

А. М. Прудников, И. В. Разин, В. С. Эмдин*(Санкт-Петербург)***АДАПТИВНЫЙ АНИЗОТРОПНЫЙ ФИЛЬТР
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ
КОНТУРНЫМ СИГНАЛОМ НУЛЕВОГО УРОВНЯ**

Реализован двумерный адаптивный фильтр, осуществляющий формирование (выделение) контурного сигнала объектов изображения путем накопления исходного сигнала в направлении ориентации контурного перепада и его двойного дифференцирования в ортогональном направлении. Параметрами адаптации фильтра служат локальные оценки, получаемые путем выполнения процедур формирования ковариационной матрицы, ее диагонализации и оценки собственных векторов характеристического уравнения определителя матрицы. Операция накопления сигнала позволяет компенсировать потерю в отношении сигнал/шум контурного сигнала фильтра, объясняемую необходимостью выполнения операции двойного дифференцирования, что выгодно отличает этот фильтр от классического фильтра Марра – Хилдрета.

Введение. Известно, что основная информация об отображаемом объекте заключена в перепадах яркости его изображения (контурах). Поэтому вполне естествен переход от яркостного описания исходного изображения объекта к его контурному описанию, которое используется в дальнейшем при решении широкого круга задач обработки и анализа изображений [1, 2]. Исследователь при этом получает более сжатое представление исходной информации, неся неизбежные ее потери, присущие такого рода преобразованию.

Методы контурного описания. Задача получения контурного описания изображения (далее контурное изображение) далеко не тривиальна, как может показаться на первый взгляд. Ее решению посвящено множество работ. Обзоры методов и алгоритмов формирования контурного изображения приведены в [3, 4]. Анализ работ позволяет выделить три метода формирования контурного сигнала: пространственное дифференцирование, аппроксимацию – поиск подходящего идеального наклонного или ступенчатого контура – и высокочастотную фильтрацию. Наиболее распространенным из них является метод пространственного дифференцирования, в основу которого положен анализ скорости изменения функции яркости. Используемые при этом методы численного программирования дают хорошие результаты только при условии, что изображение либо подвергают предварительной обработке с целью повышения помехоустойчивости, либо используют операторы, сочетающие в себе операции сглаживания и дифференцирования функ-

ции яркости. Эта идея реализована, например, в классических операторах Превитта, Собела, Розенфельда. Однако оценка скорости изменения функции яркости с использованием этих операторов в силу дискретной структуры изображения производится для ограниченного числа фиксированных направлений и зависит от априори неопределенной ориентации перепада яркости, т. е. не инвариантна к преобразованию вращения. Последующая пороговая обработка неинвариантной оценки приводит к неизбежным ошибкам формирования контурных элементов изображения (ошибки первого и второго рода).

Контурное изображение можно получить, применяя, например, инвариантный к преобразованию вращения градиентный оператор. С одной стороны, он подчеркивает перепады яркости, с другой – «подавляет» те области изображения, для которых изменение яркости не несет какой-либо значимой информации. Наблюдатель, к примеру, не обращает внимания на тренд функции яркости с постоянным ее градиентом. Для него более интересны участки изображения, на которых градиент функции яркости претерпевает изменение либо по модулю, либо по направлению. Причем больший интерес представляет не столько изменение модуля градиента, свидетельствующее о наличии яркостного перепада (что, несомненно, важно), сколько изменение направления вектора градиента, несущее информацию о кривизне этого перепада. Использование градиентного оператора для такого изображения приведет к появлению на контурном изображении фоновой засветки и, следовательно, к понижению его контраста. Кроме того, применение градиентного оператора ограничено необходимостью последующего отыскания локальных максимумов.

Дальнейшее развитие идея использования градиентного оператора, но более высокого порядка, получила в работе [5]. На основании нейрофизиологических исследований эффекта латерального торможения в зрительной системе живых организмов Марр и Хилдрет предложили сочетание дифференциального оператора Лапласа с двумерной сглаживающей функцией Гаусса, позволившее устранить отмеченные выше недостатки. В этой работе в основу процесса обнаружения перепада яркости положены следующие посылки. Во-первых, изменение яркости изображения может относиться к «различным масштабным уровням», поэтому для оптимизации процесса обнаружения этих изменений необходимо применять операторы, обрабатывающие фрагменты изображения различных размеров. Во-вторых, изменение яркости порождает максимум или минимум первой производной, что влечет за собой пересечение нулевого уровня второй производной сигнала. Такое пересечение назвали «нулем» контурного сигнала. Из вышеизложенного следует, что для эффективного обнаружения перепада яркости необходимо использовать фильтр, реализующий инвариантную оценку второй производной изображения и допускающий его работу на необходимом (зачастую их несколько) масштабном уровне. Этим требованиям отвечает так называемый

$\nabla^2 G$ -фильтр, где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа, а $G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \times \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$ – двумерная функция Гаусса со среднеквадратичным отклонением σ .

Варьирование параметром σ обеспечивает работу фильтра на заданном масштабном уровне. Весовая функция $h(x, y)$ $\nabla^2 G$ -фильтра есть

результат применения оператора Лапласа к двумерной функции Гаусса:

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^4} \left(\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} - 2 \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right). \quad (1)$$

Результат свертки функции яркости изображения $\varphi(x, y)$ с весовой функцией $h(x, y)$ эквивалентен результату от свертки функции яркости $\varphi(x, y)$ с функцией Гаусса $G(x, y)$ с последующим применением к «размытому» функцией Гаусса изображению оператора Лапласа. Фильтр с весовой функцией (1) называют фильтром Марра – Хилдрета (МХ). Выбор функции Гаусса в качестве «размывающей» объясняется тем, что с ее помощью на изображении эффективно размываются структуры, сопоставимые с величиной параметра σ . Величина последнего локализует область размывания, задавая масштабный уровень, а ряд значений среднеквадратичного отклонения σ позволяет определить перепады яркости на различных масштабных уровнях и сформировать из исходного последовательность контурных изображений – от прорисовки грубого очертания контура объекта до выявления тонкой структуры деталей изображения. Кроме того, функция Гаусса является гладкой как в пространственной, так и в частотной области анализа и поэтому не вносит каких-либо артефактов в процесс формирования контурного сигнала. И наконец, предварительное «размывание» изображения объясняется желанием сохранения, хотя бы и частичного, отношения сигнал/шум, неизбежная потеря которого связана с последующим применением к размытому изображению дифференциального оператора Лапласа. Заметим, что чем меньше задаваемое значение σ , тем более «тонкую» структуру изображения мы выделяем и тем большими потерями отношения сигнал/шум приходится «платить» за операцию формирования контурного сигнала. В свою очередь, применение оператора Лапласа обусловлено его инвариантностью к преобразованию вращения. Может показаться странным, но в инвариантности оператора заключен и свой минус.

Целью предлагаемой работы является повышение помехоустойчивости процедуры формирования контурного сигнала при сохранении указанных преимуществ, обеспечиваемых весовой функцией $h(x, y)$.

Синтез алгоритма анизотропной фильтрации. Используем тот факт, что модуль производной функции яркости по направлению градиента принимает наибольшее по сравнению с другими направлениями значение, равное модулю градиента. Поскольку в направлении ориентации перепада яркость изменяется с меньшей скоростью, чем в ортогональном направлении, можно синтезировать фильтр, который осуществлял бы двойное дифференцирование сигнала только в направлении градиента функции яркости. В направлении ориентации перепада яркости необходимо сохранить сглаживающее действие функции Гаусса и тем самым повысить помехозащищенность фильтра за счет эффекта накопления сигнала в этом направлении. Можно получить дополнительный выигрыш, задав двумерную функцию Гаусса с разными значениями среднеквадратичного отклонения по осям ее симметрии и ориентируя при этом меньшую полуось по направлению \mathbf{u} градиента перепада яркости:

$$G_1(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \exp\left[-\left(\frac{u^2}{2\sigma_u^2} + \frac{v^2}{2\sigma_v^2} \right) \right], \quad \sigma_u \leq \sigma_v. \quad (2)$$

Таким образом синтезируемому фильтру придаются анизотропные свойства, заключающиеся в различии поведения весовой функции по осям ее симметрии. Аналогично определению весовой функции $\nabla^2 G$ -фильтра отыщем весовую функцию анизотропного фильтра, взяв частную производную по u второго порядка правой части выражения (2):

$$h_1(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_u^3\sigma_v} \left(\frac{u^2}{\sigma_u^2} - 1 \right) \exp \left[- \left(\frac{u^2}{2\sigma_u^2} + \frac{v^2}{2\sigma_v^2} \right) \right]. \quad (3)$$

Учитывая, что координаты в повернутой на угол α системе координат связаны с координатами исходной системы следующими выражениями:

$$\begin{aligned} u &= x \cos \alpha + y \sin \alpha; \\ v &= -x \sin \alpha + y \cos \alpha, \end{aligned}$$

получим, опустив множитель перед экспонентой в (3), выражение для весовой функции анизотропного фильтра:

$$\begin{aligned} h_1(x, y) &= \left(\frac{(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2}{\sigma_u^2} - 1 \right) \times \\ &\times \exp \left[- \left(\frac{(x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2}{2\sigma_u^2} + \frac{(-x \sin \alpha + y \cos \alpha)^2}{2\sigma_v^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Для наглядного представления выражения (4) на рис. 1 в аксонометрии приведены примеры весовой функции, различающиеся только значением угла α – направлением, в котором происходит двойное дифференцирование функции яркости. В отличие от весовой функции (1) функция (4) не обладает свойством круговой симметрии: дифференцирование функции яркости производится только в направлении градиента, в ортогональном же направлении – интегрирование (накопление) сигнала. В этом кардинальное отличие предлагаемого фильтра от фильтра МХ, позволившее получить выигрыш в отношении сигнал/шум и сохранившее исходные посылки обнаружения перепада яркости, предложенные в работе [5].

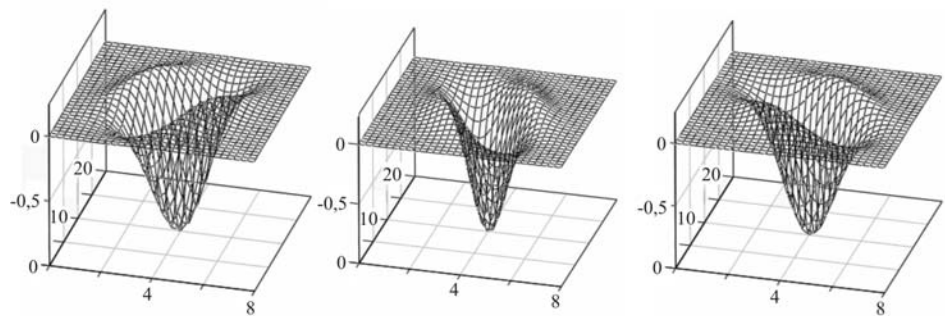


Рис. 1. Весовые функции адаптивного анизотропного фильтра

Синтез алгоритма адаптивной фильтрации. Заметим, что весовая функция (4) должна быть пространственно зависимой: для каждого элемента изображения малая ее полуось симметрии ориентирована по априори определяемой для этого элемента оценке направления градиента функции яркости. Таким образом, весовая функция фильтра адаптируется сообразно локальной ориентации перепада яркости, т. е. α в (4) – функция пространственных координат, отражающая локальное направление градиента яркости на плоскости. С учетом этого замечания уравнение (4) запишем следующим образом:

$$h(x, y, \xi, \theta) = \left(\frac{(x \cos \alpha(\xi, \theta) + y \sin \alpha(\xi, \theta))^2}{2(\sigma_1)^2} - 1 \right) \times \\ \times \exp \left[- \left(\frac{(x \cos \alpha(\xi, \theta) + y \sin \alpha(\xi, \theta))^2}{2(\sigma_1)^2} + \frac{(-x \sin \alpha(\xi, \theta) + y \cos \alpha(\xi, \theta))^2}{2(\sigma_2)^2} \right) \right]. \quad (5)$$

Тогда выражение для контурного сигнала $g(x, y)$ адаптивного анизотропного фильтра будет иметь вид

$$g(x, y) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} \int \varphi(\xi, \theta) h(x, y, \xi, \theta) d\xi d\theta. \quad (6)$$

Выражение (6) определяет пространственно зависимую модель линейной фильтрации исходной функции яркости изображения.

Однако оценка направления градиента в достаточной степени подвержена воздействию шума. Даже соседние элементы изображения без видимых на то причин могут иметь резко отличные оценки направления градиента, что объясняется влиянием шумовой составляющей сигнала. Для уменьшения ее влияния можно попытаться вычислить усредненную оценку направления перепада яркости, получив некоторое приближение к направлению градиента перепада. Такую оценку можно найти из уравнения для средней энергии производной функции яркости по направлению вектора \mathbf{u} :

$$E = \overline{(\varphi_u^{(1)})^2} = \overline{(u, \nabla \varphi)^2} = \int_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} \int (u, \nabla \varphi)^2 W(\varphi_{xy}^{(1+0)}, \varphi_{xy}^{(0+1)}) d\varphi_{xy}^{(1+0)} d\varphi_{xy}^{(0+1)}, \quad (7)$$

где $\varphi_u^{(1)} = (u, \nabla \varphi) = \varphi_{xy}^{(1+0)} \cos \alpha + \varphi_{xy}^{(0+1)} \sin \alpha$ – производная изображения по направлению единичного вектора $u = \mathbf{i} \cos \alpha + \mathbf{j} \sin \alpha$; $\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}$ – оператор градиента; $W(\varphi_{xy}^{(1+0)}, \varphi_{xy}^{(0+1)})$ – совместная плотность распределения производных изображения по направлениям осей x и y . Раскрывая скалярное произведение под знаком интеграла в (7) и представляя выражение в матричной форме, получим

$$\overline{(\varphi_u^{(1)})^2} = [u]^T [\mathbf{A}] [u], \quad [\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)})^2} & \overline{\varphi_{xy}^{(1+0)} \varphi_{xy}^{(0+1)}} \\ \overline{\varphi_{xy}^{(1+0)} \varphi_{xy}^{(0+1)}} & \overline{(\varphi_{xy}^{(0+1)})^2} \end{bmatrix}.$$

Решая характеристическое уравнение определителя матрицы $[A]$, найдем величины и направления собственных векторов матрицы:

$$E_{1,2} = \frac{\overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)})^2} + \overline{(\varphi_{xy}^{(0+1)})^2} \pm \sqrt{\left(\overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)})^2} - \overline{(\varphi_{xy}^{(0+1)})^2}\right)^2 + 4\left(\overline{\varphi_{xy}^{(1+0)}\varphi_{xy}^{(0+1)}}\right)^2}}{2}, \quad (8)$$

$$\alpha_{1,2} = \arctg \frac{\overline{(\varphi_{xy}^{(0+1)})^2} - \overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)})^2} \pm \sqrt{\left(\overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)})^2} - \overline{(\varphi_{xy}^{(0+1)})^2}\right)^2 + 4\left(\overline{\varphi_{xy}^{(1+0)}\varphi_{xy}^{(0+1)}}\right)^2}}{2\left(\overline{\varphi_{xy}^{(1+0)}\varphi_{xy}^{(0+1)}}\right)}. \quad (9)$$

Локализация и усреднение оценок энергий производных $\overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)})^2}$, $\overline{(\varphi_{xy}^{(0+1)})^2}$ и взаимной энергии производных $\overline{(\varphi_{xy}^{(1+0)}\varphi_{xy}^{(0+1)})^2}$ в (8) и (9) обеспечиваются с помощью функции Гаусса $G(x, y)$. Функция Гаусса выступает в качестве функции усреднения, а ее параметр σ локализует оценку энергий по ограниченной пространственной области (на выбранном масштабном уровне). Поворот системы координат по направлениям собственных векторов приводит к некоррелированности производных изображения по направлениям осей повернутой системы. Из свойств собственных векторов следует, что средняя энергия производной функции яркости, взятой по направлениям α_1 (знак «+» в (9)) и α_2 (знак «-» в (9)), принимает максимальное E_1 и минимальное E_2 значения (соответственно знаки «+» и «-» в (8)). По этой причине локальная оценка среднеквадратических частот энергетического спектра изображения по направлениям собственных векторов принимает экстремальные значения [6]. Именно по этим направлениям наиболее выражены анизотропные свойства функции яркости. Выражение (6) является, по сути, операцией квазисогласованной фильтрации, поскольку адаптирует ориентацию весовой функции (5) в соответствии с локальной ориентацией перепада яркости, а выражение (9) позволяет получить искомую оценку ориентации, которая не столь критична к действию шумовой составляющей.

Результаты моделирования и сопоставительный анализ. Проведено сравнение эффективности процедуры выделения нулей на зашумленном тестовом изображении, выполненной с помощью адаптивного анизотропного (АА) фильтра и фильтра МХ при эквивалентных параметрах их весовых функций. Эквивалентность параметров обеспечена равенством площадей эллипса и окружности, полученных соответственно от пересечения весовыми функциями (5) и (1) нулевого уровня и ответственных за накопительную функцию фильтров. Из равенства площадей эллипса и окружности $3\pi\sigma_1\sigma_2 = 2\pi\sigma^2$ следует выражение для определения среднеквадратичного отклонения в (1): $\sigma = \sqrt{3\sigma_1\sigma_2}/2$. Эквивалентность параметров весовых функций фильтров обеспечена также равенством сумм весовых коэффициентов с одинаковым знаком.

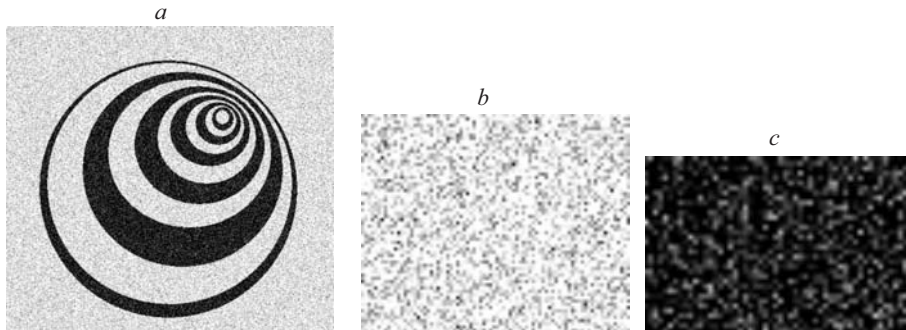


Рис. 2. Тестовое изображение: общий план (а), фрагмент изображения фона (b), фрагмент изображения сигнала (с)

Исследования проведены для ряда задаваемых значений параметров весовых функций σ_u, σ_v и вычисляемого для каждой такой пары значения σ , а также ряда значений отношения сигнал/шум на тестовых изображениях. Сюжет тестового изображения оставался неизменным и, как видно из рис. 2, а, представлял собой ряд вписанных друг в друга окружностей со смещенными центрами. Для каждого тестового изображения изменялся лишь уровень замешиваемой в исходное изображение аддитивной шумовой составляющей сигнала. Отношение сигнал/шум рассчитывалось следующим образом:

$$C/Ш = \frac{\left| \overline{\varphi_{i,j}^c} - \overline{\varphi_{i,j}^\phi} \right|}{\sigma(\varphi_{i,j}^\phi)},$$

где $\overline{\varphi_{i,j}^c}, \overline{\varphi_{i,j}^\phi}$ – среднее по некоторой окрестности значение функции яркости изображения для сигнала и фона на темном и светлом фрагментах изображения соответственно (см. рис. 2, а); $\sigma(\varphi_{i,j}^\phi)$ – среднеквадратичное отклонение функции яркости на светлом фрагменте. На рис. 2, b, c представлены увеличенные фрагменты изображений фона и сигнала. Как видно, шум имеет импульсный характер и оказывает сильное мешающее воздействие на процесс формирования контурного сигнала. В качестве примера приведены результа-

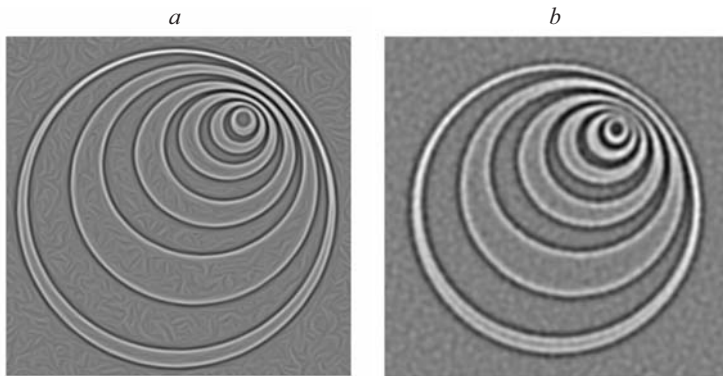


Рис. 3. Изображения контурных сигналов на выходе фильтров

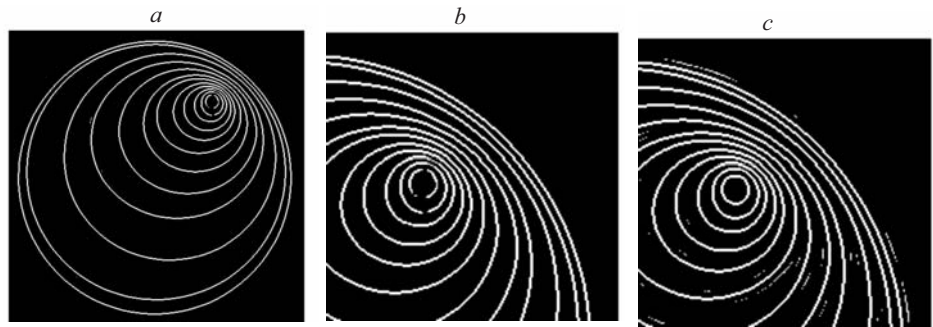


Рис. 4. Изображения нулей фильтра АА: общий план, $\Pi = 120$ (a); фрагмент, $\Pi = 120$ (b); фрагмент, $\Pi = 75$ (c)

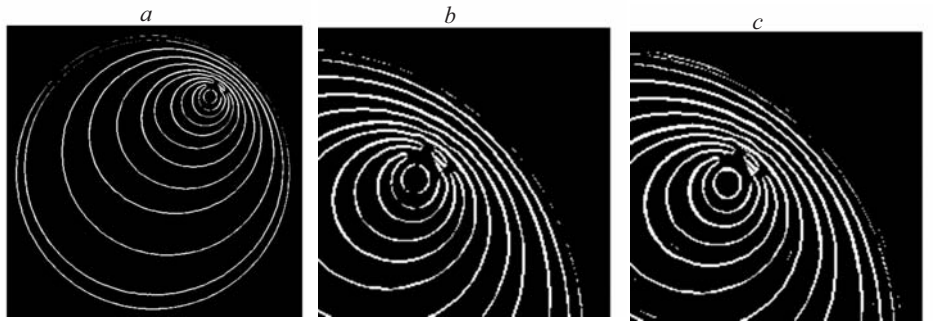


Рис. 5. Изображения нулей фильтра МХ: общий план, $\Pi = 120$ (a); фрагмент, $\Pi = 120$ (b); фрагмент, $\Pi = 75$ (c)

ты исследований, полученные при соотношении сигнал/шум, равном 4,16, заданных значениях параметров $\sigma_u = 2$, $\sigma_v = 6$ весовой функции (5) и вычисленном значении параметра $\sigma = 4,24$ весовой функции (1). На рис. 3, a, b представлены изображения контурных сигналов фильтров АА и МХ соответственно, а на рис. 4, a и рис. 5, a – изображения нулей после пороговой обработки контурного сигнала (позиционное положение нулей) этих фильтров. Для детального визуального анализа изображений нулей на рис. 4, b и рис. 5, b приведены изображения их соответствующих увеличенных фрагментов. Для обоих фильтров получен ряд изображений нулей, сформированных при различных значениях порога из диапазона от 50 до 140 единиц. Для примера на рис. 4, c и рис. 5, c показаны изображения нулей этого же увеличенного фрагмента при значении порога $\Pi = 75$. Пороговое значение изменялось с шагом 5 единиц. Таким образом, объем выборки для каждого фильтра составил 19 изображений. Каждое изображение выборки сравнивалось с эталонным изображением нулей, полученным в результате обработки незашумленного тестового изображения. Сумма позиционного несовпадения нулей для сравниваемых изображений после ее нормировки служила оценками вероятностей пропуска и появления ложных нулей зашумленного изображения.

Заключение. Анализ результатов проведенных исследований показал, что фильтр АА обеспечивает по сравнению с фильтром МХ меньшую вероятность пропуска контурного сигнала после порогового его ограничения при равных оценках вероятностей появления ложного сигнала. Даже при отно-

шении сигнал/шум, близком к единице, благодаря адаптации весовой функции к локальной ориентации перепада яркости на изображении, фильтр АА лучше разрешает близко расположенные контуры, что важно в задачах распознавания малоразмерных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лебедев Д. С., Цуккерман И. И.** Телевидение и теория информации. М.–Л.: Энергия, 1965.
2. **Розенфельд А.** Распознавание и обработка изображений с помощью вычислительных машин: Пер. с англ. /Под. ред. Д. С. Лебедева. М.: Мир, 1972.
3. **Денисов Д. А., Низовкин В. А.** Сегментация изображений на ЭВМ // Зарубеж. радиоэлектрон. 1985. № 10.
4. **Бакут П. А., Колмогоров Г. С., Ворновицкий И. Э.** Сегментация изображений: методы пороговой обработки // Зарубеж. радиоэлектрон. 1987. № 10.
5. **Марр Д.** Зрение. Информационный подход к изучению представления и обработки зрительных образов: Пер. с англ. /Под. ред. И. Б. Гуревича. М.: Радио и связь, 1987.
6. **Разин И. В., Эмдин В. С.** О системе инвариантов энергетического спектра градиентных изображений произвольного порядка применительно к анализу текстуры // Автометрия. 2003. **39**, № 4. С. 93.

*Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
имени В. И. Ульянова (Ленина),
E-mail: alex_prudnikov@mail.ru*

*Поступила в редакцию
31 марта 2005 г.*