УДК 532.5

МЕДЛЕННОЕ ПЕРИСТАЛЬТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ СОРЕ И ДЮФУРА

Т. Хайат[*,**], Ф. М. Аббаси[***], А. Алсаеди[**]

[*] Университет Куэд-и-Азам, 44000 Исламабад, Пакистан
[**] Университет короля Абдул-Азиза, 21589 Джедда, Саудовская Аравия
[***] Институт информационных технологий COMSATS, 44000 Исламабад, Пакистан
E-mails: fmgpak@gmail.com, abbasisarkar@gmail.com, aalsaedi@hotmail.com

Исследуется тепло- и массоперенос при перистальтическом движении вязкой жидкости. Математическое моделирование этого процесса проводится с учетом джоулева нагрева и эффектов Соре и Дюфура в длинноволновом приближении при малых числах Рейнольдса. Решение задачи получено методом возмущений при малом числе Бринкмана.

Ключевые слова: перистальтическое движение, джоулев нагрев, эффекты Соре и Дюфура.

DOI: 10.15372/PMTF20170107

Введение. Интерес к исследованию перистальтического течения жидкости в канале (трубе) обусловлен тем, что такие течения встречаются в различных технологических процессах, а также в физиологических процессах, происходящих в живых организмах. В работе [1] впервые проведено исследование перистальтического течения вязкой жидкости. Позднее изучалось перистальтическое течение в каналах различной формы с использованием различных методов [2–9]. Влияние тепло- и массопереноса является существенным в таких процессах, как сушка, испарение с поверхности водоемов, течение в холодильных установках и т. д. Тепло- и массоперенос при перистальтическом течении изучался в работах [10–19].

В данной работе исследуется тепло- и массоперенос при магнитогидродинамическом перистальтическом течении в вертикальном канале с учетом джоулева нагрева и эффектов Соре и Дюфура. Представлены решения задачи, полученные с помощью метода возмущений, и выполнен их анализ.

1. Математическая постановка задачи. В работе моделируется перистальтическое движение вязкой жидкости в вертикальном канале. Течение инициируется синусоидальными волнами, движущимися с постоянной скоростью c. Ширина канала, заполненного несжимаемой электропроводящей жидкостью, равна $2a$. Жидкость является проводящей, в поперечном направлении течения приложено однородное магнитное поле напряженностью $\boldsymbol{B}_0$. В силу предположения о малости магнитного числа Рейнольдса воздействиями индуцированных электрического и магнитного полей пренебрегается. Поэтому магнитное

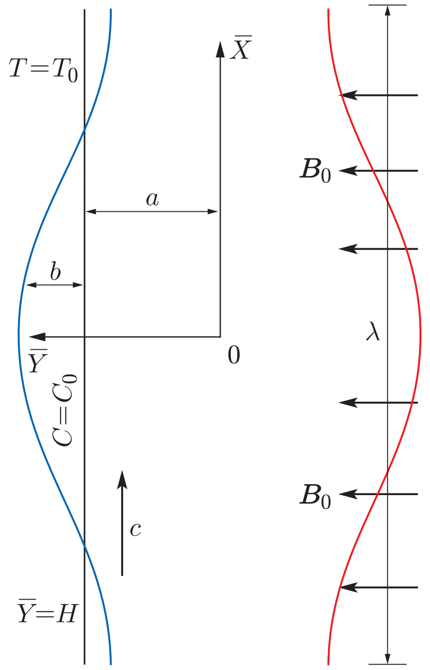

Рис. 1. Схема задачи

поле не проникает в жидкость [14–16]. Форма стенки задается следующим образом:

$$H(\bar{X}, \bar{t}) = a + b\cos\left(2\pi(\bar{X} - c\bar{t})/\lambda\right).$$

Здесь b — амплитуда волны; λ — длина волны; $\bar{t}$ — время. Схема задачи приведена на рис. 1.

Выражение для скорости двумерного течения записывается в виде

$$\boldsymbol{V} = [\bar{U}(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{t}),\ \bar{V}(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{t}), 0],$$

выражение для силы Лоренца — в виде

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B},$$

где $\boldsymbol{B} = [0, B_0, 0]$. В случае отсутствия приложенного и индуцированного электрических полей плотность тока определяется следующим образом:

$$\boldsymbol{J} = \sigma[\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B}].$$

Таким образом,

$$\boldsymbol{F} = [-\sigma B_0^2 \bar{U}, 0, 0].$$

Законы сохранения массы, импульса и энергии в приближении Буссинеска для силы плавучести, наличие которой обусловлено изменением температуры и концентрации, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{X}} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{Y}} = 0; \qquad (1)$$

$$\rho\Big(\frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \bar{U}\,\frac{\partial}{\partial \bar{X}} + \bar{V}\,\frac{\partial}{\partial \bar{Y}}\Big)\bar{U} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{X}} + \mu\Big(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{X}^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial \bar{Y}^2}\Big) - \sigma B_0^2 \bar{U} + {}$$
$$+ \rho g\alpha(T - T_0) + \rho g\alpha^*(C - C_0),$$

$$\rho\Big(\frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \bar{U}\,\frac{\partial}{\partial \bar{X}} + \bar{V}\,\frac{\partial}{\partial \bar{Y}}\Big)\bar{V} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{Y}} + \mu\Big(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{X}^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{Y}^2}\Big),$$

$$\rho\zeta\Big(\frac{\partial}{\partial\bar t}+\bar U\,\frac{\partial}{\partial\bar X}+\bar V\,\frac{\partial}{\partial\bar Y}\Big)T=K\Big(\frac{\partial^2 T}{\partial\bar X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial\bar Y^2}\Big)+ \tag{2}$$
$$+\mu\Big[2\Big(\Big(\frac{\partial\bar U}{\partial\bar X}\Big)^2+\Big(\frac{\partial\bar V}{\partial\bar Y}\Big)^2\Big)+\Big(\frac{\partial\bar U}{\partial\bar Y}+\frac{\partial\bar V}{\partial\bar X}\Big)^2\Big]+\sigma B_0^2\bar U^2+\frac{DK_T}{C_s}\Big(\frac{\partial^2 C}{\partial\bar X^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial\bar Y^2}\Big)+\Phi,$$
$$\Big(\frac{\partial}{\partial\bar t}+\bar U\,\frac{\partial}{\partial\bar X}+\bar V\,\frac{\partial}{\partial\bar Y}\Big)C=D\Big(\frac{\partial^2 C}{\partial\bar X^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial\bar Y^2}\Big)+\frac{DK_T}{T_m}\Big(\frac{\partial^2 T}{\partial\bar X^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial\bar Y^2}\Big).$$

Здесь $\bar U$, $\bar V$ — компоненты скорости в неподвижной системе координат $(\bar X,\bar Y)$; $\bar P$ — давление; g — ускорение свободного падения; α — коэффициент теплового расширения; α^* — коэффициент концентрационного расширения; σ — электропроводность; K — теплопроводность; C — концентрация; T — температура; D — коэффициент диффузии; K_T — термодиффузионный коэффициент; Φ — количество поглощаемого тепла; ζ — удельная теплоемкость; C_s — концентрационная восприимчивость; C_0 — концентрация вещества на границе области; T_m, T_0 — средняя температура жидкости и температура на границе соответственно.

Введем связанную с волной систему координат $(\bar x,\bar y)$:

$$\bar x=\bar X-c\bar t,\qquad \bar y=\bar Y$$

и следующие переменные:

$$\bar u=\bar U-c,\quad \bar v=\bar V,\quad \bar p(\bar x,\bar y)=\bar P(\bar X,\bar Y,\bar t),\quad x=\frac{\bar x}{\lambda},\quad y=\frac{\bar y}{a},\quad u=\frac{\bar u}{c},\quad v=\frac{\bar v}{c\delta},$$
$$\delta=\frac{a}{\lambda},\quad h=\frac{H}{a},\quad d=\frac{b}{a},\quad p=\frac{a^2\bar p}{c\lambda\mu},$$
$$\theta=\frac{T-T_0}{T_0},\quad \varphi=\frac{C-C_0}{C_0},\quad M^2=\frac{\sigma}{\mu}B_0^2a^2,\quad \nu=\frac{\mu}{\rho},\quad \mathrm{Re}=\frac{\rho ca}{\mu},$$
$$t=\frac{c\bar t}{\lambda},\quad \mathrm{Br}=\mathrm{Pr}\,\mathrm{Ec},\quad \mathrm{Du}=\frac{DC_0K_T}{C_s\zeta\mu T_0},\quad \mathrm{Sr}=\frac{\rho DK_TT_0}{\mu T_mC_0},\quad \mathrm{Sc}=\frac{\mu}{\rho D},$$
$$\mathrm{Ec}=\frac{c^2}{\zeta T_0},\quad \mathrm{Pr}=\frac{\mu\zeta}{K},\quad \mathrm{Gr}_t=\frac{\rho g\alpha T_0a^2}{\mu c},\quad \mathrm{Gr}_c=\frac{\rho g\alpha^*C_0a^2}{\mu c},$$
$$\beta=\frac{a^2\Phi}{K(T-T_0)},\quad u=\frac{\partial\psi}{\partial y},\quad v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Здесь ν — кинематическая вязкость; M — число Гартмана; Re — число Рейнольдса; Gr_t — локальное температурное число Грасгофа; Gr_c — локальное концентрационное число Грасгофа; β — безразмерный параметр теплового источника (стока); Br — число Бринкмана; Du — число Дюфура; Sr — число Соре; Sc — число Шмидта; Ec — число Эккерта; Pr — число Прандтля; δ — волновое число; θ, φ — безразмерные температура и концентрация. В указанных переменных условие несжимаемости (1) удовлетворяется тождественно. Длинноволновое приближение ($\delta\ll 1$) и предположение о малости числа Рейнольдса ($\mathrm{Re}\ll 1$) используются при анализе перистальтических течений [20, 21]. В длинноволновом приближении при малом числе Рейнольдса в безразмерных переменных уравнения (2) имеют следующий вид:

$$\frac{dp}{dx}=\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}-M^2\Big(\frac{\partial\psi}{\partial y}+1\Big)+\mathrm{Gr}_t\,\theta+\mathrm{Gr}_c\,\varphi,$$
$$\frac{\partial^4\psi}{\partial y^4}-M^2\,\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\mathrm{Gr}_t\,\frac{\partial\theta}{\partial y}+\mathrm{Gr}_c\,\frac{\partial\varphi}{\partial y}=0; \tag{3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \tag{4}$$

$$\begin{gathered}
0 = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \mathrm{Br}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right)^2 + \mathrm{Br}\, M^2\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + 1\right)^2 + \mathrm{Pr}\,\mathrm{Du}\,\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \beta,\\
0 = \frac{1}{\mathrm{Sc}}\,\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \mathrm{Sr}\,\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}.
\end{gathered} \tag{5}$$

Заметим, что в предельном случае ($\mathrm{Re} = \delta = \mathrm{Br} = \mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 0$) решением упрощенной системы (3)–(5) является классическое течение Гартмана. Из уравнения (4) следует, что p не зависит от координаты y.

Граничные условия имеют вид

$$y = 0:\qquad \psi = 0,\quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0,\quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0,\quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0,$$

$$y = h:\qquad \psi = F,\quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = -1,\quad \theta = 0,\quad \varphi = 0,$$

$$h(x) = 1 + d\cos(2\pi x),\qquad F = \int\limits_0^h \frac{\partial \psi}{\partial y}\,dy,$$

где $h(x)$ — уравнение стенки в безразмерной форме. Безразмерные средние расходы жидкости η и F в неподвижной и подвижной системах координат соответственно связаны соотношением

$$\eta = F + 1.$$

Приращение давления на длине волны Δp_λ задается выражением

$$\Delta p_\lambda = \int\limits_0^1 \frac{dp}{dx}\,dx.$$

2. Разложение в ряд решения задачи. Разложим функцию тока по малому числу Бринкмана:

$$\psi = \psi_0 + \mathrm{Br}\,\psi_1 + \ldots.$$

Аналогично раскладываются величины θ, φ, F, P. Следует отметить, что условие $\mathrm{Br} \ll 1$ не накладывает существенных ограничений. Например, вода — наиболее распространенная ньютоновская жидкость — при температуре $T = 25$ °C имеет динамическую вязкость $\mu = 0{,}89$ сП и теплопроводность $K = 0{,}58$ Вт/(м · K). Если характерная скорость потока равна 1 м/с, температура стенки равна 310 K, то число Бринкмана будет составлять $\mathrm{Br} = 1{,}2787 \cdot 10^{-4} \ll 1$. Это позволяет выбрать число Бринкмана Br в качестве малого параметра. В результате в нулевом приближении система уравнений имеет вид

$$\frac{dp_0}{dx} = \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial y^3} - M^2\left(\frac{\partial \psi_0}{\partial y} + 1\right) + \mathrm{Gr}_t\,\theta_0 + \mathrm{Gr}_c\,\varphi_0,$$

$$0 = \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial y^2} + \mathrm{Pr}\,\mathrm{Du}\,\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \beta,$$

$$0 = \frac{1}{\mathrm{Sc}}\,\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \mathrm{Sr}\,\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial y^2},$$

$$y=0\colon\qquad \psi_0=0,\quad \frac{\partial^2\psi_0}{\partial y^2}=0,\quad \frac{\partial\theta_0}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial\varphi_0}{\partial y}=0,$$

$$y=h\colon\qquad \psi_0=F_0,\quad \frac{\partial\psi_0}{\partial y}=-1,\quad \theta_0=0,\quad \varphi_0=0,$$

в первом приближении — вид

$$\frac{dp_1}{dx}=\frac{\partial^3\psi_1}{\partial y^3}-M^2\,\frac{\partial\psi_1}{\partial y}+\mathrm{Gr}_t\,\theta_1+\mathrm{Gr}_c\,\varphi_1,$$

$$0=\frac{\partial^2\theta_1}{\partial y^2}+\mathrm{Pr}\,\mathrm{Du}\,\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial y^2}+\Big(\frac{\partial^2\psi_0}{\partial y^2}\Big)^2+M^2\Big(\frac{\partial\psi_0}{\partial y}+1\Big)^2,$$

$$0=\frac{1}{\mathrm{Sc}}\,\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial y^2}+\mathrm{Sr}\,\frac{\partial^2\theta_1}{\partial y^2},$$

$$y=0\colon\qquad \psi_1=0,\quad \frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2}=0,\quad \frac{\partial\theta_1}{\partial y}=0,\quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial y}=0,$$

$$y=h\colon\qquad \psi_1=F_1,\quad \frac{\partial\psi_1}{\partial y}=0,\quad \theta_1=0,\quad \varphi_1=0.$$

Решения этих систем записываются в виде

$$\psi=\frac{\mathrm{e}^{-My}\,\mathrm{e}^{M(h+2y)}}{6L_2}\,(-6(-1+A)A_1(y)+2\,\mathrm{e}^{hM}\,L_1y(6A_3))\beta+\mathrm{Br}\,\Big(-\frac{\mathrm{e}^{5Mh+y}}{L_{11}}\,A_4(y)+L_{12}\Big),$$

$$\theta=\frac{(-h^2+y^2)\beta}{2(-1+A)}-\frac{\mathrm{Br}\,L_7}{360L_6^2},\qquad \varphi=\frac{L_8}{360(-1+A)^3}+\frac{\mathrm{Br}\,L_{10}}{L_9^2},$$

где

$$L_1=(3(-1+A)(F+h)M^2A_2(y))\,\mathrm{e}^{M(h+2y)},\quad L_2=(-1+A)M^2(1+hM+\mathrm{e}^{2hM}(-1+hM)),$$

$$L_3=16\,\mathrm{e}^{-2My+3M(h+y)}\,h(-1+h^2M^2)(\mathrm{Gr}_t-\mathrm{Gr}_c\,\mathrm{Sc}\,\mathrm{Sr})\beta^2,$$

$$L_4=A_6(y)+A_7(y)(-1+A)(F+h)+A_8(y)+A_9(y),$$

$$L_5=(-1+A)^3M^{10}(1+hM+\mathrm{e}^{2hM}(-1+hM)),\quad L_6=(-1+A)^3(1+hM+\mathrm{e}^{2hM}(-1+hM)),$$

$$L_7=720(-1+A)^2\,\mathrm{e}^{M(h-y)F^2M^2}\,B_1(y)+B_2(y)+B_3(y)+B_4(y)+B_5(y),$$

$$L_8=\mathrm{Sc}\,\mathrm{Sr}\,180(-1+A)^2(h-y)(h+y)\beta,$$

$$L_9=360(-1+A)^3(1+hM+\mathrm{e}^{2hM}(-1+hM)),\quad L_{10}=C_1(y)+C_2(y)+C_3(y)+C_4(y)+C_5(y),$$

$$L_{11}=1+hM+\mathrm{e}^{2hM}(-1+hM),\quad L_{12}=A_5(y)+\frac{L_3}{L_5^5}\,\mathrm{e}^{M(h+2y)}\,L_4+A_{10}(y),$$

$$A=\mathrm{Pr}\,\mathrm{Sc}\,\mathrm{Sr}\,\mathrm{Du}\,.$$

Выражения для величин A_i, B_i и C_i в данной работе не приводятся.

3. Результаты исследования и их обсуждение. На рис. 2 представлена зависимость градиента давления от координаты x при различных значениях числа Гартмана. Видно, что при перистальтическом течении зависимость градиента давления от координаты x имеет волнообразный характер. При фиксированном значении x градиент давления уменьшается с увеличением числа Гартмана M. На рис. 3, 4 показано влияние числа

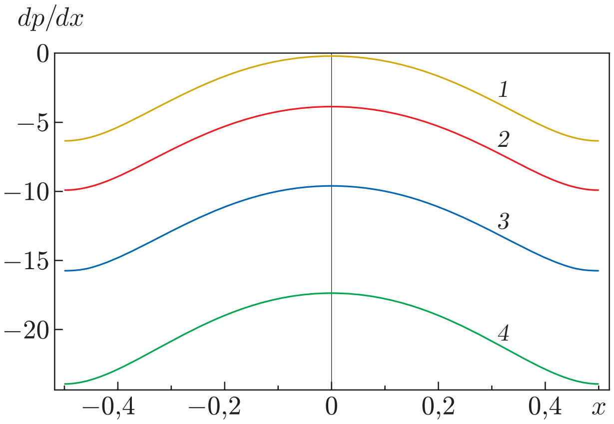

Рис. 2. Зависимость градиента давления от координаты x при $\mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 2{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $\mathrm{Du} = 0{,}2$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $d = 0{,}3$ и различных значениях числа Гартмана M:
1 — $M = 1$, *2* — $M = 2$, *3* — $M = 3$, *4* — $M = 4$

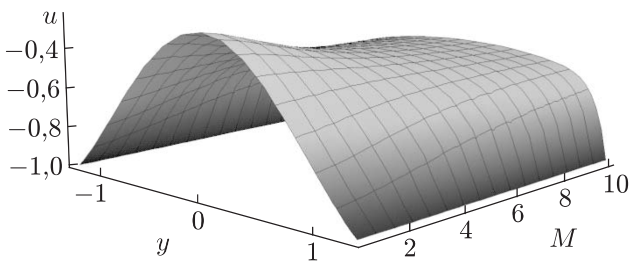

Рис. 3. Зависимость осевой скорости от координаты y и числа Гартмана M при $\mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 2{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $\mathrm{Du} = 0{,}2$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $x = 0$, $d = 0{,}3$

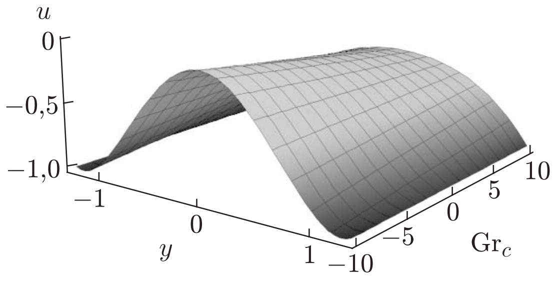

Рис. 4. Зависимость осевой скорости от координаты y и концентрационного числа Грасгофа Gr_c при $\mathrm{Gr}_t = 2{,}0$, $M = 1{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $\mathrm{Du} = 0{,}2$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $x = 0$, $d = 0{,}3$

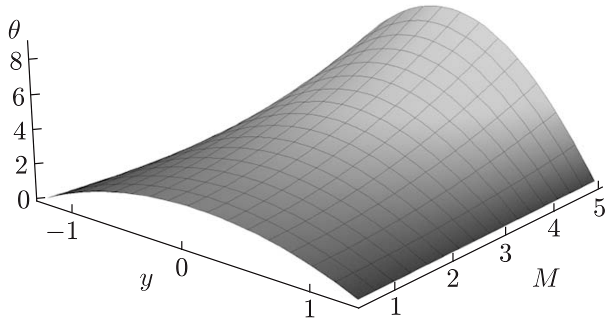

Рис. 5

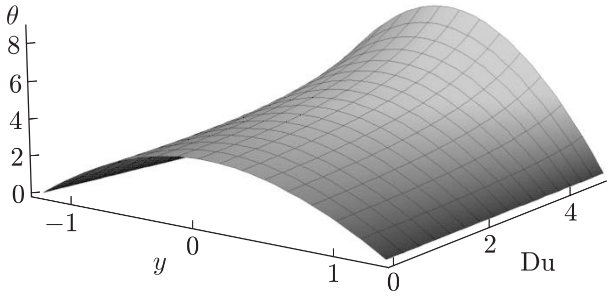

Рис. 6

Рис. 5. Зависимость температуры от координаты y и числа Гартмана M при $\mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 2{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $\mathrm{Du} = 0{,}2$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $x = 0$, $d = 0{,}3$

Рис. 6. Зависимость температуры от координаты y и числа Дюфура Du при $\mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 2{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $M = 1{,}0$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $x = 0$, $d = 0{,}3$

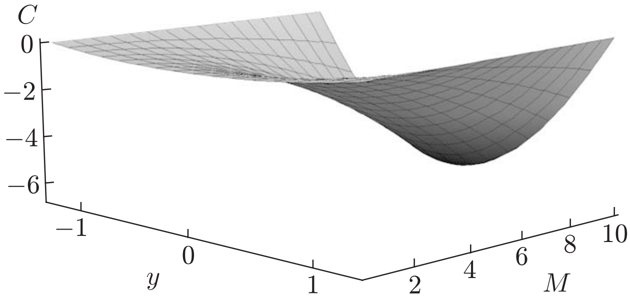

Рис. 7

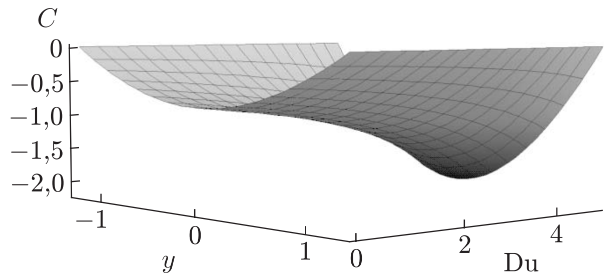

Рис. 8

Рис. 7. Зависимость концентрации от координаты y и числа Гартмана M при $\mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 2{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $\mathrm{Du} = 0{,}2$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $x = 0$, $d = 0{,}3$

Рис. 8. Зависимость концентрации от координаты y и числа Дюфура Du при $\mathrm{Gr}_t = \mathrm{Gr}_c = 2{,}0$, $\mathrm{Sc} = \mathrm{Sr} = 0{,}5$, $M = 1{,}0$, $\eta = 1{,}0$, $\mathrm{Br} = 0{,}25$, $x = 0$, $d = 0{,}3$

Гартмана и концентрационного числа Грасгофа на скорость жидкости. Видно, что с увеличением числа Гартмана скорость жидкости уменьшается (см. рис. 3), поскольку сила Лоренца является силой сопротивления. Из рис. 4 следует, что с увеличением концентрационного числа Грасгофа Gr_c скорость жидкости также уменьшается.

Распределение температуры представлено на рис. 5, 6. Видно, что при увеличении M и Du температура увеличивается. Увеличение температуры с увеличением числа Гартмана происходит вследствие джоулева нагрева, поэтому температура жидкости увеличивается с увеличением напряженности приложенного магнитного поля. Также на рис. 6 видно, что учет эффекта Дюфура приводит к значительному увеличению температуры жидкости. На рис. 7, 8 показано влияние чисел Гартмана M и Дюфура Du на концентрацию жидкости. Видно, что с увеличением напряженности приложенного магнитного поля концентрация уменьшается (см. рис. 7). Учет эффекта Дюфура также приводит к уменьшению концентрации жидкости (см. рис. 8).

Заключение. Исследовано влияние эффектов Соре и Дюфура на перистальтическое движение вязкой жидкости в вертикальном симметричном канале. Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы. При увеличении напряженности приложенного магнитного поля градиент давления и осевая скорость уменьшаются. Увеличение концентрационного числа Грасгофа приводит к уменьшению максимальной скорости. При увеличении чисел Гартмана и Дюфура температура жидкости увеличивается. Увеличение чисел Гартмана и Дюфура приводит к уменьшению концентрации жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Latham T. W.** Fluid motion in a peristaltic pump: M. S. thesis. Cambridge: Massachusetts Inst. of Technol., 1966.
2. **Kothandapani M., Srinivas S.** Peristaltic transport of a Jeffrey fluid under the effect of magnetic field in an asymmetric channel // Intern. J. Non-linear Mech. 2008. V. 43. P. 915–924.
3. **Mekheimer Kh. S., Abd Elmaboud Y.** Peristaltic flow of a couple stress fluid in an annulus: Application of an endoscope // Phys. A. 2008. V. 387, iss. 11. P. 2403–2415.
4. **Hayat T., Abbasi F. M.** Variable viscosity effects on the peristaltic motion of a third order fluid // Intern. J. Numer. Methods Fluids. 2011. V. 67. P. 1500–1515.
5. **Mekheimer Kh. S., Komy S. R., Abdelsalamd S. I.** Simultaneous effects of magnetic field and space porosity on compressible Maxwell fluid transport induced by a surface acoustic wave in a microchannel // Chinese Phys. B. 2013. V. 22. 124702.
6. **Abd Elmaboud Y., Mekheimer Kh. S.** Non-linear peristaltic transport of a second-order fluid through a porous medium // Appl. Math. Modelling. 2011. V. 35. P. 2695–2710.
7. **Mekheimer Kh. S., Abd Elmaboud Y., Abdellateef A. I.** Particulate suspension flow induced by sinusoidal peristaltic waves through eccentric cylinders: thread annular // Intern. J. Biomath. 2013. V. 6, iss. 4. 1350026.
8. **Hayat T., Abbasi F. M., Ahmad B., Alsaedi A.** Peristaltic transport of Carreau — Yasuda fluid in a curved channel with slip effects // PLoS ONE. 2014. V. 9, N 4. e95070.
9. **Abbasi F. M., Alsaedi A., Hayat T.** Peristaltic transport of Eyring — Powell fluid in a curved channel // J. Aerospace Engng. 2014. V. 27. 04014037.
10. **Srinivas S., Gayathri R., Kothandapani M.** Mixed convective heat and mass transfer in an asymmetric channel with peristalsis // Comm. Non-linear Sci. Numer. Simulat. 2011. V. 16, N 4. P. 1845–1862.
11. **Tripathi D.** A mathematical model for swallowing of food bolus through the oesophagus under the influence of heat transfer // Intern J. Thermal Sci. 2012. V. 51. P. 91–101.
12. **Abbasi F. M., Hayat T., Alsaedi A., Ahmed B.** Soret and Dufour effects on peristaltic transport of MHD fluid with variable viscosity // Appl. Math. Inform. Sci. 2014. V. 8. P. 211–219.
13. **Hayat T., Abbasi F. M., Al-Yami M., Monaquel S.** Slip and Joule heating effects in mixed convection peristaltic transport of nanofluid with Soret and Dufour effects // J. Molecular Liquids. 2014. V. 194. P. 93–99.
14. **Abbasi F. M., Hayat T., Ahmad B.** Peristaltic flow in an asymmetric channel with convective boundary conditions and Joule heating // J. Central South Univ. Technol. 2014. V. 21. P. 1411–1416.
15. **Hayat T., Abbasi F. M., Alsaedi A., Alsaadi F.** Hall and Ohmic heating effects on the peristaltic transport of Carreau — Yasuda fluid in an asymmetric channel // Z. Naturforsch. 2014. Bd 69a. S. 43–51.
16. **Hayat T., Abbasi F. M., Alsaedi A.** Soret and Dufour effects on peristaltic flow in an asymmetric channel // Arab. J. Sci. Engng. 2014. V. 39. P. 4341–4349.
17. **Hayat T., Abbasi F. M., Alhuthali M. S., et al.** Soret and Dufour effects on peristaltic transport of a third order fluid // Heat Transfer Res. 2014. V. 45. P. 589–603.

18. **Shehzad S. A., Abbasi F. M., Hayat T., Alsaadi F.** MHD mixed convective peristaltic motion of nanofluid with Joule heating and thermophoresis effects // PLoS ONE. 2014. V. 9, N 11. e111417.
19. **Abbasi F. M., Alsaedi A., Hayat T.** Mixed convective heat and mass transfer analysis for peristaltic transport in an asymmetric channel with Soret and Dufour effects // J. Central South Univ. Technol. 2014. V. 21. P. 4585–4591.
20. **Srivastava L. M., Srivastava V. P.** Peristaltic transport of a power law fluid: Applications to the ductus efferentes of the reproductive tract // Rheol. Acta. 1988. V. 27. P. 428–433.
21. **Lew S. H., Fung Y. C., Lowenstein C. B.** Peristaltic carrying and mixing of chyme // J. Biomech. 1971. V. 4. P. 297–315.

Поступила в редакцию 12/III 2014 г.,
в окончательном варианте — 24/XI 2014 г.