время шар поднимается от места взрыва на высоту, равную 3800 м. В данном случае безразмерные величины, характеризующие подъем облака, рассчитываются по формулам

$$\zeta = (h - 3800)/1000, \quad \tau = (t - 30)/10, \quad (3.12)$$

где h — высота подъема облака, м; t — время после взрыва, с. На рисунке сплошной линией показана теоретическая зависимость (3.10), точками — экспериментальные данные, пересчитанные по формулам (3.11), (3.12). Видно, что теоретические и экспериментальные результаты хорошо согласуются.

Заметим, что для условий, соответствующих экспериментам [14], выражение в квадратных скобках в (3.10) с точностью до 6 % равно единице. Тогда с такой же точностью в (3.4) $\Gamma = \Gamma_1$, следовательно, согласно (3.6) $\alpha_* = \alpha_0$, т. е. угол расширения изменяется незначительно, что и отмечено в [14]. Полагая выражение в квадратных скобках в (3.9) равным единице, проинтегрируем соотношение (3.9) в явном виде. В результате получаем

$$\zeta = \frac{75\beta}{2} \frac{R_1}{R_0} \left(1 + \frac{4}{15} \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^2 \tau \right)^{1/2}.$$

Таким образом, существует интервал времени, в котором $\zeta \sim \tau^{1/2}$.

Заключение. В работе построена аналитическая модель, описывающая движение турбулентных однородных и всплывающих в поле силы тяжести неоднородных вихревых колец. Предполагается, что скорость затухания циркуляции пропорциональна квадрату скорости движения кольца. Данное предположение основано на том, что в случае течений с развитой турбулентностью ее характеристики, как правило, определяются параметрами среднего потока, а зависимость напряжений от характерной скорости является квадратичной. Впервые получена формула для вычисления угла расширения всплывающего вихря через параметры потока, объяснено существенное различие углов расширения вихря в однородной жидкости и вихря, всплывающего в поле силы тяжести. Результаты расчетов движения вихревых колец различного характера хорошо согласуются с известными экспериментальными данными, что подтверждает правильность принятых предположений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л.: ОГИЗ, 1947.
2. Fraenkel L. E. On steady vortex rings of small cross-section in an ideal fluid // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1970. V. 316, N 1524. P. 29–62.
3. Saffman P. G. The velocity of viscous vortex rings // Stud. Appl. Math. 1970. V. 49, N 4. P. 371–380.
4. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва // ПМТФ. 1967. № 2. С. 3–15.
5. Тарасов В. Ф. О движении всплывающего вихревого кольца // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1975. Вып. 23. С. 210–218.
6. Morton B. R., Taylor G. I., Turner J. S. Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1956. V. 234, N 1196. P. 1–23.
7. Wang C. P. Motion of an isolated buoyant thermal // Phys. Fluids. 1971. V. 14, N 8. P. 1643–1647.
8. Maxworthy T. Turbulent vortex rings // J. Fluid Mech. 1974. V. 64, pt 2. P. 227–241.
9. Русаков Ю. С. Динамика вертикального движения турбулентного вихревого кольца // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37, № 6. С. 750–760.
10. Луговцов Б. А., Луговцов А. А., Тарасов В. Ф. О движении турбулентного вихревого кольца // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1969. Вып. 3. С. 50–60.
11. Гостинцев Ю. А., Матвеев Ю. С., Небогатов В. Е., Солодовник А. Ф. К вопросу о физическом моделировании турбулентных термиков // ПМТФ. 1986. № 6. С. 53–57.
12. Ахметов Д. Г. Вихревые кольца. Новосибирск: Изд-во “Гео”, 2007.
13. Владимиров В. А. О вихревом импульсе течений несжимаемой жидкости // ПМТФ. 1977. № 6. С. 72–77.
14. Заславский Б. И., Сотников И. М. Экспериментальное исследование движения всплывающих вихревых колец // ПМТФ. 1983. № 1. С. 20–26.
15. Действие ядерного оружия. М.: Воениздат, 1965.

Поступила в редакцию 5/VI 2013 г.