

УДК 519.63

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТРЕХМЕРНЫХ СЛОИСТЫХ ТРЕЩИНОВАТЫХ СРЕДАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

В. И. Голубев, Р. И. Гилязутдинов, И. Б. Петров,
Н. И. Хохлов, А. В. Васюков*

Московский физико-технический институт (государственный университет),
141700 Долгопрудный, Россия

* Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН,
125047 Москва, Россия

E-mails: w.golubev@mail.ru, gilyazutdinov@phystech.edu, petrov@mipt.ru,
k_h@inbox.ru, vasyukov@gmail.com

Проведено компьютерное моделирование процесса распространения упругих волн в трехмерных многослойных трещиноватых средах. При описании динамических процессов используется определяющая система уравнений в частных производных механики деформируемого твердого тела. Для численного решения этой системы применяется сеточно-характеристический метод на криволинейных структурных сетках. Трещиноватость среды учитывается путем явного выделения границ отдельных трещин и постановки специальных граничных условий на них. Рассмотрены различные модели гетерогенной деформируемой среды, содержащей трещиноватую структуру: однородная, с горизонтальными границами, с наклонной и криволинейной границами. Получены волновые поля, регистрируемые на поверхности, проведен анализ их структуры. Показана возможность идентификации волн, рассеянных от трещиноватой структуры, даже в случае непараллельных (наклонных и криволинейных) границ геологических слоев.

Ключевые слова: трещиноватые среды, математическое моделирование, численные методы, параллельные алгоритмы, прямые задачи сейсмической разведки, композитные материалы.

DOI: 10.15372/PMTF20170319

Введение. В настоящее время активно разрабатываются численные методы и алгоритмы для корректного моделирования динамических процессов, происходящих в слоистых конструкциях, композитных материалах и геологических средах в ходе сейморазведочных работ. Следует отметить, что широко используемые в промышленности лучевые методы являются приближенными и не позволяют получить адекватную картину поведения большинства реальных трещиноватых геологических сред. Существует большое количество различных численных методов моделирования сейсмических процессов в геологических средах (метод конечных разностей, метод Галеркина и др.) [1–3]. Также ак-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 16-11-00100).

© Голубев В. И., Гилязутдинов Р. И., Петров И. Б., Хохлов Н. И., Васюков А. В., 2017

тивно используются различные численные методы для построения гибридного алгоритма расчета [4]. Заметим также, что, поскольку определяющая система уравнений упругости, описывающая распространение сейсмических волн, является гиперболической, для ее численного решения может быть использован сеточно-характеристический метод.

По-видимому, впервые прямой метод характеристик предложен в работе [5]. Для одномерного случая он подробно описан в [6], позднее было проведено его обобщение на многомерный случай [7]. Так как в общем случае может происходить сгущение точек, в которых вычисляется решение, и соответственно уменьшение точности расчета, этот метод не получил широкого распространения. В [8, 9] предложена процедура интерполяции, позволяющая преобразовать данный метод в обратный метод характеристик (сеточно-характеристический метод) [8, 9].

Ранее метод характеристик использовался при численном решении задач газовой динамики [10]. Для решения задач механики деформируемого твердого тела он был адаптирован лишь в 80-х гг. XX в. [11, 12]. Для описания сейсмического поля сначала использовался метод характеристик на неструктурных треугольных сетках. В работе [13] с его помощью в двумерной постановке проведено численное моделирование сейсмических откликов в многослойных геологических средах. Позднее сеточно-характеристический метод был обобщен на случай наличия флюидонасыщенной трещины в однородной упругой среде [14]. В работе [15] при численном моделировании волнового отклика учитывались слоистость и трещиноватость. В [16] исследован отклик кластера (совокупности) флюидонасыщенных трещин. Помимо серии расчетов в двумерной постановке проведен тестовый трехмерный расчет на неструктурных сетках. Модификация метода при использовании неструктурных сеток подробно описана в работе [17]. Основным ограничением при проведении трехмерных расчетов является вычислительная сложность задачи. Однако использование предложенного в работе [18] сеточно-характеристического метода на гексаэдральных сетках позволило существенно увеличить скорость расчетов и провести моделирование трехмерной задачи о формировании отклика кластера флюидонасыщенных трещин, расположенных в однородной среде.

В настоящей работе проводится численное моделирование распространения упругих волн в трехмерной слоистой трещиноватой среде с криволинейными границами раздела слоев, а также анализ регистрируемых на поверхности волновых полей.

Постановка задачи. Расчетная область представляла собой прямоугольный параллелепипед размерами $10 \times 10 \times 3$ км, верхняя грань которого считалась свободной от приложенных сил (дневная поверхность), на остальных гранях задавалось условие поглощения, препятствующее образованию отраженных волн. Модель среды состояла из вмещающего массива и системы (кластера) субвертикальных трещин. На глубине 2 км в середине вмещающего массива располагался кластер, состоящий из 31 флюидонасыщенной макротрещины. Протяженность каждой трещины составляла 3 км, высота — 100 м, интервал между трещинами равен 100 м. Угол наклона плоскости трещины к оси Ox составлял -5° .

Рассматривалось пять моделей вмещающего массива:

1) однородная среда со следующими характеристиками упругости: скорость распространения продольных волн $V_l = 4270$ м/с, скорость распространения поперечных волн $V_t = 2135$ м/с;

2) слоистая среда с горизонтальными границами и с характеристиками упругости, приведенными в таблице (h — толщина слоя);

3) слоистая среда с наклонной границей между слоями 1 и 2, задаваемой соотношением

$$Z = -0,01X - 450;$$

Характеристики упругих слоев, составляющих вмещающий массив

Номер слоя	h , м	V_l , м/с	V_t , м/с
1	500	3500	1750
2	1000	4500	2250
3	300	5000	2500
4	100	4000	2000
5	300	5500	2750
6	800	5500	2750

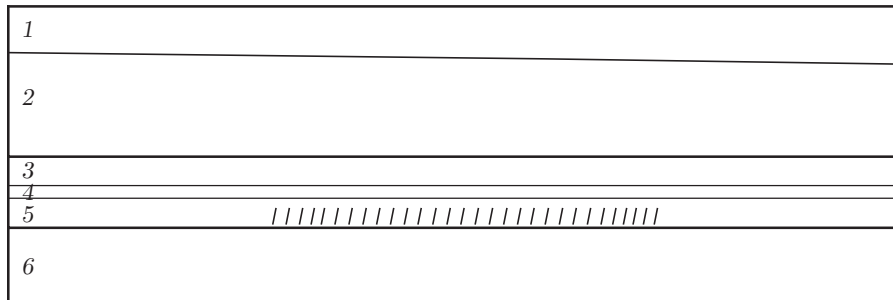


Рис. 1. Схема сечения слоистой трещиноватой среды плоскостью Oxz :
1–6 — номера слоев; заштрихованная область — кластер флюидонасыщенных макротрещин

4) слоистая среда с криволинейной границей между слоями 2 и 3, задаваемой соотношением

$$Z = -1500 + 100 \sin(\pi(X - 5000)/2);$$

5) слоистая среда, полученная в результате объединения моделей 3 и 4.

Плотность вмещающего массива во всех моделях считалась постоянной и равной 2500 кг/м^3 . На рис. 1 представлена схема сечения слоистой трещиноватой среды плоскостью Oxz .

Математическая модель и численный метод. Для описания динамических процессов в среде использовалась математическая модель линейно-упругого изотропного тела с явным выделением контактных границ слоев и поверхностей трещин. Динамическое поведение бесконечно малого объема среды описывается уравнениями упругости [19] вида

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = q_{ijkl} \frac{\partial e_{kl}}{\partial t}, \quad q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (1)$$

где ρ — плотность среды; V — скорость среды; σ — тензор деформаций; x — координата; q — тензор четвертого порядка, определяющий реологию среды; e — тензор деформаций; δ — символ Кронекера; λ, μ — параметры Ламе.

Следует отметить, что аналитическое решение может быть получено только в простейших случаях (однородная среда, точечный источник давления или плоская волна). Определяющая система является гиперболической, для ее численного решения в работе применялся сеточно-характеристический метод. Использовалась схема четвертого порядка точности по пространству, которая для одномерного уравнения переноса имеет вид

$$\begin{aligned} v_m^{n+1} &= v_m^n - \sigma(\Delta_1 - \sigma(\Delta_2 - \sigma(\Delta_3 - \sigma\Delta_4))), \\ \Delta_1 &= (-2v_{m+2}^n + 16v_{m+1}^n - 16v_{m-1}^n + 2v_{m-2}^n)/24, \\ \Delta_2 &= (-v_{m+2}^n + 16v_{m+1}^n - 30v_m^n + 16v_{m-1}^n - v_{m-2}^n)/24, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_3 &= (2v_{m+2}^n - 4v_{m+1}^n + 4v_m^n - 2v_{m-2}^n)/24, \\ \Delta_4 &= (v_{m+2}^n - 4v_{m+1}^n + 6v_m^n - 4v_{m-1}^n + v_{m-2}^n)/24, \\ \sigma &= c\tau/h.\end{aligned}$$

Монотонность схемы обеспечивалась использованием сеточно-характеристического критерия монотонности

$$\min \{v_m^n, v_{m-1}^n\} \leq v_m^{n+1} \leq \max \{v_m^n, v_{m-1}^n\}.$$

В случае невыполнения критерия монотонности применялся ограничитель, понижающий порядок решения до третьего в случае больших градиентов:

$$\hat{v}_m^{n+1} = \begin{cases} \max \{v_m^n, v_{m-1}^n\}, & v_m^{n+1} > \max \{v_m^n, v_{m-1}^n\}, \\ \min \{v_m^n, v_{m-1}^n\}, & v_m^{n+1} < \min \{v_m^n, v_{m-1}^n\}, \\ v_m^{n+1}, & \min \{v_m^n, v_{m-1}^n\} \leq v_m^{n+1} \leq \max \{v_m^n, v_{m-1}^n\}. \end{cases}$$

В случае наклонной (искривленной) границы и наличия в слоях трещин каждый слой описывался структурной параллелепипедной или гексаэдральной сеткой. Все слои, кроме слоя 5, соответствуют однородной изотропной среде, поэтому для них решается система (1). Слой 5 содержит трещины, описываемые фиксированным набором узлов, расположенных на их берегах. В процессе расчета проводится дополнительная корректировка значений тензора напряжений и вектора скорости в узлах для обеспечения свободного скольжения вдоль плоскости трещины и беспрепятственного прохождения продольных волн, падающих по нормали к плоскости трещины. Между граничными узлами сеток, принадлежащими различным слоям, ставится условие полного слипания, гарантирующее неразрывность вектора скорости и выполнение в узлах третьего закона Ньютона. Более подробно сеточно-характеристический численный метод на структурных расчетных сетках, содержащих флюидонасыщенные трещины, изложен в работе [18].

Описанные выше математическая модель и численный метод реализованы в программном комплексе, разработанном в Московском физико-техническом институте. Поскольку вычислительная сложность решаемой задачи велика, для обеспечения приемлемого времени расчета выполнялась параллелизация вычислительного алгоритма на основе технологии MPI. Эффективность параллелизации составила приблизительно 80 %. Расчеты проводились на суперЭВМ, содержащей 30 процессорных ядер и имеющей оперативную память объемом 128 Гб. Продолжительность одного расчета составляла приблизительно 10 ч.

Результаты численного моделирования. В качестве источника возмущения при моделировании использовалась продольная волна с длиной 150 м (прямоугольный импульс), заданная на глубине 200 м и распространяющаяся вертикально вниз вдоль оси Oz . На верхней грани прямоугольного параллелепипеда находился набор трехкомпонентных датчиков, расположенных с интервалом 40 м. Расчетная сетка содержала 75 000 000 узлов.

На рис. 2 показана волновая картина (распределение модуля скорости в объеме среды в фиксированный момент времени) для модели 3.

В последнее время при проведении разведочных работ часто используются трехкомпонентные сейсмометры [20]. На рис. 3 представлены поверхностные волновые поля, построенные по вертикальной компоненте вектора скорости смещения (модели 1 и 2). В случае однородной среды четко виден полезный сигнал, исходящий от трещиноватой структуры, в то время как в случае слоистой среды он полностью перекрыт кратными волнами.

Поскольку при падении плоской продольной волны по нормали к границе раздела упругих сред коэффициент отражения волны P-S равен нулю, обменная волна с горизонтальной

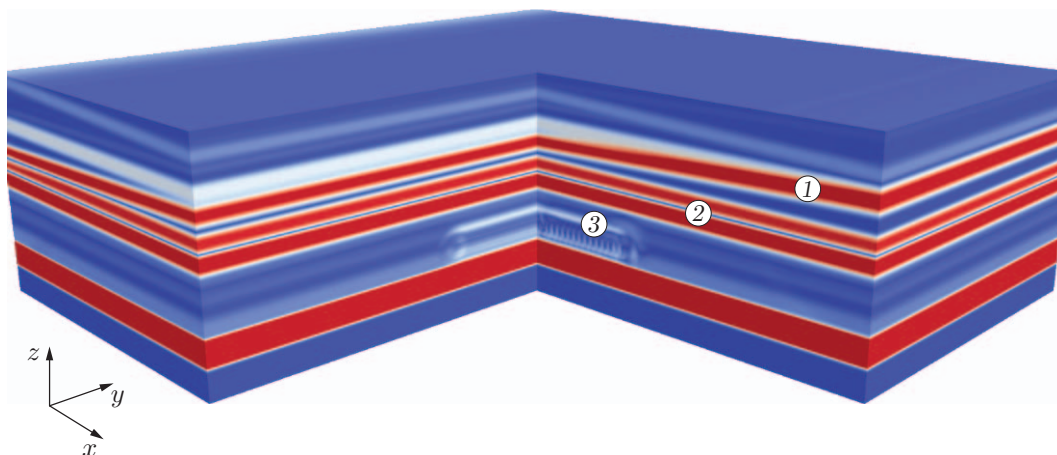


Рис. 2. Волновая картина для модели 3:

темные области — области, в которых модуль скорости равен нулю, светлые области — области, в которых модуль скорости максимальный; 1 — волна, образовавшаяся в результате отражения от наклонной границы и дневной поверхности, 2 — пара волн, образовавшихся в результате отражения от верхней и нижней границ слоя 4, 3 — рассеянные волны, отраженные от трещиноватого кластера

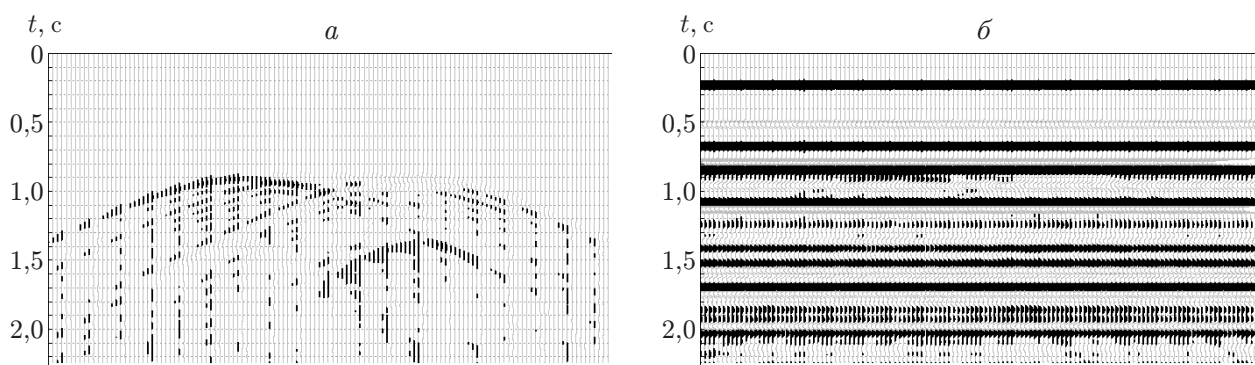


Рис. 3. Сейсмограммы, построенные по вертикальной компоненте вектора скорости смещения V_z для модели 1 (а) и модели 2 (б)

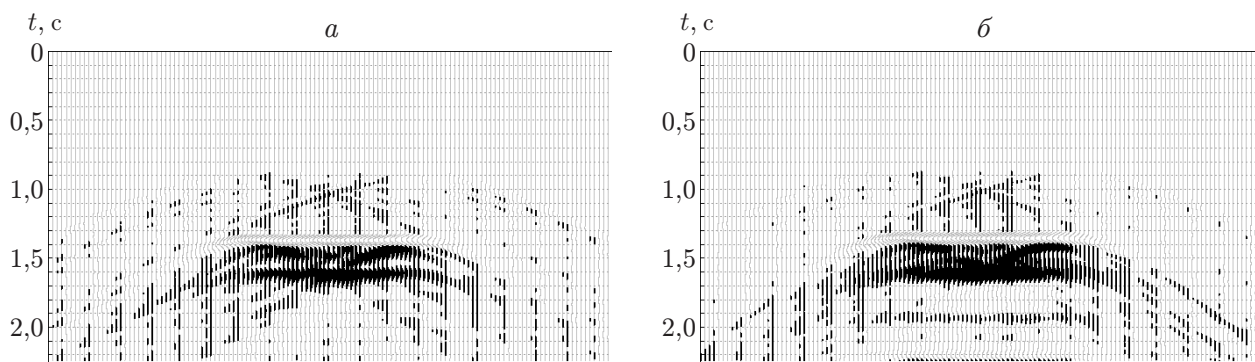


Рис. 4. Сейсмограммы, построенные по горизонтальной компоненте вектора скорости смещения V_x для модели 1 (а) и модели 2 (б)

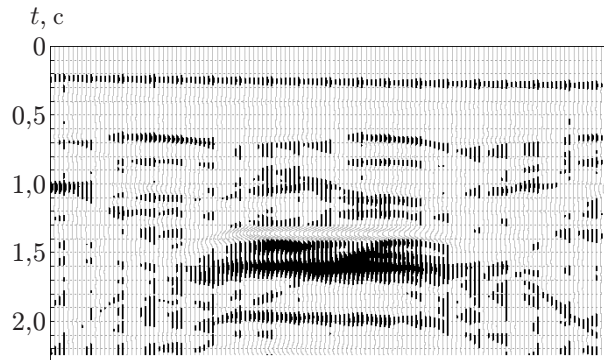


Рис. 5. Сейсмограмма, построенная по горизонтальной компоненте вектора скорости смещения V_x для модели 5

составляющей смещения не возникает. Таким образом, на поверхностном волновом поле, построенном по горизонтальной компоненте вектора скорости смещения, должны отсутствовать кратные волны, затрудняющие интерпретацию волновой картины. На рис. 4 представлены поверхностные волновые поля, построенные по горизонтальной компоненте вектора скорости смещения V_x . Основное отличие модели 2 от модели 1 заключается в наличии дополнительного плоского сигнала в моменты времени $t = 1,90; 2,25$ с, вследствие того что прошедшая через трещиноватый кластер волна имеет горизонтальную составляющую вектора скорости смещения. Из результатов численного расчета следует, что при построении сейсмограммы целесообразно регистрировать горизонтальную компоненту скорости смещения для плоскопараллельных трещиноватых сред.

Проведено численное моделирование волнового поля для всех пяти моделей вмещающего массива. Наиболее сложный сигнал наблюдается для модели 5 вследствие наличия негоризонтальных границ с наибольшим углом наклона. Представляет интерес выделение рассеянной компоненты (отклика трещиноватого геологического объекта) упругого поля в таких условиях. На рис. 5 представлено поверхностное волновое поле, построенное по горизонтальной компоненте вектора скорости смещения для модели 5. В момент времени $t \approx 0,25$ с видна отраженная от наклонной границы волна, при $t \approx 0,6$ с — отраженная от криволинейной границы волна, в интервале $t \approx 0,6 \div 1,3$ с неотчетливо видна рассеянная компонента, четко регистрируемая в случае однородного вмещающего массива. Однако при $t \approx 1,5 \div 1,6$ с на приемники приходит основной сигнал от кластера трещин, который хорошо виден на сейсмограмме. В случае криволинейных границ многокомпонентная регистрация также позволяет выявить рассеянные от трещиноватых включений волны, которые могут соответствовать зонам скопления нефти и газа на месторождении или зонам локального разрушения в композитных материалах.

Заключение. В работе проведено моделирование распространения упругих волн в многослойной упругой трещиноватой среде. Использовался численный сеточно-характеристический метод на гексаэдральных расчетных сетках, позволяющий за приемлемое время выполнить расчет в трехмерной задаче теории упругости. По результатам, зарегистрированным трехкомпонентными датчиками, расположенными на поверхности, построены поверхностные волновые поля. На основе анализа этих полей показано, что при построении сейсмограммы для сред, состоящих из плоских параллельных слоев, целесообразно использовать горизонтальную компоненту вектора скорости смещения, при этом возможна регистрация рассеянной компоненты сигнала, возникающей в результате отражения от кластера трещин, не только в условиях однородного либо плоскопараллельного вмещающего массива, но и при наличии криволинейных контактных границ между слоями.

Результаты компьютерного моделирования могут быть использованы, например, при выборе эффективной системы размещения источников-приемников на этапе планирования полевых исследований или при отработке методик решения обратных задач сейсморазведки (миграция, инверсия). Описанный метод может быть использован также для обнаружения дефектов в композитных материалах и слоистых конструкциях.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Virieux J., Calandra H., Plessix R. É.** A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging // *Geophys. Prospect.* 2011. V. 59, N 5. P. 794–813.
2. **Carcione J. M., Herman Gérard C., Kroode P. E.** Y2K review article: Seismic modeling // *Rev. Lit. Arts Amer.* 2002. V. 67, N 4. P. 1304–1325.
3. **Квасов И. Е.** Решение прямых задач сейсморазведки в трещиноватых средах методом сеточно-характеристического моделирования (с целью исследования возможности прямого обнаружения трещиноватых зон) / И. Е. Квасов, В. Б. Левянт, И. Б. Петров. М.: ЕАГЕ Геомодель, 2016.
4. **Lisitsa V., Tcheverda V., Botter C.** Combination of the discontinuous Galerkin method with finite differences for simulation of seismic wave propagation // *J. Comput. Phys.* 2016. V. 311. P. 142–157.
5. **Massau J.** Memoire sur l'integration graphique des équations aux derivéss partielles. Ghent: F. Meyer-van Loo, 1899.
6. **Жуков А. И.** Применение метода характеристик к численному решению одномерных задач газовой динамики // *Тр. Мат. ин-та АН СССР.* 1960. № 58. С. 4–150.
7. **Butler D. S.** The numerical solution of hyperbolic systems of partial differential equations of three independent variables // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1960. V. 255, N 1281. P. 232–241.
8. **Магомедов К. М., Холодов А. С.** О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений // *Журн. вычисл. математики и мат. физики.* 1969. Т. 9, № 2. С. 383–396.
9. **Кукуджанов В. Н.** Численное решение неодномерных задач распространения волн напряжений в твердых телах // *Сообщ. по прикл. математике Вычисл. центра АН СССР.* 1976. Вып. 6. С. 11–37.
10. **Холодов А. С.** Численные методы решения уравнений и систем гиперболического типа // *Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Сер. В. Т. 7-1, ч. 2. Математическое моделирование в низкотемпературной плазме.* М.: Янус-К, 2008. С. 141–174.
11. **Петров И. Б., Холодов А. С.** Численное исследование некоторых динамических задач механики деформируемого твердого тела сеточно-характеристическим методом // *Журн. вычисл. математики и мат. физики.* 1984. Т. 24, вып. 5. С. 722–739.
12. **Кондауров В. И., Кукуджанов В. Н.** Об определяющих уравнениях и численном решении некоторых задач динамики упругопластических сред с конечными деформациями // *Сб. по числ. методам в механике деформируемого твердого тела.* М.: Ин-т проблем механики, 1978. С. 84–122.
13. **Квасов И. Е., Панкратов С. А., Петров И. Б.** Численное моделирование сейсмических откликов в многослойных геологических средах сеточно-характеристическим методом // *Мат. моделирование.* 2010. Т. 22, № 9. С. 13–22.
14. **Квасов И. Е., Панкратов С. А., Петров И. Б.** Численное исследование динамических процессов в сплошной среде с трещиной, инициируемых приповерхностным возмущением, сеточно-характеристическим методом // *Мат. моделирование.* 2010. Т. 22, № 11. С. 109–122.
15. **Левянт В. Б., Петров И. Б., Квасов И. Е.** Численное моделирование волнового отклика от субвертикальных макротрещин, вероятных флюидопроводящих каналов // *Технологии сейсморазведки.* 2011. № 4. С. 41–61.

16. **Квасов И. Е., Петров И. Б.** Численное моделирование волновых процессов в геологических средах в задачах сейсморазведки с помощью высокопроизводительных ЭВМ // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2012. Т. 52, № 2. С. 330–341.
17. **Муратов М. В., Петров И. Б., Санников А. В., Фаворская А. В.** Сеточно-характеристический метод на неструктурированных тетраэдральных сетках // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2014. Т. 54, № 5. С. 821–832.
18. **Голубев В. И., Петров И. Б., Хохлов Н. И., Шульц К. И.** Численный расчет волновых процессов в трещиноватых средах на гексаэдральных сетках сеточно-характеристическим методом // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2015. Т. 55, № 3. С. 512–522.
19. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды: В 2 т. М.: Наука, 1976.
20. **Hardage В. А.** Multicomponent seismic technology / В. А. Hardage, М. V. DeAngelo, Р. E. Murray, D. Sava. Tulsa: Soc. of Explorat. Geophys., 2011.

*Поступила в редакцию 24/XII 2015 г.,
в окончательном варианте — 22/III 2017 г.*
