

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕЖБЛОЧНЫХ КОНТАКТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД

Л. А. Назаров, Л. А. Назарова

Институт горного дела СО РАН, 630091 Новосибирск

Предложена методика интерпретации данных испытаний образцов горных пород на сжатие. Она заключается в математическом моделировании процесса нагружения образца, содержащего наклонную линию скольжения L , на которой напряжения непрерывны, а смещения разрывны. На каждом шаге нагружения по известным из эксперимента зависимостям напряжение — деформация находятся значения скачка смещений на L . По полученным таким образом результатам определяются эмпирические соотношения, описывающие процесс деформирования на линии скольжения. По известным экспериментальным данным А. Н. Ставрогина оценены параметры зависимости пиковой прочности межблочного контакта на сдвиг от нормального напряжения.

Введение. На основе анализа процессов деформирования объектов различного масштабного уровня [1] сделан вывод о блочном строении геофизической среды. Это позволило, в частности, объяснить относительную долговечность крупных тектонических отделинностей, несмотря на частые природные коллизии. Механизм протекания последних ассоциировался с переупаковкой системы блоков без их разрушения.

Аналогичные механизмы имеют место и на более низких масштабных уровнях. Так, при испытании горных пород на двухосное сжатие [2] получены данные, позволившие установить, что образец сохраняет целостность вплоть до достижения предела прочности в стесненных условиях. После чего он разделялся на части, которые скользили друг по другу. Типичная экспериментальная диаграмма напряжение — деформация ($\sigma - \varepsilon$) со-

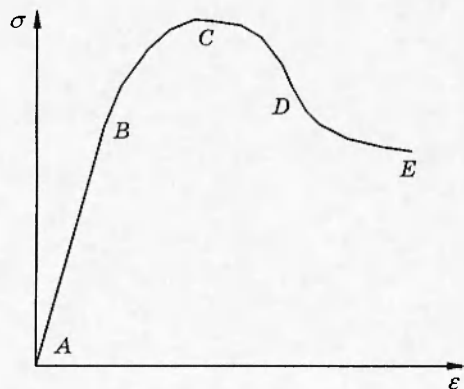


Рис. 1

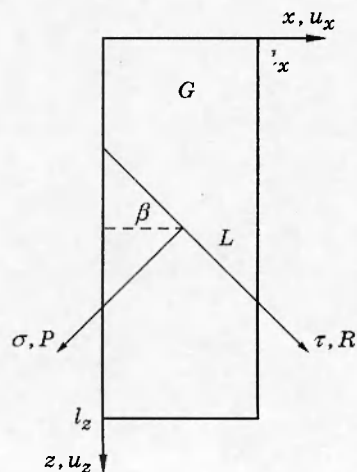


Рис. 2

стоит из четырех частей (рис. 1) [2, 3]: AB — упругий участок; BC — нелинейно-упругий; CD — ниспадающая ветвь; DE — участок запредельного деформирования. Сравнивая эту диаграмму с данными экспериментов по определению деформационных характеристик межблочных контактов в касательном направлении [4–6], можно сделать вывод об их полном качественном соответствии.

В [7] предложен иной, отличный от описанного в [2, 3], механизм деформирования образца — прорастание случайно зародившейся трещины. На первом этапе, соответствующем участку AB , образец цельный и деформируется упруго; затем (участок BC) «включается» линия скольжения L (рис. 2), ориентированная вдоль площадки действия максимального касательного напряжения, причем L находится в допредельном состоянии; на третьем этапе (участок CD) линия L переходит на ниспадающий участок (образец разделяется на части) и, наконец, на последнем этапе (участок DE) происходит проскальзывание этих частей (участок остаточной прочности на L).

Предпринятая в настоящей работе на основе подхода [7, 8] интерпретация данных испытаний образцов горных пород объясняется еще и несколько некорректными, на наш взгляд, попытками [9] приписывания законов деформирования межблочных нарушений (полученных экспериментально) континуальным объектам — элементам ненулевой меры (например, при конечно-элементном анализе), тогда как все характерные особенности поведения среды (объекта) в запредельном состоянии локализируются в узких областях — плоскостях скольжения.

1. Постановка и решение задачи. В эксперименте образец «жестко» нагружается в вертикальном направлении и «мягко» — в горизонтальном. Этот процесс можно смоделировать следующим образом. На верхней границе прямоугольной области G (размерами l_x, l_z по осям декартовой системы координат x, z) приложено переменное вертикальное смещение; нижняя граница неподвижна в вертикальном направлении; на боковых границах задано постоянное горизонтальное напряжение (рис. 2). Через центр области G под углом β к горизонтальной оси проходит линия скольжения L , на которой напряжения непрерывны, а смещения имеют сильный разрыв [7, 8]. Именно такими объектами при моделировании процесса деформирования структурированных сред, например массива горных пород, описываются межблочные контакты (нарушения сплошности) [6].

Вне линии L выполняются уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (1.1)$$

и закон Гука

$$\sigma_{ij} = 2\mu \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon \delta_{ij} + \varepsilon_{ij} \right), \quad (1.2)$$

где $\varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i})$; $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}$; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ — компоненты тензоров напряжений и деформаций; $i, j = x, z$; $\mu = 0,5E/(1+\nu)$; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; по повторяющемуся индексу производится суммирование.

Сформулируем также граничные условия:

$$\begin{aligned} u_z = w_0, \quad \sigma_{xz} = 0 & \text{ при } z = 0, \\ u_z = 0, \quad \sigma_{xz} = 0 & \text{ при } z = l_z, \\ \sigma_{xx} = \sigma_1, \quad \sigma_{xz} = 0 & \text{ при } x = 0, l_x, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где w_0 — переменное вертикальное смещение (параметр нагружения), σ_1 — величина бокового давления.

В результате экспериментов [2, 3] для различных значений σ_1 получена серия зависимостей

$$\sigma_2 = \sigma_2(\varepsilon_2), \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_2), \quad (1.4)$$

где σ_2 — приведенное напряжение на верхней грани образца; $\varepsilon_2 = w_0/l_z$; $\varepsilon_1 = u_0/l_x$; ε_1 — поперечная деформация; u_0 — горизонтальное смещение.

Итак, имеются две характеристики процесса нагружения (1.4), поставим задачу: найти уравнения, определяющие закон деформирования на линии L , в виде

$$\tau = \tau(R, P), \quad \sigma = \sigma(R, P)$$

(τ , σ — касательное и нормальное напряжения, R , P — проскальзывание и сближение берегов) так, чтобы результаты расчетов соответствовали экспериментальным данным на каждом шаге нагружения.

В [8] предложен вариационный принцип: в области, содержащей линию сильного разрыва смещений, реализуется такое напряженно-деформированное состояние, при котором потенциальная энергия системы W минимальна, причем

$$W = W_e + l_x U / \cos \beta, \quad (1.5)$$

где W_e — энергия деформирования упругой части области; $U = U(R, P)$ — плотность диссипации энергии на L .

Система (1.1)–(1.3) допускает решение в напряжениях $\sigma_{xx} = \sigma_1$, $\sigma_{zz} = \sigma_2$, $\sigma_{xz} = 0$, тогда для плоской деформации

$$W_e = 0,5A(au_e^2 + 2\nu_* u_e w_e + bw_e^2), \quad A = E \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \nu_* = \frac{\nu}{1 - \nu}, \quad (1.6)$$

где u_e и w_e — упругие составляющие смещений; $a = l_x/l_z$; $b = l_z/l_x$. Полные смещения состоят из упругих смещений и смещений по нарушению (рис. 2)

$$u_0 = u_e + R \cos \beta + P \sin \beta, \quad w_0 = w_e + R \sin \beta - P \cos \beta. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.6), (1.7) в (1.5) и варьируя по R , P , получим необходимое условие существования минимума W

$$r_1 - c_1 R - c_2 P = q \frac{\partial U}{\partial R}, \quad r_2 - c_2 R - c_3 P = q \frac{\partial U}{\partial P}, \quad (1.8)$$

где $r_1 = m_1 w_0 + m_2 u_0$, $r_2 = m_3 w_0 - m_4 u_0$, $m_1 = a \sin \beta + \nu_* \cos \beta$, $m_2 = b \cos \beta + \nu_* \sin \beta$, $m_3 = a \cos \beta - \nu_* \sin \beta$, $m_4 = b \sin \beta - \nu_* \cos \beta$, $c_1 = a \sin^2 \beta + \nu_* \sin 2\beta + b \cos^2 \beta$, $c_2 = 0,5(a - b) \sin 2\beta + \nu_* \cos 2\beta$, $c_3 = a \cos^2 \beta - \nu_* \sin 2\beta + b \sin^2 \beta$, $q = l_x / A \cos \beta$. Учитывая непрерывность поля напряжений при переходе через L [8] $\tau = \tau_n$, $\sigma = \sigma_n$, где $\tau_n = 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\beta$, $\sigma_n = \sigma_1 \sin^2 \beta + \sigma_2 \cos^2 \beta$, и тот факт, что $\tau = \partial U / \partial R$, $\sigma = \partial U / \partial P$, из (1.8) получим систему уравнений для определения R , P

$$c_1 R + c_2 P = r_1 - q \tau_n, \quad c_2 R + c_3 P = r_2 - q \sigma_n. \quad (1.9)$$

Определитель системы $c_1 c_3 - c_2^2 = 1 - \nu_*^2 > 0$, поэтому решение (1.9)

$$\begin{aligned} R &= \left(1 + a \frac{\nu_*}{1 - \nu_*^2} \sin 2\beta\right) w_0 \sin \beta + \left(1 + \frac{2\nu_*^2}{1 - \nu_*^2} \sin^2 \beta\right) u_0 \cos \beta - q_1 s_1, \\ P &= w_0 \cos \beta - u_0 \sin \beta - q_1 s_2, \quad s_1 = m_4 \sigma_1 \sin \beta - m_3 \sigma_2 \cos \beta, \\ s_2 &= m_2 \sigma_1 \sin \beta + m_1 \sigma_2 \cos \beta, \quad q_1 = \frac{l_x}{\cos \beta} \frac{1 - \nu^2}{E} \end{aligned} \quad (1.10)$$

всегда существует. Для того чтобы (1.10) описывало состояние устойчивого равновесия, необходимо выполнение достаточных условий существования минимума W

$$\frac{\partial \tau}{\partial R} > -\frac{c_1}{q}, \quad \left(c_1 + q \frac{\partial \tau}{\partial R}\right) \left(c_3 + q \frac{\partial \sigma}{\partial P}\right) > \left(c_2 + q \frac{\partial \tau}{\partial P}\right)^2,$$

Таблица 1

Образец	E , ГПа	ν	σ_* , МПа
Песчаник	30	0,17	500
Гранит	55	0,12	950

которые можно проверить после решения (1.9).

В результате таких расчетов для различных значений бокового давления σ_1 получена серия зависимостей

$$\sigma = \sigma(R(w_0), P(w_0)); \quad (1.11)$$

$$\tau = \tau(R(w_0), P(w_0)), \quad (1.12)$$

которые и подвергались дальнейшему анализу.

2. Анализ результатов. Расчеты проводились для образцов из гранита и песчаника, физические свойства которых приведены в табл. 1. Размеры образцов $l_x = 0,03$ м, $l_z = 0,08$ м. Во всех экспериментах значение угла наклона нарушения было практически неизменным — $\beta = 45^\circ$, именно оно и принято в расчетах. На рис. 3 для образца из гранита сплошными линиями 1–4 показаны расчетные зависимости (1.12) при $\sigma_1 = 10, 25, 50, 100$ МПа соответственно.

Общепринята следующая форма уравнений, описывающих закон деформирования межблочных контактов [5]:

$$\sigma = S(P, \tau = 0); \quad (2.1)$$

$$\tau = T(R, \sigma = \text{const}). \quad (2.2)$$

Функции S и T определяются из экспериментов по деформированию образцов горных пород, содержащих реальные нарушения сплошности. Основными характеристиками T являются: τ_* — пиковая (максимальная) прочность на сдвиг, R_* — предельное проскальзывание (рис. 3), $K_t = \partial T / \partial R$ — касательная жесткость.

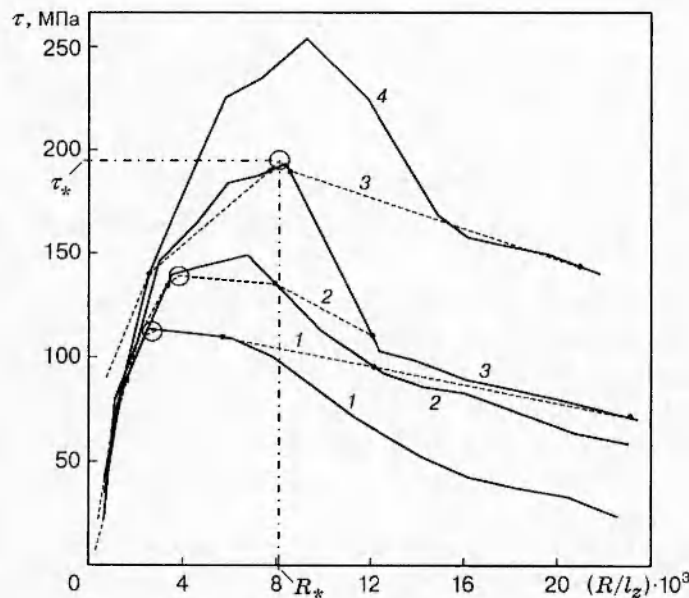


Рис. 3

Таблица 2

Песчаник			Гранит		
σ_1 , МПа	τ_* , МПа	σ , МПа	σ_1 , МПа	τ_* , МПа	σ , МПа
0	71,0	71,0	0,5	113,7	114,2
5	87,5	92,5	10	113,5	123,5
10	90,0	100,0	25	149,0	174,0
25	113,5	138,5	50	193,0	243,0
50	151,0	201,0	100	254,0	354,0
100	169,0	269,0	150	371,0	521,0

Зависимость, аналогичную (2.2), можно получить по расчетным данным. Фиксируется значение $\sigma = \sigma^m$, и по (1.11) находится $R^m = \sigma^{-1}(\sigma^m)$, а затем по (1.12) — $\tau^m = \tau(R^m, P(R^m))$. Результаты такой процедуры для $\sigma^m = 120, 160, 240$ МПа показаны на рис. 3 штриховыми линиями 1–3 соответственно. Недостаток экспериментальных данных (большой шаг по σ_1) не позволил более подробно определить вид функции T , тем не менее полученные зависимости касательного напряжения от проскальзывания имеют присущие им характерные особенности [4, 5]: возрастание τ_* , R_* , K_t (при малых значениях R) с увеличением σ и ниспадающую ветвь при $R \geq R_*$.

Вид функции S в (2.1) определить с помощью подобного анализа, к сожалению, невозможно, так как в процессе нагружения всегда выполняется условие $\tau > 0$.

Пиковая прочность τ_* является одним из основных параметров уравнений, описывающих эмпирический закон деформирования межблочных контактов, который используется для оценки устойчивости структурированного массива. Предложены различные формулы для оценки τ_* , проанализируем три из них:

- Кулона — Мора [6]

$$\tau_* = \sigma \operatorname{tg} \alpha_* + \tau_c \quad (2.3)$$

(α_* — аналог угла внутреннего трения, τ_c — сцепление);

- Бартона [5]

$$\tau_* = \sigma \operatorname{tg} \left(\alpha_* + f \ln \frac{\sigma_*}{\sigma} \right); \quad (2.4)$$

- Стефанссона [10]

$$\tau_* = \sigma \operatorname{tg} (\alpha_* (1 - \sigma/\sigma_*)^h), \quad (2.5)$$

где σ_* можно трактовать как аналог прочности пород в стесненных условиях. Значения σ_* приведены в табл. 1.

Считаем, что пределу прочности τ_* соответствуют точки на кривых рис. 3, где τ максимален. При том же значении R определялось и σ . Результаты такого анализа расчетных данных сведены в табл. 2, а их обработка по методу наименьших квадратов позволила определить константы в (2.3)–(2.5) (табл. 3). Формулы (2.3)–(2.5) хорошо описывают данные экспериментов и расчетов: относительная ошибка r не превышает 7%. Только (2.5) при малых значениях σ оказалась непригодна для описания экспериментальных данных, поскольку для песчаника $\tau_* > \sigma$.

Заметим, что значения сцепления в формуле (2.3) близки к диапазону $\tau_* = 10 \div 30$ МПа [6]. На рис. 3 кружки соответствуют точкам (R_*^m, τ_*^m) , ордината которых вычислена по (2.3) с учетом данных табл. 3, а абсцисса — интерполяцией по соотношению (1.12) и значению τ_*^m .

Таблица 3

Образец	α_* , град	τ_c , МПа	r , %	α_* , град	f	r , %	α_* , град	h	r , %
	Формула (2.3)			Формула (2.4)			Формула (2.5)		
Песчаник	26,8	40,3	4,7	27,3	9,3	3,2	47,8	0,518	2,0
Гранит	32,3	38,0	2,0	30,6	6,1	4,0	44,0	0,324	6,7

Полученные результаты свидетельствуют о возможности на стандартном оборудовании, предназначенном для испытания образцов, оценивать характеристики новообразующихся (в результате природных или техногенных коллизий) нарушений сплошности без проведения прямых экспериментов, что важно, поскольку натурные эксперименты чрезвычайно дороги [11], а извлечение образцов с нарушениями зачастую невозможно.

Экстраполяция результатов экспериментов на протяженные нарушения может быть выполнена на основе данных исследования масштабного эффекта [12].

Авторы благодарны академику Е. И. Шемякину за предложенную идею и обсуждение результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-05-15604).

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф. Деформирование среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987.
2. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Механика деформирования и разрушения горных пород. М.: Недра, 1992.
3. Stavrogin A. N., Tarasov V. G. Some results obtained with high-stiffness rock testing systems // News J. Intern. Soc. Rock Mech. 1995. V. 3, N 2. P. 7-19.
4. Barton N. R. Deformation phenomena in jointed rock // Geotechnique. 1986. V. 36, N 2. P. 147-167.
5. Barton N. R., Choubey V. The shear strength of rock joints in theory and practice // Rock Mech. 1977. V. 10. P. 1-54.
6. Введение в механику скальных пород / Под ред. Х. Бока. М.: Мир, 1983.
7. Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. Некоторые постановки краевых задач L -пластичности // ПМТФ. 1979. № 2. С. 128-137.
8. Ревуженко А. Ф. Вариационные постановки краевых задач разрушения // ПМТФ. 1980. № 4. С. 148-156.
9. Барях А. А., Гегин А. С. К оценке устойчивости междукламерных целиков // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1997. № 1. С. 30-38.
10. Jing L., Stephansson O., Nordlund E. Study of rock joints under cyclic loading conditions // Rock Mech. and Rock Eng. 1993. V. 26, N 3. P. 215-232.
11. Wittke W. Rock Mechanics. Berlin: Springer-Verlag, 1990.
12. Bandis S., Lumsden A. C., Barton N. A. Experimental studies of scale effects on the shear behavior of rock joints // Intern. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. 1981. V. 18, N 1. P. 1-21.