

ЛИТЕРАТУРА

1. Благосклонов В.И., Кузнецов В.М., Минайлос А.Н. и др. О взаимодействии гиперзвуковых неоднородных течений // ПМТФ. — 1979. — № 5. — С. 59—67.
2. Boiko V.M., Fedorov A.V., Papyrin A.N., Soloukhin R.I. Ignition of small particles behind shock waves // Shock Waves, Explosions and Detonations. — N.Y., 1983. — P. 71—87. — (Progr. Astronaut. and Aeronaut.; V. 87).
3. Федоров А.В. Структура комбинированного разрыва в газовзвесах при наличии хаотического давления частиц // ПМТФ. — 1992. — № 4. — С. 36—41.
4. Медведев А.Е., Федоров А.В., Фомин В.М. Воспламенение частиц металла в высокотемпературном потоке за ударной волной. — Новосибирск, 1981. — (Препр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; № 33—81).
5. Медведев А.Е., Федоров А.В., Фомин В.М. Математическое моделирование воспламенения частиц металла в высокотемпературном потоке за ударной волной // ФГВ. — 1982. — № 3. — С. 5—13.
6. Минайлос А.Н. Параметры подобия и аппроксимационные зависимости осесимметричного сверхзвукового течения у эллипсоида // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1973. — № 3.
7. Бойко В.М. Исследование динамики ускорения, разрушения и воспламенения частиц за ударными волнами методами лазерной визуализации: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 1984.
8. Демьяненко В.С., Дерунов Е.К. Экспериментальное исследование интерференции тел вращения при сверхзвуковых скоростях: Сб. науч. тр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ. — Новосибирск, 1980.
9. Волков В.Ф. Алгоритм численного решения задач пространственного сверхзвукового взаимодействия двух тел. — Новосибирск, 1987. — (Препр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ; № 29—87).
10. Бойко В.М., Папырин А.Н. О динамике образования газовзвеси за ударной волной, скользящей вдоль поверхности сыпучей среды // ФГВ. — 1987. — № 2. — С. 122—126.
11. Поплавский С.В. Исследование нестационарного взаимодействия ударных волн с пылегазовыми взвесями: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Новосибирск, 1992.
12. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. I. — М.: Наука, 1987.

г. Новосибирск

Поступила 4/1 1994 г.,
в окончательном варианте — 27/1 1994 г.

УДК 533.6.011 : 534.115

В.С. Дёмин, С.А. Гапонов

УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ТРУБЕ ПРИ НАТЕКАНИИ НА ЕЕ ВХОД ПОТОКА ГАЗА

При изучении автоколебаний технические конструкции, в полости которых возникают одномерные продольные автоколебания, можно рассматривать как длинную трубу (длина много больше диаметра). Во многих случаях источник энергии этих колебаний — механическая энергия неоднородного потока, набегающего на вход трубы, а колебания возникают вследствие потери устойчивости течения в трубе к малым возмущениям. Неоднородность набегающего потока делает течение на входе в трубу существенно неоднородным. Точное решение неоднородной задачи об устойчивости течения к малым возмущениям возможно численными методами [1]. Но, поскольку колебания внутри длинной трубы одномерны, можно допустить, что эти колебания определяются осредненными по сечению трубы параметрами натекающего потока. Задача становится одномерной. Это упрощает расчет устойчивости течения и делает наглядной физическую сущность взаимодействия неоднородного потока с колебаниями в трубе.

Такой подход используется в работах [2, 3], где короткие в сравнении с длиной трубы участки со сложным течением считаются разрывом (границей).

© В.С. Дёмин, С.А. Гапонов, 1994

цей) в волноводе. Решения по обе стороны разрыва «сшиваются» с помощью уравнений, описывающих течение на указанном коротком участке. В рассматриваемом в данной работе случае имеются две такие границы: вход и выход трубы. В [2, 3] решены задачи об устойчивости течения при некоторых граничных условиях. Но в общем случае остается неясным, какие из осредненных параметров натекающего потока определяют устойчивость течения и при каких значениях этих параметров течение неустойчиво. Ниже исследуются эти вопросы.

В одномерном приближении движение малых возмущений описывается системой уравнений, приведенных для изоэнтропического течения, например, в [2]:

$$(1) \quad \frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{\partial p}{\partial \xi} + M \frac{\partial v}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial v}{\partial \xi} + M \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0.$$

Здесь $p = \delta p / \gamma p^*$; $v = \delta v / a$; $\xi = x / L$; $\tau = ta / L$; δp , δv — возмущения давления, скорости; p^* — статическое давление невозмущенного потока в трубе; a — скорость звука в трубе; L — длина трубы; t — время; M — число Маха течения в трубе; x — координата вдоль трубы с началом координат на левом срезе трубы, где втекает газ; $\gamma = C_p / C_v$ — показатель адиабаты.

Если считать возмущения энтропии малыми в сравнении с возмущениями давления и скорости, граничные условия представляются в виде $p = Bv$ при $\xi = 0$, $p = Cv$ при $\xi = 1$, где B и C — действительные числа, т.е. p и v изменяются по времени синфазно или в противофазе. Это справедливо, если поток вне трубы существенно возмущается на расстоянии от краев трубы не более ее диаметра. В этом случае течение у концов трубы можно считать квазистационарным [2, 3].

Решение системы уравнений (1) имеет вид

$$(2) \quad \begin{aligned} v &= 0,5[A_v(\exp\varphi_1 + \exp\varphi_2) + A_p(\exp\varphi_1 - \exp\varphi_2)] \exp\beta\tau, \\ p &= 0,5[A_p(\exp\varphi_1 + \exp\varphi_2) + A_v(\exp\varphi_1 - \exp\varphi_2)] \exp\beta\tau, \end{aligned}$$

где A_v и A_p — значения v и p при $\xi = 0$ и $\tau = 0$; $\beta = \nu + i\omega$; $\omega = 2\pi fL/a$; f — размерная частота;

$$\varphi_1 = -\frac{\beta\xi}{M+1}; \quad \varphi_2 = -\frac{\beta\xi}{M-1},$$

$$\nu = \frac{1-M^2}{2} \ln \left| \frac{1+H}{1-H} \right|; \quad \omega = (1-M^2)\pi k/2; \quad H = \frac{B-C}{1-CB};$$

$k = 0, 2, 4, \dots$ при $(1+H)/(1-H) > 0$ или $k = 1, 3, 5, \dots$ при $(1+H)/(1-H) < 0$.

Из решений (2) следует, что колебания растут со временем при условии $\nu > 0$. Последнее имеет место при выполнении одного из двух условий:

$$(3) \quad BC > 1 \text{ при } B < C, \quad BC < 1 \text{ при } B > C.$$

Знаки B и C учитываются.

Физический смысл этих условий состоит в том, что при отражении акустических волн от концов трубы в процессе автоколебаний в трубе ослабление на одном конце должно быть с избытком скомпенсировано усилением волны при отражении от другого конца трубы. Коэффициенты B и C характеризуют отражательную способность концов трубы [3].

В [2] имеются примеры нахождения B и C из соотношений для стационарного изоэнтропического течения у концов трубы.

Если концы трубы помещены в неограниченное пространство, где нет пульсаций давления, то $p = 0$ при $\xi = 0$ и 1 , а $B = 0$ и $C = 0$. Здесь абсолютная величина M меньше единицы.

При закрытом конце трубы ($\xi = 1$) $v = 0$, а $C = \infty$.

При истечении на конце трубы ($\xi = 1$) через сужение (где $M_1 = 1$) $C = 2/M(\gamma - 1)$.

При постоянстве расхода втекающего газа через критическое сечение (где $M_0 = 1$) $B = -1/M$.

При постоянном полном напоре втекающего газа [3] $B = -M$.
Условие полного поглощения волны на конце трубы (например, в конце трубы помещена вата) $C = 1$ при $\xi = 1$.

Найдем значения B при натекании неоднородного потока на вход трубы ($\xi = 0$). При этом одномерные колебания в трубе взаимодействуют с осредненным по сечению потоком. Считаем, что вихревые движения внутри трубы, вызванные неоднородностью втекающего газа, затухают на расстоянии, равном примерно диаметру трубы от входа. Поэтому для длинной трубы можно принять, что во входном сечении трубы течение однородно и параметры течения газа равны их осредненным по сечению значениям.

Пусть температура торможения в набегающем потоке везде постоянна. Это справедливо, например, если неоднородность потока получается помещением локальных сопротивлений в однородный поток или обусловлена наличием локальных скачков уплотнения при сверхзвуковом течении. При этом в набегающем на трубу потоке имеется распределение полного напора. Для стационарного адиабатического течения при заданной неоднородности невозмущенного потока осредненный по входному сечению полный напор втекающего газа $p_{0т}$ является функцией только одного параметра (например, расход втекающего газа Q_t или число Маха в трубе).

В этом можно убедиться, если выразить Q_t и $p_{0т}$ через параметры невозмущенного течения в той трубке тока, из которой газ втекает в трубу. На рис. 1 пунктиром показана трубка тока, по которой газ втекает в трубу в процессе колебаний в фазе втекания. Поток в сечении 1 трубки тока не возмущен в процессе колебаний. Сечение 2 трубки тока совпадает с входным сечением трубы. Если пренебречь потерями полного напора при втекании, расход втекающего в трубу газа Q_t и осредненный полный напор $p_{0т}$ вычисляются через параметры потока в невозмущенном сечении 1 по формулам

$$Q_t = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \rho u_x r dr, \quad p_{0т} = \frac{1}{Q_t} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} p \rho u_x r dr.$$

Здесь p_0 , ρ , u_x — полный напор, плотность, скорость, зависящие от радиальной координаты r ; dr — приращение координаты r ; α — азимутальный угол; r_1 — радиус трубки тока в невозмущенном сечении. Из первого выражения видно, что если увеличивается расход Q_t , то растет r_1 , так как подынтегральное выражение неизменно (поток не возмущен). Значит, с ростом расхода в трубу входят дополнительные линии тока, т.е. газ втекает в трубу из трубки тока невозмущенного течения, которая имеет все больший диаметр. Поскольку r_1 — функция только Q_t , а из второго выражения следует, что $p_{0т}$ — функция только r_1 и Q_t , то $p_{0т}$ — функция только Q_t . При втекании неоднородного потока в трубу и в процессе смешения температура торможения сохраняется, поэтому

$$(4) \quad T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right),$$

где T_0 — температура торможения в невозмущенном течении в сечении 1; T и M — температура и число Маха в трубе в сечении 2. Для сечения 2 справедливы формулы для осредненного течения:

$$(5) \quad p_{0т} = p^* \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad a^2 = \gamma p^* / \rho^* = \gamma RT.$$

Здесь a , p^* , ρ^* — скорость звука, давление и плотность в сечении 2; R — газовая постоянная. Заметим, что в рассматриваемых условиях течения $T_0 = \text{const}$, а $p_{0т}$ — переменная величина. Используя эти формулы,

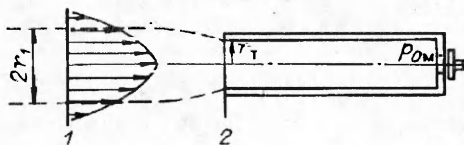


Рис. 1

можно убедиться, что p_{0r} является однозначной функцией M . Действительно, расход в трубе с сечением S можно выразить формулой $Q_r = \bar{M} a p^* S = \gamma M S p^* / a$. Как показано выше, Q_r зависит только от p_{0r} , а p^* , согласно (5), — от p_{0r} и M . При $T_0 = \text{const}$, согласно (4), (5), скорость звука зависит только от M . Следовательно, p_{0r} — однозначная функция M , и в общем виде можно записать $p_{0r} = F(M)$, откуда для малых изменений параметров вытекает выражение $\delta p_{0r} = \frac{\partial p_{0r}}{\partial M} \delta M$, которое является граничным условием на открытом конце трубы при втекании потока в трубу. Для малых изменений параметров из формулы для скорости звука (5) имеем $\delta a/a = \delta T/2T$. Формула для температуры торможения (4) при $T_0 = \text{const}$ дает

$$\delta T/T = -(\gamma - 1)M\delta M / \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right),$$

а из (5) следует

$$\delta p_{0r} = \delta p^* \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\gamma/(\gamma - 1)} + p^* \delta \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{\gamma/(\gamma - 1)}\right],$$

$$\delta M = \delta v/a - M\delta a/a.$$

После подстановки в выражение граничного условия значений δp_{0r} , δM и преобразований получим $p/v = B$, где

$$(6) \quad B = \frac{1}{\gamma p^*} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{-1/(\gamma - 1)} \frac{\partial p_{0r}}{\partial M} - M.$$

Найдем теперь граничное условие на входе в трубу ($\xi = 0$) при стационарном истечении из трубы навстречу потоку. В этом случае безразмерная скорость M в трубе отрицательна, поскольку газ течет против положительного направления оси x . Статическое давление p^* на срезе трубы определяется картиной обтекания потоком среза трубы. Эта картина зависит от структуры набегающего невозмущенного потока и от режима течения из трубы. Поскольку режим течения в трубе однозначно определяется заданием трех параметров (p_{0r} , M , T_0), то $p^* = F_1(p_{0r}, T_0, M)$. При неизменной структуре невозмущенного потока и $T_0 = \text{const}$ в трубе $p^* = F_2(p_{0r}, M)$. Внутри трубы p_{0r} , p^* и M связаны формулой (5). Поэтому, исключив p_{0r} из последнего равенства, в общем виде получим $p^* = F_3(M)$. Таким образом, изменение числа Маха истечения из трубы может существенно перестраивать режим обтекания у входа в трубу и, значит, изменять статическое давление на срезе трубы p^* . Для малых изменений параметров можно записать $\delta p^* = \frac{\partial p^*}{\partial M} \delta M$. Это выражение является граничным условием при истечении

из трубы навстречу потоку. Учитывая, что $\delta M = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)v$, а $\delta p^*/\gamma p^* = p$, из граничного условия имеем

$$(7) \quad B = \frac{1}{\gamma p^*} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right) \frac{\partial p^*}{\partial M}.$$

Если проток в трубе отсутствует, т.е. $M = 0$ (например, задний конец трубы заглушен), то в процессе колебаний есть фаза втекания в трубу и истечения из трубы. Найдем значение B для этого случая. Пусть на срезе трубы скорость колеблется по закону, удовлетворяющему системе уравнений

(1): $v = \frac{v_0}{a} \exp v^* t \sin \omega^* t$ (v^* — размерный коэффициент, ω^* — размерная угловая частота). Отрицательные значения v отвечают истечению, положи-

тельные — втеканию. Изменение статического давления на основе граничного условия $p = Bv$ примет вид $p = B_i v$. Коэффициент $B_i = B'$ в соответствии с (6) при положительном значении $\sin \omega^* t$, $B_i = B''$ в соответствии с (7) при отрицательном значении синуса, т.е. при истечении из трубы. Функция времени $B_i \sin \omega^* t$ представляет собой периодическую кривую, несимметричную относительно оси времени. Отрицательные и положительные полупериоды кривой имеют неравные максимальные отклонения B' и B'' . Такая функция может быть разложена в ряд Фурье. В разложении есть член ряда, имеющий ту же частоту ω^* , что и частота колебаний скорости. Только эта составляющая в разложении пульсаций давления (во входном сечении) может вступить в определенные фазовые соотношения с гармоническими колебаниями в трубе и либо подпитывать колебания энергией, либо гасить их. Названный член ряда имеет вид $B_0 \sin \omega^* t$, где $B_0 = 0,5(B' + B'')$. Таким образом, искомое граничное условие при натекании потока газа на трубу без протока ($M = 0$) следующее: $p = B_0 v$. Здесь, согласно (6), (7),

$$(8) \quad B = B_0 = \frac{0,5}{\gamma p^*} \left(\frac{\partial p_{0r}}{\partial M} + \frac{\partial p^*}{\partial M} \right).$$

Рассмотрим влияние ряда граничных условий на возможность существования автоколебаний.

Если в конце трубы помещен поглотитель волн, то, согласно условию (3), при $C = 1$ получим $B < 1$ и $B > 1$, что невозможно при любом значении B . Отсюда следует, что одномерные автоколебания невозможны при любом течении у входа в трубу. Это подтверждается опытами авторов [5].

Если в отверстии на конце трубы $\bar{m}_i = 1$, то $C = 2/(\gamma - 1)M$. При натекании на вход неоднородного потока B находится по формуле (6). Когда полный напор втекающего газа уменьшается с ростом скорости втекания, $\frac{\partial p_{0r}}{\partial M} < 0$. Если при этом $\gamma > 1$, $M < 1$, то условия (3) не выполняются — автоколебания невозможны. В случае, когда полный напор растет с увеличением скорости втекания, $\frac{\partial p_{0r}}{\partial M} > 0$, и при $\gamma > 1$, $M < 1$ одна из пар условий (3) выполнится, если

$$(9) \quad \frac{i}{\gamma p^*} \frac{\partial p_{0r}}{\partial M} > M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{1/(\gamma - 1)}.$$

Из выражения (9) видно, что имеется «пороговое» значение положительной величины $\frac{\partial p_{0r}}{\partial M}$, с превышением которого возникают автоколебания. Чем

выше M в трубе, тем больше должно быть значение $\frac{\partial p_{0r}}{\partial M}$ для возникновения автоколебаний.

Общеизвестно, например, что автоколебания — «пампаж» в воздухозаборниках авиационных двигателей — возникают именно в зоне роста полного напора расходной характеристики воздухозаборника ($\partial p_{0r} / \partial Q_r > 0$) [4].

Если задний конец трубы заглушен ($M = 0$, $C = \infty$), то условия возбуждения автоколебаний (3) примут вид $BC > 1$, $B < \infty$, т.е. $B > 0$. Используя (8), получим условие возбуждения для такой «полузакрытой» трубы:

$$(10) \quad \frac{\partial p_{0r}}{\partial M} + \frac{\partial p^*}{\partial M} > 0.$$

Из (10) следует, что для возникновения автоколебаний в полузакрытой трубе необходимо, чтобы осредненный по входному сечению полный напор втекающего газа возрастал при увеличении скорости втекания. А при

истечении газа с ростом скорости истечения статическое давление во входном сечении должно для указанной цели уменьшаться (число Маха истечения отрицательно). Из (10) очевидно, что если знаки производных разные, то автоколебания возникнут, когда абсолютная величина положительной производной больше.

Пользуясь условием (10), можно в простых случаях без расчетов оценить влияние на устойчивость течения в трубе профиля скорости набегающего потока. При этом имеет значение распределение скорости у входного сечения трубы на расстоянии от центра ее входного сечения порядка и меньше внутреннего радиуса трубы r_c . Профиль скорости может быть сформирован устройствами, находящимися в непосредственной близости к входному сечению трубы. Следует учитывать, что конструкция стенок у входа в трубу влияет на режим обтекания, а значит, на статическое давление на срезе трубы.

Пусть на тонкостенную с прямым срезом длинную с закрытым концом трубу натекает дозвуковой поток, имеющий осесимметричное распределение скорости вблизи входного сечения трубы (см. рис. 1). При этом полный напор в трубе $p_{0м}$ (давление в донной части), согласно опытам авторов, близок по величине к полному напору на той линии тока, которая имеет в площади среза трубы максимальный полный напор. Это можно объяснить тем, что струйка с максимальным полным напором заполняет объем трубы, и поэтому струйки с меньшим полным напором уже не могут войти в трубу. Они отбрасываются обратным течением из трубы. Пространственным течением внутри трубы у ее входа можно пренебречь, если труба длинная. И далее за фазу втекания принимаются моменты, когда во входном сечении расход втекающего газа превышает расход вытекающего. Эта разность является расходом втекающего в трубу газа и определяет число Маха внутри трубы.

Из физических соображений следует, что знак величины $\partial p_{0т} / \partial M$ совпадает со знаком разности $[p_0(r_t) - p_{0м}]$, где $p_0(r_t)$ — полный напор на линии тока, попадающей на тонкую стенку трубы, когда нет пульсаций в трубе. Действительно, если газ начинает втекать в трубу, другими словами, увеличивается от нуля скорость втекания, то периферийная линия тока с координатой r_t сместится в сторону оси трубы и войдет в трубу. При этом, если $p_0(r_t) > p_{0м}$, осредненный полный напор в трубе $p_{0т}$ увеличится ($\partial p_{0т} / \partial M > 0$). Если $p_0(r_t) < p_{0м}$, то $p_{0т}$ уменьшится, т.е. $\partial p_{0т} / \partial M < 0$.

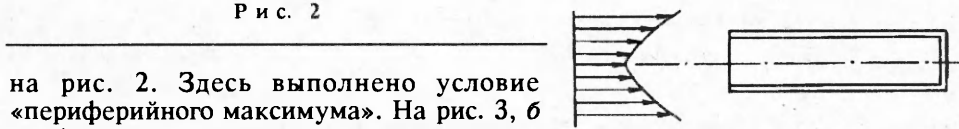
Таким образом, можно сформулировать условие «периферийного максимума» для осесимметричного случая: автоколебания в указанной трубе возникнут, если в окрестности внутренней стенки трубы скорость набегающего потока выше, чем во входном сечении трубы, и увеличивается в радиальном направлении.

Для профиля скорости, показанного на рис. 1, автоколебания не возникают, так как в (8), согласно условию «периферийного максимума», $\partial p_{0т} / \partial M < 0$. Кроме того, $\partial p^* / \partial M < 0$. Последнее вытекает из того, что статическое давление на срезе трубы равно полному напору $p_0(r_t)$, т.е. давлению торможения на торце стенки трубы. При начале истечения линии тока набегающей струи оттесняются в радиальном направлении, и на торце начинают тормозиться более высоконапорные струйки, лежащие ближе к оси трубы. Поэтому с ростом скорости истечения статическое давление на срезе будет расти ($\delta p^* > 0$), а $\delta M < 0$, так как скорость истечения отрицательна.

Из подобных рассуждений можно заключить, что при натекании на трубу потока с профилем скорости, показанным на рис. 2, автоколебания возникнут. В этом случае по условию «периферийного максимума» $\partial p_{0т} / \partial M > 0$, $\partial p^* / \partial M > 0$, следовательно, условие (10) выполнено. Наличие таких автоколебаний установлено численными расчетами [1] и экспериментально [5, 6].

В случае, показанном на рис. 3, а, автоколебания возникают, так как распределение скорости во входном сечении трубы не отличается от такового

Рис. 2



на рис. 2. Здесь выполнено условие «периферийного максимума». На рис. 3, б профиль скорости тот же, но диаметр трубы больше, чем на рис. 3, а. В этом случае автоколебания не возникают, так как не выполнено условие «периферийного максимума».

Заметим, что последнее условие применимо для трубы без потока ($M = 0$). Если, например, в ситуации, показанной на рис. 3, б, в донной части трубы сделать отверстие, то в трубе образуется поток ($M > 0$). Тогда осредненный полный напор в трубе $p'_{от}$ не всегда будет равен максимальному на профиле скорости $p_{ом}$. Если постоянный расход газа через трубу превышает суммарный расход струек, имеющих полный напор $p_{ом}$, то в трубу войдут и более низконапорные струйки. Поэтому получим $p'_{от} < p_{ом}$. При увеличении вследствие пульсаций скорости втекания относительно ее постоянного значения в трубу войдут периферийные струйки, которые имеют полный напор $p_0(r_r) < p_{ом}$. Но они могут иметь полный напор выше $p'_{от}$.

Тогда $[p_0(r_r) - p'_{от}] > 0$, и поэтому $\frac{\partial p_{от}}{\partial M} > 0$. Согласно условию (9), при

некотором значении $\frac{\partial p_{от}}{\partial M} > 0$ автоколебания становятся возможными. Таким образом, если профиль скорости имеет вид, изображенный на рис. 3, б, автоколебания в принципе могут возникнуть, если труба с потоком.

В случае произвольного профиля скорости на входе в трубу без потока знак величины $\frac{\partial p_{от}}{\partial M}$ определится знаком разности $[p_0(r_r) - p_{ом}]$ ($p_0(r_r)$ — величина полного напора, осредненного по длине образующей линии внутренней стенки трубы). Действительно, при начале втекания в трубу войдут струи с координатой r_r , имеющие вообще разный полный напор. Так что осредненная величина $p_0(r_r)$ определит знак $\frac{\partial p_{от}}{\partial M}$ и возможность возникновения автоколебаний.

Из приведенных ниже примеров видно, что положительные значения $\frac{\partial p_{от}}{\partial M}$ на входе в трубу (а значит, автоколебания) могут быть получены специальными конструкциями у входа. На рис. 4 показана труба с косым срезом, на которую натекает однородный поток. Это может быть и труба с прямым срезом, но поставленная под углом к набегающему потоку. Известно, что в некотором диапазоне углов скоса в трубе возникают автоколебания

[7]. Убедимся, что здесь может выполняться условие $\frac{\partial p_{от}}{\partial M} = \frac{\bar{p}_{от} - p_{от}^*}{\Delta M} > 0$,

где $p_{от}^*$ — полный напор в трубе при отсутствии автоколебаний, $\bar{p}_{от}$ — осредненный полный напор газа на входе в фазе втекания в момент начала колебаний, ΔM — приращение числа Маха.

Действительно, давление $p_{от}^*$ в полузакрытой трубе с косым срезом зависит от угла скоса и ниже полного напора p_0 набегающего потока. Эта зависимость обычно используется в измерительной технике для определения направления потока [8]. На рис. 4 видно, что на входе в трубу имеется отрывное течение. Линии тока набегающего потока огибают трубу и могут

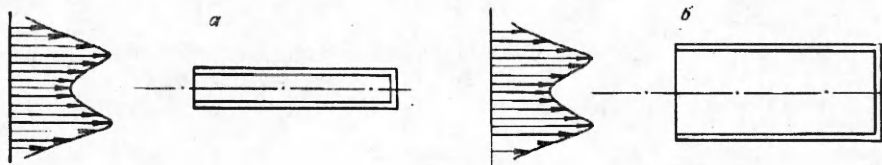
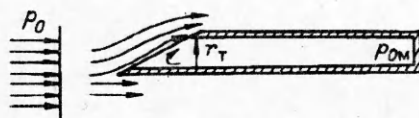
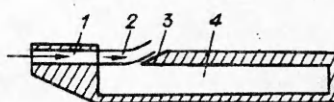


Рис. 3



Р и с. 4



Р и с. 5

тормозиться на торце стенок трубы. При начале фазы втекания тормозящиеся линии тока с координатой r_r войдут в трубу. А эти струйки газа имеют полный напор, равный $p_0 > p_{0r}^*$. Следовательно, осредненный полный напор втекающего газа \bar{p}_{0r} будет больше p_{0r}^* , и поэтому $\partial p_{0r} / \partial M > 0$. При почти прямом срезе трубы значение p_{0r}^* близко к p_0 и $\bar{p}_{0r} \approx p_0$. А так как $\frac{\partial p_{0r}}{\partial M} = \frac{\bar{p}_{0r} - p_{0r}^*}{\Delta M} \approx 0$, то автоколебания отсутствуют. При слишком малом угле среза трубы линии тока, далеко огибая область отрыва, не попадают на торец стенки трубы. Поэтому при малой скорости втекания они не попадают в трубу. Следовательно, полный напор при втекании изменяется слабо ($\bar{p}_{0r} = p_{0r}^* \approx \text{const}$, $\partial p_{0r} / \partial M \approx 0$), автоколебаний нет.

На рис. 5 показана схема свистка. Из щели 1 подается струя газа 2, которая попадает на клин 3. Если расстояние между кромкой щели и острием клина сравнимо с длиной трубы 4, то в автоколебаниях существенны волновые (изгибные) процессы в струе.

Механизм таких колебаний описан в [9]. Если длина трубы-резонатора больше ее высоты и расстояние между кромкой щели и острием клина много меньше длины трубы, то струя колеблется, как маятник (с одной фазой). В этом случае для оценки условий возбуждения автоколебаний допустима изложенная выше методика. Так, если острие клина помещено по высоте в середину струи, то полный напор в трубе равен полному напору в струе, т.е. $p_{0r}^* = p_0$. Поскольку при дополнительном втекании из-за пульсаций в трубу войдут дополнительные линии тока с тем же полным напором, то $\partial p_{0r} / \partial M = 0$. Значит, при таком расположении клина автоколебания невозможны.

Если острие клина расположено немного ниже границы струи, так что струи с полным напором p_0 в трубу не попадают, то давление в трубе будет равно давлению вблизи острия клина $p_{0r}^* = \lambda p_0$. Здесь $\lambda < 1$ — коэффициент восстановления полного напора струи на клине.

Если крайние линии тока струи находятся близко к острию клина, то при малых пульсациях в фазе втекания в трубу они, отклоняясь вниз, попадают в трубу. Поэтому полный напор втекающего газа \bar{p}_{0r} равен p_0 .

Таким образом, $\frac{\partial p_{0r}}{\partial M} = \frac{\bar{p}_{0r} - p_{0r}^*}{\Delta M} = \frac{p_0(1 - \lambda)}{\Delta M} > 0$, автоколебания возникнут.

Если же острие клина находится ниже струи и далеко от ее края, то при малых колебаниях струи она не попадет в трубу. Давление в трубе не изменится ($\partial p_{0r} / \partial M = 0$), автоколебаний не будет.

Из изложенного можно сделать вывод, что изучение физической модели возникновения автоколебаний в длинной трубе при натекании потока на ее вход сводится к изучению тех особенностей стационарного течения у входа в трубу, которые приводят к росту полного напора в трубе с увеличением скорости втекания. Для трубы без протока или с обратным течением изучение этой модели сводится еще к исследованию причин падения статического давления на срезе трубы при росте скорости истечения из трубы навстречу потоку. Процессы нарастания амплитуды колебаний внутри длинной трубы физически однотипны. Описание этих процессов можно найти в [2, 3, 5].

Авторы благодарны Н.Ф. Воробьеву за советы и полезные замечания по данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ваграменко Я.А., Ляхов В.Н., Устинов В.М. Пульсирующий режим при натекании стационарного неоднородного потока на преграду // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1979. — № 5.
2. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. — М.: ГИФМЛ, 1961.
3. Кукинов А.Г. Одномерные колебания потока в цилиндрической трубе // Тр. ЦАГИ. — 1970. — Вып. 1231.
4. Герман Р. Сверхзвуковые входные диффузоры. — М.: Физматгиз, 1960.
5. Дёмин В.С. Модель возникновения автоколебаний при натекании на полузакрытую трубу потока с радиальным распределением скорости // Моделирование в механике. — Новосибирск: ВЦ; ИТПМ СО АН СССР, 1988. — Т. 2(19), № 5.
6. Дулов В.Г., Максимов В.П. Термоакустика газоструйных резонаторов // Там же, 1987. — Т. 1(18), № 6.
7. Елисеев Ю.Б., Черкез А.Я. Об эффекте повышения температуры торможения при обтекании газом глубоких полостей // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1971. — № 3.
8. Петунин А.Н. Методы и техника измерений параметров газового потока. — М.: Машиностроение, 1972.
9. Ерофеев В.К., Савин А.В. Исследование аэроакустических процессов при взаимодействии газовых струй с полостями // Газодинамика и акустика струйных течений. — Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987.

г. Новосибирск

Поступила 10/1 1994 г.

УДК 534.222.2

А.А. Аганин, М.А. Ильгамов

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗА В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ

Введение. Рассматриваются продольные колебания газа в трубе, один конец которой неподвижен, а другой перемещается по заданному периодическому закону. Стенки трубы считаются абсолютно жесткими. В случае малых значений амплитуды колебаний имеется большое количество экспериментальных исследований и аналитических решений [1—7]. Поэтому они могут быть использованы для тестовой проверки применяемых численных подходов. Вместе с тем до сих пор не изучены режимы колебаний в трубе при больших амплитудах перемещений поршня. Это главным образом связано с ограниченностью используемых методов исследования, которые, как правило, опираются на методы возмущений.

Здесь волновые процессы изучаются на основе численного интегрирования уравнений газовой динамики [8, 9], что позволило рассмотреть переходные процессы из начального состояния до периодически повторяющегося режима и снять жесткие ограничения на амплитуду колебаний.

Исследуются колебания при изменении частоты возбуждения ω в окрестности половины собственной частоты трубы $\Omega = \pi c_0 / L$, где c_0 — скорость звука в невозмущенной среде в начальный момент времени $t = 0$, L — длина трубы (расстояние между закрытым концом и средним положением поршня). Изучается зависимость решения от отношения половины хода поршня l к длине трубы L в широком диапазоне изменения l/L . Не учитываются вязкие эффекты в газе, что допустимо для труб относительно большого диаметра [5].

Постановка задачи. Численное интегрирование уравнений динамики идеального газа ведется в двумерной области $0 \leq x \leq R$, $y_p(t) \leq y \leq L$ (рис. 1) при условии, что линия $x = 0$ является осью симметрии, нормальные составляющие вектора скорости на границах $y = L$ и $x = R$ равны нулю. Положение левой границы $y_p(t)$ определяется выражением