

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПОЛОГОЙ КОНИЧЕСКОЙ ОБЛИЦОВКИ

*Л. А. Мерзиевский, А. Д. Реснянский*

*(Новосибирск)*

В последнее время в явлении кумуляции при взрыве зарядов взрывчатого вещества (ВВ) с облицованными металлом выемками особое внимание привлек эффект, ранее выпадавший из поля зрения исследователей. В случае мелких конических или являющихся фрагментами сфер облицовок возможна реализация режима, получившего название «обратной» кумуляции [1], или формирование из оболочки относительно компактного тела [2, 3].

Гидродинамическая теория М. А. Лаврентьева дала четкое качественное объяснение явления в случае зарядов с глубокими выемками. Этот же подход позволяет установить простой критерий перехода из классической к «обратной» кумуляции [4], но не позволяет сформулировать условия, при которых происходит компактирование оболочки в недеформирующееся и неразрушающееся тело. Последнее обстоятельство связано с существенной ролью прочностных сил, определяющих как конечную форму образующегося тела, так и возможность фрагментации оболочки в процессе деформирования. Отсюда возникает потребность в решении задач деформирования пологих оболочек на основе более точных моделей деформируемого твердого тела, сложность которых требует использования методов численного моделирования. При этом следует подчеркнуть необходимость выбора моделей, наиболее верно передающих особенности поведения материалов в условиях интенсивного импульсного нагружения, и стремление к максимальной точности в постановке начальных и граничных условий задачи. Эти требования диктуются экспериментальными результатами. Так, в [2] в результате взрыва заряда с мелкой облицовкой образуется компактное тело, а в [4] в близких условиях оболочка выворачивается и разрушается на мелкие осколки.

Известен ряд работ, посвященных численному решению обсуждаемой задачи. При этом наиболее часто используется модель Праудтла—Рейса, впервые примененная для задач ударно-волнового деформирования Уилкинсом [5]. Соответствующая система уравнений выписана в лагранжевой форме, реализован численный метод, основанный на введении искусственной вязкости для расчета разрывных течений. Задачи «обратной» кумуляции решались либо прямо по программам Уилкинса [3], либо с применением других численных методов. Так, в [6] использован эйлерово-лагранжев метод, в [7] — метод частиц в ячейках. Результаты двух- и трехмерных расчетов методом конечных элементов в модели жесткопластического тела излагаются в [8—9]. В [10, 11] для описания поведения материала оболочки использовалась модель идеального термоупругопластического тела. Здесь воздействие ВВ на оболочку моделировалось заданием на ее поверхности импульса давления. В остальных случаях рассчитывался взрыв реального заряда в схеме стационарной детонации с заданным уравнением состояния продуктов детонации. Расчеты показывают большое влияние на конечный результат особенностей моделей материала, применяемых для описания поведения оболочки, а при фиксированной модели — возможных вариаций в постановке начальных и граничных условий. Отметим, что ни в одном из расчетов напрямую не учитывалось разрушение материала оболочки, происходящее при разгрузке со свободных поверхностей.

В данной работе для описания деформирования оболочки использована модель вязкоупругого тела максвелловского типа [12], хорошо зарекомендовавшая себя при решении ряда одномерных [13] и двумерных [14] ударно-волновых задач деформируемого твердого тела. Отличительной особенностью модели является единообразное математическое опи-

сание поведения вещества на всех стадиях деформирования. Система основных уравнений, выражающих законы сохранения импульса, энергии и задающих эволюцию компонент тензора деформаций, имеет вид [12]

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{de}{dt} - \frac{\sigma_{ij}}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= 0, \\ \frac{dG}{dt} + GW + W_0 G + \frac{1}{\tau} \left( G + \frac{3\rho}{2R} I \right) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $G = \|g_{ij}\|$  — метрический тензор эффективных упругих деформаций;  $W = \|\partial u_i / \partial x_j\|$ ;  $\dot{W}_0 = \|\partial u_j / \partial x_i\|$ ;  $\sigma_{ij} = -2\rho g_{ik} \partial e / \partial g_{kj}$ ;  $\frac{d}{dt} = \frac{d}{dt} + u_k \frac{\partial}{\partial x_k}$ ;  $R = \partial \rho / \partial g_{kk}$ ;  $\rho = \rho_0 \sqrt{\det G}$ ;  $I$  — единичный тензор;  $\sigma_{ij}$ ,  $u_i$  — компоненты тензора напряжений и вектора скорости;  $e$  — удельная упругая энергия;  $\tau$  — время релаксации касательных напряжений;  $t$ ,  $x_i$  — время и пространственные координаты;  $i, j = 1, 2, 3$ . В случае осевой симметрии, имеющей место в данной задаче, система (1) очевидным образом упрощается. Для замыкания (1) используются зависимости изменения упругой энергии вещества при нешаровом тензоре деформаций [15] и времени релаксации касательных напряжений от параметров, характеризующих состояние среды [16].

При выборе метода численного моделирования учитывалось, что оболочка подвергается большим деформациям. Использована методика подвижных сеток, сочетающая преимущества эйлерова и лагранжева подходов. Особенности построения сеток применительно к данному классу задач, требующих отслеживания больших перемещений границ областей и построения сеток в областях с нарушением сплошности, описаны в [17, 18]. Реализованная разностная схема обобщает метод распада разрывов на рассматриваемый случай, основные положения которого изложены в [19].

Наименее разработано в задачах динамического нагружения моделирование разрушения материала. Не вдаваясь в детальный анализ многочисленных теорий прочности, укажем, что наиболее эффективным в настоящее время представляется подход к вопросам разрушения на основе учета его кинетики, определяющейся эволюцией дефектной структуры материала. Критический обзор современных представлений о механизмах и критериях разрушения проведен в [20]. Используемый полумпирический вариант кинетического критерия заключается в том, что разрушение на границе между двумя расчетными ячейками возникает при условии

$$\int_0^t (\sigma - \sigma_0)^n dt \geq J_0, \quad \sigma \geq \sigma_0, \quad (2)$$

где  $\sigma_0$ ,  $n$ ,  $J_0$  — экспериментально определяемые параметры. В одномерном случае, для которого получено (2),  $\sigma$  — величина растягивающего напряжения. При обобщении (2) на двумерный случай в качестве  $\sigma$  применяется некоторая скалярная характеристика напряженного состояния — так называемое эквивалентное напряжение. В простейшем случае, выбранном в данном расчете, в качестве  $\sigma$  использован модуль вектора напряжения на площадке, являющейся гранью ячейки:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  — нормальная и касательная составляющие вектора напряжения). При этом (2) дополняется условием  $\sigma_1 \geq 0$ , означающим, что в разрушении участвуют только растягивающие нормальные напряжения.

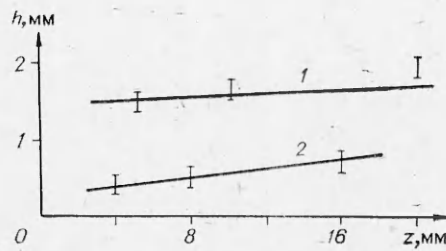


Рис. 1.

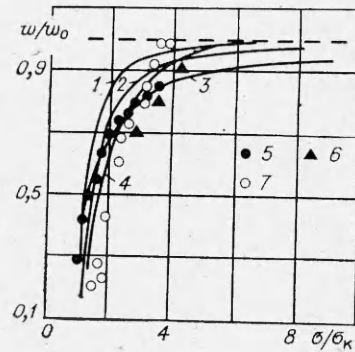


Рис. 2.

Значения постоянных в (2) для ряда материалов приведены в [21], однако возможность их использования в конкретных случаях требует дополнительной проверки. Это связано с эмпирическим характером критерия (2), в силу чего значения входящих в него постоянных могут существенно и заранее непредсказуемо различаться для разных марок одного и того же материала. Необходимые для расчетов постоянные в (2) для меди М1 и Ст.3 определялись на основе решения одномерной задачи об отколе, происходящем при выходе плоской ударной волны на плоскую свободную поверхность образца. Постановка и метод решения таких задач без учета откола детально изложены в [13] и здесь обсуждаться не будут.

Можно считать, что  $\sigma_0$  — предел текучести материала, т. е. накопление повреждений начинается с началом пластического течения. Для определения  $n$ ,  $J_0$  достаточно воспользоваться знанием двух экспериментальных значений параметров отколовшегося слоя, полученных в данной серии опытов. Их отыскание проводилось из условия наилучшего совпадения расчетных и экспериментальных результатов. С помощью просчета и сравнения с экспериментом вариантов, не использовавшихся для определения  $n$ ,  $J_0$ , проверялась применимость найденных значений постоянных.

В реальных процессах появление микротрещин, которое и устанавливается критерием (2), происходит в некоторой конечной зоне. Окончательное разрушение есть следствие прорастания и слияния отдельных микротрещин в магистральную трещину. Распространение конкурирующих микротрещин и выделение магистральной трещины не могут быть описаны в одномерном приближении, поэтому по (2) выделяется некоторая область, в которой осуществляется откол. Эти зоны на рис. 1 показаны отрезками. Здесь  $h$  — толщина отколовшегося слоя,  $z$  — толщина образца; линии 1 и 2 проведены по экспериментальным данным работы [23] (сталь) и [22] (медь) соответственно. В расчете для меди  $n = 0,65$ ,  $J_0 = 0,01$  (ГПа) $^n \cdot 10$  мкс,  $\sigma_0 = 0,7$  кбар; для стали  $n = 0,55$ ,  $J_0 = 0,3$  (ГПа) $^n \cdot 10$  мкс,  $\sigma_0 = 1,5$  кбар.

Дальнейшую эволюцию возникающих трещин можно проследить, используя известные результаты механики разрушения. Трещины будут расти при условии, сформулированном Гриффитсом, которое связывает минимальное критическое напряжение  $\sigma_k$ , необходимое для раскрытия трещины, с ее длиной  $l_0$ :

$$\sigma_k = \sqrt{2\alpha E/\pi l_0}$$

Здесь  $\alpha$  — удельная энергия, необходимая для образования единицы свободной поверхности;  $E$  — модуль Юнга. Вначале скорость движения трещины зависит от приложенного напряжения (или текущей длины  $l$ ). С ростом трещины ее скорость устремляется к своему предельному значению  $w_\infty$ , оцениваемому разными авторами от  $0,5 V_2$  до  $0,92 V_2$  ( $V_2$  — скорость поперечных волн;  $0,92 V_2$  — скорость распростране-

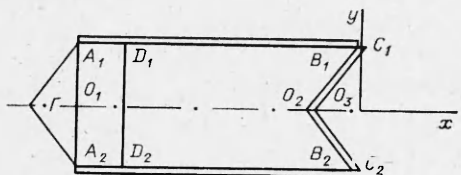


Рис. 3.

ния поверхностных рэлеевских волн). Наиболее распространена оценка  $w_0 = 0,38 V_1$  ( $V_1$  — продольная скорость звука).

Для описания нестационарного этапа движения трещины и ее выхода на асимптотический режим в зависимости от принимаемых гипотез получен ряд соотношений, в той или иной степени согласующихся с немногочисленными экспериментальными данными. Различные зависимости сравниваются на рис. 2, где кривая 1 — из [24], 2 — предложена в работе Акиты и Икеды, цитируемой в [25], 3 — из [26]; экспериментальные результаты: 5 — [26], 6 — данные Уэллса и Поста, приведенные в [26], 7 — [27]. В данной работе предлагается скорость движущейся трещины вычислять по соотношению

$$w = w_0 \left[ 1 - \exp\left(\frac{\sigma_k - \sigma}{\sigma_k}\right) \right] \quad (3)$$

(рис. 2, 4), с помощью которого достигается удовлетворительное описание экспериментальных данных. При этом подразумевается, что  $\sigma \geq \sigma_k$ ,  $\sigma_1 \geq 0$ . При  $\sigma_1 < 0$  полагается  $\sigma_1 = 0$ , т. е. пренебрегается влиянием нормальных сжимающих напряжений на особенности распространения трещин, хотя, вообще говоря, учет данного фактора необходим. Как показано в [24], выражение (3) может быть переписано в виде

$$w = w_0 [1 - \exp(1 - \sqrt{l/l_0})].$$

Предложенный подход к расчету разрушения материала апробирован в [14] и использован при решении рассматриваемой задачи.

Учитывая, что толщина оболочки больше зоны детонационного превращения ВВ, для моделирования взрыва воздействующего на оболочку заряда применялось приближение стационарной детонации. За движущимся с постоянной скоростью детонационным фронтом мгновенно образуются продукты детонации — газ с параметрами Чепмена — Жуге. В дальнейшем соответствующие величины изменяются по законам газовой динамики с реальным уравнением состояния [28].

Ниже приводятся результаты решения по описанной методике следующей задачи (рис. 3): в начальный момент вблизи торца цилиндрического заряда ТГ 36/64 в сечении  $D_1 D_2$  возбуждается плоская детонационная волна. Считается, что к этому моменту часть ВВ (область  $A_1 D_1 D_2 A_2 + \Gamma$ ) прореагировала, и начальное распределение газодинамических величин в этой области задается из известного аналитического автомодельного решения. В дальнейшем на  $A_1 A_2$  ставится условие свободного сверхзвукового истечения. Оно же ставится на части переднего торца заряда, не контактирующей с оболочкой, после прихода туда фронта детонации. На контактной границе между оболочкой и продуктами детонации  $B_1 O_2 B_2$  выполняются условия равенства давлений и нормальных составляющих вектора скорости. Заряд ВВ считается помещенным в цилиндрическую оболочку, поэтому в расчете на боковой поверхности принимается условие, эквивалентное присоединенной массе, равной соответствующей погонной массе оболочки. Ее движение на каждом шаге находится из решения задачи Лагранжа о метании поршня расширяющимся газом. Внутренняя поверхность конической оболочки  $C_1 O_3 C_2$  является свободной поверхностью, поэтому на ней приравниваются нулю соответствующие компоненты тензора напряжений. Для постановки граничных условий на боковой поверхности  $B_1 B_2 C_1 C_2$  решается задача Праудтля — Майера об истечении продуктов детонации из ячейки, прилегающей к границе  $B_1 B_2$ . Если угол между  $B_1 C_1$  и вектором скорости истекающего газа больше предельного или цилиндрическая облицовка

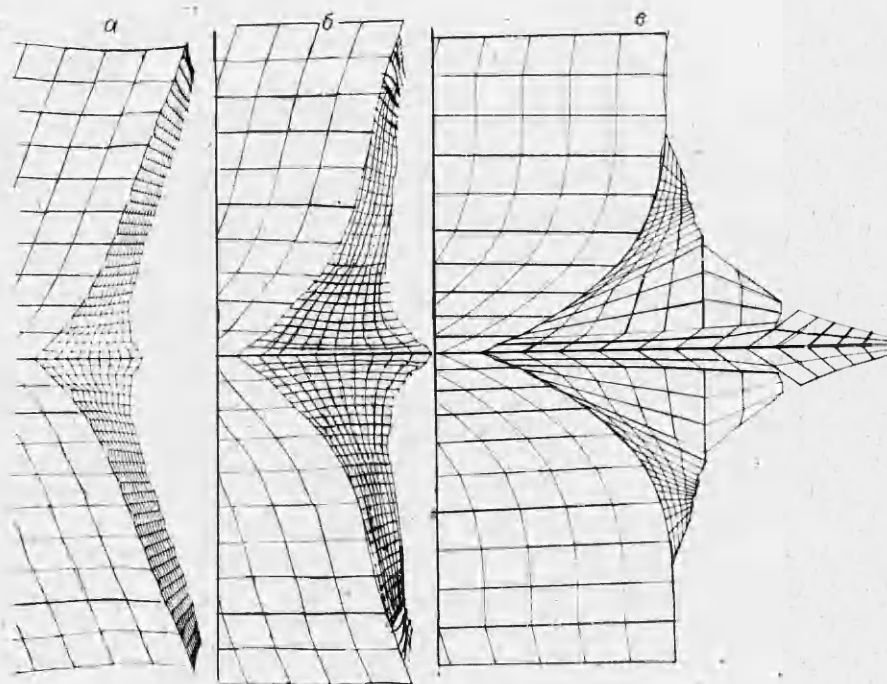


Рис. 4.

еще прилегает к конической, то на  $B, B', C, C'$ , ставится условие свободной поверхности, в противном случае задаются параметры из решения Прандтля — Магера.

Задача решалась при следующих значениях определяющих величин: длина заряда 100 мм, скорость детонации ВВ 8 км/с, плотность Чепмена — Жуге продуктов 2,42 г/см<sup>3</sup>, соответствующая энергия 8,5 ГПа · см<sup>3</sup>/г, скорость звука в плоскости Чепмена — Жуге 5,65 км/с. Массовая скорость подчиняется условию стационарности детонации. Параметры оболочки: угол раствора медного конуса 120°, толщина 1,73, диаметр 42 мм. Заряд окружен стальным цилиндром толщиной 1 мм.

Последовательные стадии процесса обжатия облицовки показаны на рис. 4. Крупная сетка соответствует продуктам детонации, мелкая — оболочке; времена от начала процесса 13,3, 15,3 и 20,3 мкс соответственно. Вершины конуса детонационная волна достигла к 11-й микросекунде. К моменту, показанному на рис. 4, а, в оболочке сформировалось поле скоростей со значительной направленной к оси радиальной составляющей, что приводит к интенсивному натеканию материала на ось. В прилегающей к оси области произошла полная релаксация касательных напряжений, и их уровень соответствует пределу текучести материала. Неоднородное по толщине оболочки напряженное состояние наблюдается вблизи ее края. Боковая разгрузка реализуется так, что в зоне, контактирующей с ВВ, возникают сильные радиальные растягивающие напряжения, в то время как на противоположном участке напряжения сжимающие. Это даже вызывает некоторый прогиб краев оболочки внутрь. В соответствии с таким характером напряженного состояния на поверхности, контактирующей с ВВ, возникают и распространяются трещины, приводящие в конечном счете к отрыву краев оболочки (см. рис. 4, б). Их распространение тормозится на границе зоны сжимающих напряжений, и полное разрушение происходит только после того, как напряжения здесь сменяют знак.

Аналогичный характер разрушения труб при подрыве в них зарядов ВВ наблюдался в [29]. Вместе с тем поле напряжения в зоне интенсивной боковой разгрузки весьма неоднородно и нестационарно, и,

как видно из рис. 4, б, возможна и обратная ситуация, когда трещина возникает на внутренней поверхности оболочки. Последовательное отслоение ее краев продолжается до  $t \sim 18$  мкс. Оторвавшиеся фрагменты из дальнейшего расчета исключаются.

Деформация центральной части в продольном направлении (обратная струя и пест) без возникновения разрушений длится до  $t \sim 20$  мкс (рис. 4, в). В процессе деформирования уменьшается градиент скорости между головной и хвостовой частями. На рис. 4, б средняя скорость деформации в продольном направлении  $\sim 2 \cdot 10^5$  1/с, рис. 4, в  $\sim 1,3 \cdot 10^5$  1/с. Далее в головной части деформирующегося тела возникают трещины, вначале на наружной поверхности, затем внутри, в приосевой области. Здесь следует отметить, что значительный размер возникающей на момент 20 мкс наружной трещины скорее всего связан с грубостью использованной в расчете разностной сетки, грань ячейки которой определяет величину первоначальной трещины. Дальнейший расчет показывает, что развитие этой трещины затормаживается, и вначале разрыв происходит при прорастании трещины, образовавшейся ближе к головной части тела. Интенсивная фрагментация головной части наблюдается к  $t = 25,5$  мкс, а полное разделение тела на безградиентные осколки — к  $t = 27$  мкс. Через 20—20,5 мкс от начала процесса давление в продуктах детонации падает до величин, меньших предела текучести меди. После этого продукты детонации из рассмотрения исключаются и рассчитывается только инерционное деформирование оболочки.

При сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными следует учитывать ряд особенностей, связанных в основном с тем, что в расчете получаются локальные характеристики нестационарного процесса, а в ходе измерений производят усреднение параметров по пространству и времени, в том числе и в областях существенно немоного нестационарного изменения. Чаще всего для получения локальных характеристик необходимо привлечение модели поведения материала. Попытка извлечения более детальной информации из экспериментальных результатов делается в [30] на основе гидродинамической модели явления. Эксперименты проводились в постановке, близкой к изложенному расчету. Основные отличия заключаются в другом составе ВВ (в эксперименте использовано ТГ 50/50) и толщине оболочки (2 мм).

По установленному в [1] критерию, переход от обычной к обратной кумуляции происходит, когда угол между осью конуса и сходящейся облицовкой  $\beta = \pi/2$ . Рис. 4 убеждает, что понятие угла схлопывания облицовки достаточно условно. Строго говоря, его следует отождествлять с углом подхода к оси нейтральной линии тока, проходящей через точку раздвоения потока. Выделение такой линии в реальном существенно нестационарном процессе практически невозможно. В [30] приближенно полагается, что она совпадает со средней линией в оболочке. Основываясь на таком определении  $\beta$ , нетрудно убедиться, что как в эксперименте [30], так и в расчете процесс формирования ускоряемого тела происходит при непрерывном изменении  $\beta$ , причем достаточно долго  $\beta < \pi/2$ . Это означает, что вначале процесс развивается в режиме обычной кумуляции, и только через некоторое время переходит в «обратную». В расчете  $\beta$  изменяется быстрее, что объясняется меньшей толщиной и, следовательно, меньшей погонной массой оболочки,  $\beta$  переходит через  $\pi/2$  между 6-й и 7-й микросекундой от выхода детонационной волны на вершину конуса.

Другой измеряемый в экспериментах параметр — скорость. В лабораторных условиях редко удается провести измерения на поздних стадиях процесса, когда тело перестает деформироваться, тем более, что обычно оно разрушается гораздо раньше. В этой связи измеряют скорости головной и хвостовой части. Динамика во времени набора скоростей крайними в осевом направлении точками, наблюдавшаяся в расчете, показана на рис. 5 (кривая 1 — головная; 5 — хвостовая части тела).

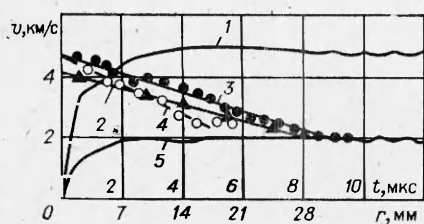


Рис. 5.



Рис. 6.

Примерно к  $t \sim 3$  мкс скорости приобретают сохраняющиеся до фрагментации значения, которые измеряются в экспериментах. В расчете это 4,7 и 2 км/с, в эксперименте [30] 4,2 и 1,5 км/с соответственно. Если учесть разницу в погонных массах оболочек и считать, что их соответствующие элементы получили в расчете и в опытах одинаковый импульс, то приведенные результаты хорошо согласуются. Действительно, отношение скоростей головных участков 1,12, хвостовых 1,33, отношение погонных масс 1,17. Результаты, практически совпадающие по этим скоростям с расчетом, получены в специально проведенном эксперименте, в котором использовались ТГ 36/64 и оболочка той же толщины, что и в расчете.

Сравнение контуров сформировавшихся к моменту  $t = 23$  мкс от начала детонации и, продолжающих деформироваться тел приведено на рис. 6, где 1 — расчет; 2 — данный эксперимент. Их соответствие можно признать вполне удовлетворительным. Наблюдающееся в расчете сглаживание контуров в переходных — от боковой к головной и особенно к хвостовой частям тела — есть в первую очередь следствие грубости использованной разностной сетки.

Остановимся на измерении скоростей отдельных участков тела. В [30] для этого использовалась методика, неоднократно применявшаяся при изучении классической кумуляции, когда на внутренней поверхности оболочки наносятся кольцевые проточки. Это вызывает поверхностные возмущения в струе, которые используются в качестве меток. Успех методики в данном случае обуславливается малой толщиной кумулятивной струи, вследствие чего можно пренебречь градиентом скорости по ее радиусу. В случае «обратной» кумуляции часть деформирующегося тела, на которую приходится вызванные проточками возмущения, уже нельзя считать тонкой и пренебрегать различиями в скоростях в приосевой и периферийной зонах. Это следует из анализа зависимостей 2—4 на рис. 5, где 2 — распределение скоростей вдоль струи, полученное в [30]; 3 — распределение скоростей в осевых точках тела в зависимости от расстояния  $r$ , отсчитываемого от головной части; 4 — распределение осевых составляющих скоростей на боковой поверхности тела (оба для  $t = 21,75$  мкс). Как в расчете, так и в эксперименте распределения практически линейны по  $r$ . Сравнение линий 3 и 4 показывает, что разность скоростей на оси тела и его поверхности может достигать  $\sim 1$  км/с. Таким образом, при проведении экспериментальных исследований следует учитывать, что метод проточек в случае обратной кумуляции может дать информацию только о распределении скоростей на внешней поверхности тела. Именно так и следует рассматривать полученную в [30] зависимость 2, пересчитанную на рис. 5 в близкий к 3 и 4 масштаб с учетом равномерности растяжения тела вдоль оси.

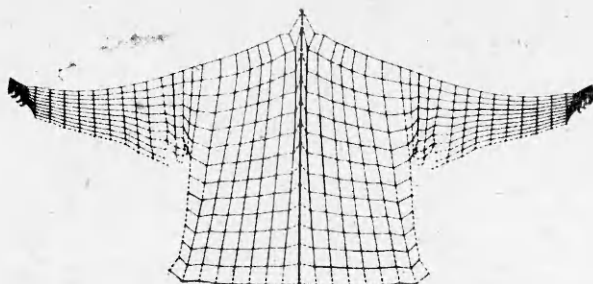


Рис. 7.

В использованной при расчетах зависимости для времени релаксации [16] существенным определяющим параметром является температура. Неучет ее влияния на время релаксации эквивалентен неучету соответствующего изменения прочностных характеристик материала. Расчет обсуждаемой задачи с независимыми от температуры параметрами  $\tau$  даст принципиально иной результат. Развитое кумулятивное течение, наблюдающееся на рис. 4, сменяется формированием компактного тела, внешний расчетный вид которого показан на рис. 7 (время то же, что и на рис. 4, в, параметры в зависимости для  $\tau$  равны их значениям при начальной комнатной температуре). Данный пример убедительно свидетельствует о существенном влиянии прочностных характеристик материала на процесс деформирования мелкой кумулятивной облицовки.

Таким образом, приведенные результаты показывают применимость предложенной модели деформирования и разрушения твердых тел и численных методик для решения задач о взрывном нагружении кумулятивных облицовок. Вместе с результатами работ [13, 14] это позволяет рекомендовать развиваемый подход для моделирования с его помощью широкого класса задач интенсивного ударно-волнового деформирования металлов. Показана также необходимость привлечения для рассмотрения данного класса задач моделей, наиболее адекватно описывающих поведение материалов в реализующихся условиях. Расчет указывает на ограниченность метода проточек для измерения распределения скоростей в случае «обратной» кумуляции.

Авторы благодарят Н. Н. Горшкова, экспериментальные данные которого использованы для сравнения с результатами расчета.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Титов. Докл. АН СССР, 1979, 247, 5, 1082.
2. М. А. Cook, R. T. Keys. J. Appl. Phys., 1958, 29, 12, 1651.
3. J. W. Hermann, G. Randers — Pehrson. 3-th Intern. Symp. über Ballistic, Karlsruhe, 1977, F 2.
4. Г. М. Ляхов. ПМТФ, 1962, 3, 44.
5. М. Л. Уилкинс.— В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967.
6. В. Arvidson, T. Bakowsky, R. E. Brown. 8-th Intern. Conf. on High Energy Rate Fabrication, San-Antonio, USA, June 1984.
7. А. М. Гладышев, Г. А. Сапожников, В. М. Фомин.— В кн.: Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Новосибирск, 1984.
8. G. R. Johnson. 3-th Intern. Symp. über Ballistic, Karlsruhe, 1977, G4.
9. G. R. Johnson. J. Appl. Mech., 1981, 48, 3, 30.
10. В. И. Кандауров, В. И. Кукуджанов.— В кн.: Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Ч. 1, Новосибирск, 1978.
11. К. И. Заппаров, В. И. Кукуджанов. Там же, 1984.
12. С. К. Годунов. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978.
13. Л. А. Мержиевский, А. Д. Реснянский. ФГВ, 1984, 20, 5, 114.
14. Л. А. Мержиевский, А. Д. Реснянский.— В кн.: Механика быстропотекающих процессов. Новосибирск, 1984.
15. С. К. Годунов, И. С. Козин, Е. И. Роменский. ПМТФ, 1974, 2, 123.
16. Л. А. Мержиевский, С. А. Шамонин. ПМТФ, 5, 170.
17. А. Д. Реснянский.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 65, Новосибирск, 1984.
18. Л. А. Мержиевский, А. Д. Реснянский.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 66, Новосибирск, 1984.
19. Л. А. Мержиевский.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 45, Новосибирск, 1980.
20. Ю. И. Фадеев.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 32, Новосибирск, 1977.
21. В. Steverding, A. H. Werkheiser. J. Mech. Eng. Sci., 1971, 13, 3, 200.
22. О. А. Клецевников, В. И. Сафронов, Г. Г. Иванова и др. ЖТФ, 1977, 47, 8.
23. А. П. Рыбаков. ПМТФ, 1977, 1, 151.



24. О. Л. Андерсон.— В кн.: Атомный механизм разрушения. М.: Metallurgizdat, 1963.
25. В. М. Финкель. Металлофизика. Киев: Наук. думка, 1971.
26. В. М. Кузнецов, П. А. Мартынюк, А. И. Поголицин. ПМТФ, 1969, 4, 155.
27. Е. А. Кузьмин, В. П. Пух.— В кн.: Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.—Л.: ОГИЗ, 1959.
28. J. W. Kury, P. C. Hornig, E. L. Lee e. a. 4-th Symp. (Intern.) on Detonation, Washington, Office of Naval Research, DC, ACR-126, 1965.
29. G. L. Taylor.— Sci. Papers of G. L. Taylor. Cambridge University Press, 1963, 3, 44, 387.
30. И. П. Горшков. ФГВ, 1983, 2, 130.

Поступила в редакцию 17/IV 1986

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ КОНИЧЕСКОЙ ОБЛИЦОВКИ

Л. В. Ефремова, А. И. Корнеев, В. Г. Трушков  
(Томск)

Анализ различных режимов гидродинамической кумуляции выполнен в работе [1], где для процесса обжатия «мелких» конических облицовок введен термин обратная кумуляция. Для изучения формирования струи при обратной кумуляции в [2] применен приближенный метод, основанный на гидродинамической теории, позволяющий описать форму кумулятивной струи и вычислить скорость головы и песта. Численное моделирование процесса деформирования облицовки в рамках упруго-пластической модели среды под действием бегущего вдоль образующей конической облицовки импульса нагрузки выполнено в [3]. В настоящей работе численно исследуется процесс деформации конической металлической облицовки при обжатии ее продуктами детонации. Для интегрирования двух систем уравнений, описывающих детонацию заряда ВВ и динамику деформирования упругопластической облицовки, используется двухшаговая разностная схема Мак-Кормака.

1. Основная система уравнений, записанная в виде интегральных законов сохранения массы, количества движения и энергии, для случая осевой симметрии имеет вид.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} U d\tau + \int_s (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) ds + \int_{\tau} \mathbf{H} d\tau = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho u_z \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho u_r \mathbf{u} - \sigma_r \\ \rho u_z \mathbf{u} - \sigma_z \\ E \mathbf{u} - (\sigma_r u_r + \sigma_z u_z) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{\Phi\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $\rho$  — плотность;  $\mathbf{u}$  — вектор массовой скорости;  $u_r, u_z$  — компоненты массовой скорости в направлении осей  $r$  и  $z$ ;  $E = \rho [\varepsilon + (u_r^2 + u_z^2)/2]$  — полная энергия;  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия;  $\sigma_r, \sigma_z$  — векторы напряжений на площадках, перпендикулярных осям  $r$  и  $z$ , причем  $\sigma_{rr} = -p + S_r, \sigma_{zz} = -p + S_z, \sigma_{rz} = S_{rz}, \sigma_{\Phi\Phi} = -p - (S_r + S_z)$ ;  $S_r, S_z, S_{rz}$  — компоненты девиатора тензора напряжений;  $p$  — давление;  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль поверхности  $s$  некоторого объема  $\tau$ .