

УДК 533.526:536.24

**Математическое моделирование
влияния вращения на характеристики
сопряженного тепломассообмена
при высокоэнтальпийном обтекании
затупленного по сфере конуса
под углом атаки***

К.Н. Ефимов, В.А. Овчинников, А.С. Якимов

Томский государственный университет

E-mail: yakimovas@mail.ru

Рассмотрены некоторые способы управления тепловыми режимами при пространственном обтекании тела сверхзвуковым потоком, обусловленные одновременным воздействием вращения тела вокруг продольной оси, массового уноса с поверхности и перетеканием тепла в материале оболочки. Решение задачи в сопряженной постановке позволило учесть влияние неизотермичности стенки оболочки на характеристики тепломассообмена в пограничном слое. Выполнен анализ влияния вращения тела и вдува газа-охладителя на характеристики тепломассообмена в теплозащитном материале.

Ключевые слова: сопряженный тепломассообмен, вращение, массовый унос, теплозащитный материал.

Введение

Вращение тела и вдув газа-охладителя ведут к изменению условий обтекания и теплового воздействия набегающего потока на теплозащитный материал, из которого выполнено это тело [1, 2]. Предыдущие исследования [1–7] обтекания вращающихся осесимметричных тел потоком газа проводились под нулевым углом атаки при изотермичности стенки оболочки. В отличие от осесимметричного прогрева [8, 9] при обтекании тела под углом атаки [10] разница в тепловых потоках на подветренной и наветренной сторонах может быть весьма значительной, что приводит к неравномерному прогреву. В целях снижения влияния этого эффекта гиперзвуковым летательным аппаратам придают вращательное движение вокруг продольной оси.

Возрастание требований к стабильности аэродинамических характеристик требует разработки новых видов тепловой защиты [8–12], основанных на вдуве газа-охладителя в зонах максимальных тепловых потоков, организации перетекания тепла, вращения и т.д. Для тел пространственной формы или осесимметричных под углом атаки с наличием

* Работа выполнена в рамках научного проекта (№ 8.2.27.2017) при поддержке Программы «Научный фонд Томского государственного университета им. Д.И. Менделеева» в 2017 г.

элементов управления необходимо проводить исследования пространственных параболитованных течений в широком диапазоне чисел Маха, Рейнольдса и углов ориентации для реальной модели атмосферы. Проектирование и отработка новых способов управления тепловыми режимами при сверхзвуковом обтекании тел требует проведения теоретико-экспериментальных исследований в газовой и конденсированной (для композиционных материалов) фазах с учетом взаимосвязанности процессов аэродинамики и тепломассообмена. Такой характер протекания процессов приводит к необходимости решения задачи аэродинамики в сопряженной постановке [12], так как это позволяет существенно повысить точность определения аэродинамических и тепловых характеристик по сравнению с отдельными оценками аэродинамики, термохимического разрушения, параметров движения тела.

В настоящей работе в отличие от исследований [8–10, 12] процессы тепломассообмена и разрушения тела при высокоэнтальпийном обтекании рассматриваются при его движении в атмосфере под углом атаки с учетом вращения и вдува газа-охлаждителя по обводу оболочки.

1. Постановка задачи

В работах [13, 14] были проведены оценки времен релаксации в газовой и конденсированной фазах. На основании этих оценок из решения квазистационарных уравнений пространственного пограничного слоя находятся характеристики сопряженного тепломассообмена при различных режимах течения. Тепловое состояние сферически затупленного тела определяется из решения нестационарного уравнения сохранения энергии для затупленной пористой сферической оболочки в рамках однотемпературной модели и квазистационарного уравнения для скорости фильтрации охлаждающего газа в порах.

Для модели химически равновесного воздуха в рамках гипотезы «пассивности» и равенства чисел Льюиса для всех компонентов, равных единице, система уравнений пространственного пограничного слоя в естественной системе координат, связанной с внешней поверхностью обтекаемой оболочки, имеет вид [15, 16] (см. рис. 1):

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho u r_w) + \frac{\partial}{\partial n}(\rho v r_w) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho w) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{w}{r_w} \cdot \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{w^2}{r_w} \cdot \frac{\partial r_w}{\partial s} \right) = -\frac{\partial P_e}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\mu_\Sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right), \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial s} + v \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w}{r_w} \cdot \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{uw}{r_w} \cdot \frac{\partial r_w}{\partial s} \right) = -\frac{1}{r_w} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\mu_\Sigma \frac{\partial w}{\partial n} \right), \quad (3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial H}{\partial s} + v \frac{\partial H}{\partial n} + \frac{w}{r_w} \cdot \frac{\partial H}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial n} \left\{ \frac{\mu_\Sigma}{Pr_\Sigma} \left[\frac{\partial H}{\partial n} + (Pr_\Sigma - 1) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{u^2 + w^2}{2} \right) \right] \right\}, \quad (4)$$

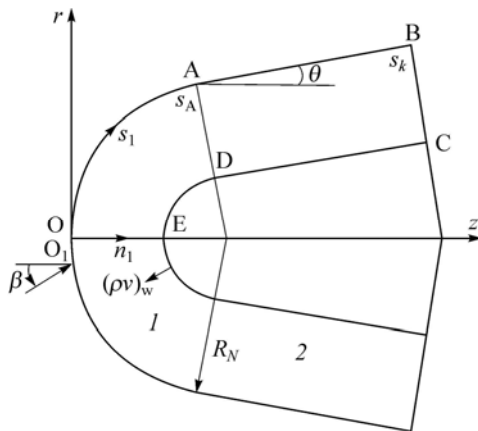


Рис. 1. Схема обтекания тела.
1 — пористое сферическое затупление, 2 — коническая часть тела из углепластика или графита В-1.

$$P = \rho h(\gamma_{\text{ef}} - 1)/\gamma_{\text{ef}}, \quad P = P_e(s, \eta), \quad H = h + (u^2 + w^2)/2, \quad (5)$$

$$\mu_{\Sigma} = \mu + \Gamma \mu_T, \quad \text{Pr}_{\Sigma} = \frac{(\mu + \Gamma \mu_T) \text{Pr} \text{Pr}_T}{\mu \text{Pr}_T + \Gamma \mu_T \text{Pr}},$$

где u, v, w — компоненты вектора среднemasсовой скорости в естественной системе координат (s, n, η) , ρ — плотность, h — энтальпия, Γ — коэффициент перемежаемости, P — давление, r_w — коэффициент Ламэ, H — полная энтальпия, μ — коэффициент динамической вязкости, γ_{ef} — эффективный показатель адиабаты, Pr — число Прандтля. Здесь и далее индексы $e, e0$ и w соответствуют величинам на внешней границе пограничного слоя, на внешней границе в точке торможения и на поверхности обтекаемого тела соответственно, нижние индексы 1, 2 — характеристикам сферы и конуса в конденсированной фазе, g — газовой фазе на сферической и конической частях тела, ∞ — величинам набегающего газового потока на бесконечности; $T, 0$ — характеристикам турбулентного переноса и начальным условиям, k — периферийному участку оболочки.

Физика процесса в конденсированной фазе на конической части тела представлена в работах [11, 13, 17]. Под воздействием высокотемпературного потока температура T_2 увеличивается до температуры разложения смолы, затем начинается пиролиз с образованием углеродистого остатка (кокса), который удерживается внутри матрицы армирующих волокон. При $T_{2w} > 1000$ К углеродистая поверхность разрушается в результате взаимодействия с компонентами диссоциированного воздуха. Газы пиролиза могут фильтроваться к границе раздела сред ($n_1 = 0$), вдуваться в пограничный слой и вместе с продуктами окисления и сублимации углепластика или графита снижать поступающий к телу конвективный тепловой поток.

Для пористой сферической оболочки ($0 < s_1 < s_A$) при одномерности процесса фильтрации вдуваемого газа в направлении нормали к поверхности в рассматриваемой системе координат, связанной с осью симметрии тела, имеем [12]

$$\frac{\partial(\rho^{(1)} \varphi v^{(1)} r_1 H_1)}{\partial n_1} = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (\rho c_p)_1 (1 - \varphi) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{r_1 H_1} \left\{ \frac{\partial}{\partial n_1} \left[r_1 H_1 \lambda_1 (1 - \varphi) \frac{\partial T_1}{\partial n_1} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial s_1} \left[\frac{r_1 \lambda_1}{H_1} (1 - \varphi) \frac{\partial T_1}{\partial s_1} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left[\frac{H_1 \lambda_1}{r_1} (1 - \varphi) \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1} \right] \right\} + c_{pg}^{(1)} (\rho v)_w^{(1)} \frac{r_{1w}}{r_1 H_1} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n_1}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$A \mu_1 v^{(1)} + B \rho^{(1)} \varphi v^{(1)} \Big|_{v^{(1)}} = - \frac{\partial P}{\partial n_1}, \quad (8)$$

$$P = \frac{\rho^{(1)} R T_1}{M}, \quad H_1 = \frac{R_N - n_1}{R_N}, \quad \bar{s} = \frac{s_1}{R_N}, \quad (9)$$

$$r_1 = (R_N - n_1) \sin(\bar{s}), \quad \mu_1 \sim \sqrt{T_1}, \quad \lambda_1 \sim \sqrt{T_1}, \quad \varphi = \text{const.}$$

Для конической части тела ($s_A < s_1 < s_k$) уравнения сохранения энергии и массы в подвижной системе координат записываются по математическим моделям [11, 17]:

$$\begin{aligned} \rho_c c_p \left(\frac{\partial T_2}{\partial t} - \psi \frac{\partial T_2}{\partial n_1} \right) + c_{pg}^{(2)} G \frac{\partial T_2}{\partial n_1} = \frac{\partial}{\partial n_1} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_1} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial s_1} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial s_1} \right) + \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta_1} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \eta_1} \right) - Q_c \frac{d\rho_c}{dt}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{d\rho_c}{dt} = \left(\frac{\partial \rho_c}{\partial t} - \psi \frac{\partial \rho_c}{\partial n_1} \right) = \begin{cases} -k_c \rho_{c0} \left(\frac{\rho_c - \rho_{c*}}{\rho_{c0}} \right) \exp \left(-\frac{E_c}{RT_2} \right), & \rho_c > \rho_{c*}, \\ 0, & \rho_c \leq \rho_{c*}, \end{cases} \quad (11)$$

где $G = \int_0^l \frac{d\rho_c}{dt} dn_1$, $r_2 = (R_N - n_1) \cos \theta + (s_1 - s_A) \sin \theta$,

$$l = L_0 - x(t), \quad x(t) = \int_0^t \psi d\tau, \quad (\rho v)_{1w} = G_w;$$

$$(\rho v)_w^{(2)} = (\rho v)_{1w} + (\rho v)_{2w} + (\rho v)_{3w}, \quad \psi = \sum_{i=2}^3 \frac{(\rho v)_{iw}}{\rho_{cw}}. \quad (12)$$

Здесь T — температура, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, $(\rho v)_w^{(1)}$ — расход газа-охладителя с поверхности сферического затупления, λ — коэффициент теплопроводности, G — массовый расход газообразных продуктов разложения углепластика, $\rho_c \psi$ — массовая скорость перемещения поверхности разрушения, $Q_c d\rho_c / dt$ — тепло, поглощенное в результате реакции пиролиза углепластика, R_N — радиус сферического затупления; $r_i, i = 1, 2$ и H_1 — коэффициенты Ламэ, φ — пористость сферического затупления, L_0 — толщина оболочки, θ — угол конусности, β — угол атаки, n_1 — нормаль к поверхности, направленная в глубь оболочки, ψ — линейная скорость перемещения поверхности разрушения, $x(t)$ — граница раздела газообразной и конденсированной фазы (глубина выгорания), k_c , E_c и Q_c — предэкспонент, энергия активации и тепловой эффект реакции пиролиза, второе и третье слагаемое в левой части уравнения (10) связаны с конвективным переносом тепла за счет перемещения поверхности разрушения и массовым расходом газообразных продуктов разложения углепластика, t — время, ef — эффективная величина, c — углепластик, $*$ — характерная величина, a — характерное время релаксации газовой среды, Σ — суммарная величина, l — величина подвижной внутренней границы конической части тела из (12).

Кроме того, дополнительно принимается следующее допущение: характерная линейная скорость вращения тела много меньше скорости набегающего потока:

$$\Omega = \omega R_N / V_\infty \ll 1, \quad (13)$$

где ω — угловая скорость вращения, V_∞ — скорость набегающего потока на бесконечности.

Начальные условия:

$$T_1|_{t=0} = T_2|_{t=0} = T_0, \quad \rho_c|_{t=0} = \rho_{c0}. \quad (14)$$

Граничные условия в газовой фазе записываются следующим образом — на внешней границе пограничного слоя при $n \rightarrow \infty$

$$u \rightarrow u_e(s, \eta), \quad w \rightarrow w_e(s, \eta), \quad h \rightarrow h_e(s, \eta), \quad (15)$$

где P_e, u_e, w_e, h_e определяются из решения системы уравнений Эйлера [18]; на поверхности обтекаемого тела при $n = 0$

$$u(s, \eta) = 0, \quad w = w_w, \quad v = v_w. \quad (16)$$

В случае вращения тела $w_w = \omega r_w$. Для случая без вращения — $w_w = 0$.

На обтекаемой внешней поверхности оболочки ($n = n_1 = 0$) при $0 \leq \eta < 2\pi$ имеют место условия [12, 15]

$$\frac{\mu}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial h}{\partial n} \right) \Big|_w - (1 - \varphi) \varepsilon_1 \sigma T_{1w}^4 = -\lambda_1 (1 - \varphi) \left(\frac{\partial T_1}{\partial n_1} \right) \Big|_w, \quad (17)$$

$$T(s, \eta) \Big|_{-0} = T_1(s, \eta) \Big|_{+0}, \quad 0 \leq s < s_A,$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_1} \Big|_{n_1=0-x(t)} = \frac{\mu}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial h}{\partial n} \right) \Big|_w - (h_w - h_c) \sum_{i=2}^3 (\rho v)_{iw} - (\rho v)_{1w} (h_w - h_g) - \varepsilon_2 \sigma T_{2w}^4, \quad (18)$$

$$T(s, \eta) \Big|_{-0} = T_2 \Big|_{n_1=0-x(t)}(s, \eta) \Big|_{+0}, \quad s_A \leq s \leq s_k.$$

При решении сопряженной задачи использовались различные системы координат в теле (s_1, n_1, η_1) и пограничном слое (s, n, η), движение которых относительно друг друга вследствие вращения описывается выражением $\eta_1 = \eta - \omega t$, причем η_1 приводится к диапазону $[0, 2\pi)$. В условиях сопряжения (17), (18) учитывалось, что тепловая нагрузка периодически меняется со временем в системе координат, связанной с телом (s_1, n_1, η_1), а температура и массовый унос — в системе, связанной с пограничным слоем (s, n, η).

Для внутренней поверхности полусферы и конической части справедливы соотношения [12]

$$\lambda_1 (1 - \varphi) \frac{\partial T_1}{\partial n_1} \Big|_{n_1=L_0} = \delta (T_{1,L_0} - T_0), \quad 0 \leq s_1 < s_A, \quad (19)$$

$$\rho_c \Big|_{n_1=l} = \rho_{c0}, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_1} \Big|_{n_1=l} = 0, \quad s_A \leq s_1 \leq s_k. \quad (20)$$

где L_0 соответствует внутренней оболочке тела.

На кольце сопряжения сфера–конус $s_1 = s_A$ используются условия идеального контакта, а при $s_1 = s_k$ соблюдается адиабатическое условие

$$\frac{\lambda_1 (1 - \varphi)}{H_1} \frac{\partial T_1}{\partial s_1} \Big|_{s_1=s_A-0} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial s_1} \Big|_{s_1=s_A+0}, \quad (21)$$

$$T_1 \Big|_{s_1=s_A-0} = T_2 \Big|_{s_1=s_A+0}, \quad \frac{\partial T_2}{\partial s_1} \Big|_{s_1=s_k} = 0.$$

На внешней и внутренней поверхностях области сферического затупления имеет место равенство давлений в порах и во внешней среде:

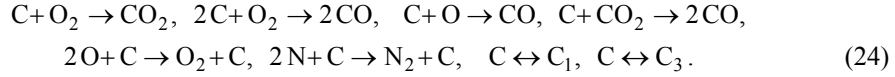
$$P_w \Big|_{n_1=0} = P_e(s, \eta), \quad P \Big|_{n_1=L_0} = P_{L_0}, \quad (22)$$

При отсутствии плоскости симметрии течения имеют место условия периодичности:

$$T_1(t, n_1, s_1, \eta_1) = T_1(t, n_1, s_1, \eta_1 + 2\pi), \\ T_2(t, n_1, s_1, \eta_1) = T_2(t, n_1, s_1, \eta_1 + 2\pi). \quad (23)$$

Отметим, что энтальпия $h(T, P)$ в формулах (5) в зависимости от температуры T и давления P находилась из таблиц работы [19].

На границе раздела сред при $s_1 \geq s_A$ рассматривалась следующая кинетическая схема протекания неравновесных химических реакций ($T_w \approx 4000$ К) [13, 20]:



Молярные и массовые скорости протекания этих химических реакций подробно были описаны в работе [20], а выражение для массовой скорости уноса имеет вид [20]:

$$\begin{aligned} (\rho v)_{2w} = \rho_w^{(2)} \left[\left(\frac{m_6}{m_2} - 1 \right) c_{2w} B_1 + \left(2 \frac{m_5}{m_2} - 1 \right) c_{2w} B_2 + \right. \\ \left. + \left(\frac{m_5}{m_1} - 1 \right) c_{1w} B_3 + \left(2 \frac{m_5}{m_6} - 1 \right) c_{6w} B_4 \right], \quad (\rho v)_{3w} = \sum_{i=7}^8 \frac{m_i A_{ci} (P_{ci}^* - P_{ci})}{(2\pi RT_{2w} m_i)^{0.5}}, \quad i = 7, 8, \\ P_{ci}^* = 10^5 \cdot \exp(D_i - E_i / T_{2w}), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} B_i = k_{iw} \exp(-E_{iw} / RT_{2w}), \quad i = \overline{1, 4}, \quad P_{ci} = P_e c_{iw} m_w / m_i, \quad i = 7, 8, \\ B_5 = B_3, \quad B_6 = 0, \quad \rho_w^{(2)} = \frac{P_e m_w}{RT_{2w}}, \quad h_w = \sum_{i=1}^8 h_i c_{iw}, \quad m_w = \sum_{i=1}^8 c_{iw} / m_i, \\ c_{pg}^{(2)} = b_1 + b_2 T_2, \quad h_g = \int_0^{T_2} c_{pg}^{(2)} dT_2, \end{aligned}$$

где $(\rho v)_w^{(2)}$ — полный массовый унос с углеродной поверхности конической части тела, m — молекулярная масса, c_{iw} — массовая концентрация i -го компонента, b_1, b_2 — постоянные, A_{ci} — коэффициенты аккомодации графитовой поверхности [11], E_{iw}, k_{iw} , $i = 1, \dots, 4$ — энергия активации и предэкспонент i -ой гетерогенной реакции оболочки конической части тела, верхние индексы (1) и (2) относятся к характеристикам газовой фазы на сфере и конусе в теле, верхняя черта — к безразмерным параметрам.

В формулах (24), (25) порядковый номер компонентов соответствует следующему порядку их перечисления: O, O₂, N, N₂, CO, CO₂, C₁, C₃. Здесь C — обозначение твердофазного углерода, который принадлежит материалу теплозащитного покрытия. В пограничном слое имеются четыре компонента — O, O₂, N, N₂, которые участвуют в двух равновесных химических реакциях: O₂ ↔ 2O, N₂ ↔ 2N. На границе конденсированной и газовой фаз присутствуют четыре компонента — CO, CO₂, C₁, C₃, которые возникают в шести гетерогенных реакциях горения и сублимации из (24). Там же учитываются две реакции каталитической рекомбинации компонентов O₂, N₂.

Запишем балансовые соотношения для массовых концентраций компонент (c_{iw}), используя закон Фика для диффузионных потоков и аналогию процессов тепло- и массообмена [11, 13]:

$$J_{iw} + (\rho v)_w^{(2)} c_{iw} = R_{iw}, \quad i = \overline{1, 8}, \quad J_{iw} = \beta_i (c_{iw} - c_{ie}), \quad \beta_i = \alpha / c_p,$$

где α / c_p и β_i — коэффициенты теплообмена и массообмена соответственно. Предполагается, что продукты разрушения слабо разбавляют воздушную смесь в пограничном слое. Это позволяет использовать принятую выше постановку для уравнений в пограничном слое.

2. Метод расчета и исходные данные

Система уравнений (1)–(4), (6)–(8), (10), (11) с начальными и граничными условиями (14)–(23) решалась численно. Система уравнений пространственного пограничного слоя решалась в переменных типа Дородницына с учетом ламинарной, переходной и турбулентной областей течения. Для описания турбулентного течения применялась двухслойная модель турбулентного пограничного слоя [21, 22]. Рассматриваемая трехслойная алгебраическая модель турбулентности учитывает наличие ламинарного вязкого подслоя, внутренней области турбулентного ядра, которая описывается формулой Ван Дрифта–Себечи [22], и внешней области, в которой используется формула Сполдинга [21]. Точка перехода фиксировалась исходя из положения о том, что при заданных величинах давления и энтальпии торможения максимум теплового потока находится в районе звуковой линии сферического затупления. Коэффициент перемежаемости и переход от ламинарного к турбулентному режиму течения описывался формулой Дхваны–Нарасимхи [23]. При численном интегрировании $Pr = 0,72$, $Pr_T = 1$. Для уравнений пограничного слоя с помощью итерационно-интерполяционного метода [24] были получены комбинированные разностные схемы, обеспечивающие сращивание искомых характеристик на границе ламинарного подслоя и турбулентного ядра и учитывающие характер изменения μ_T поперек пограничного слоя. Тестирование описанной модели пограничного слоя осуществлялось путем сравнения с экспериментальными результатами работ [25, 26] и показало ее хорошую работоспособность.

Численное решение трехмерных уравнений (7), (10) проводилось методом расщепления [27]. Использовалась неявная, абсолютно устойчивая, монотонная разностная схема с суммарной погрешностью аппроксимации $O(\tau + H_{n_1}^2 + H_{s_1}^2 + H_{\eta_1}^2)$, где H_{n_1} — шаг по пространству вдоль координаты n_1 , H_{s_1} — шаг по пространству вдоль координаты s_1 , H_{η_1} — шаг по пространству вдоль координаты η_1 , τ — шаг по времени. Для проверки программы численного расчета в пористом теле использовалась последовательность сгущающихся сеток по пространству $h_1 = h_{n_1} = 10^{-3}$ м, $h_2 = h_{s_1} = 0,925 \cdot 10^{-2}$ (на сфере), $h_3 = h_{s_2} = 10^{-2}$ (на конусе), $h_4 = h_{\eta_1} = 0,087$ при $H_{1,i} = 2 \cdot h_i$, $H_{2,i} = h_i$, $H_{3,i} = h_i/2$, $H_{4,i} = h_i/2$, $i = 1-4$ соответственно. Температура каркаса фиксировалась по глубине тела в различные моменты времени. Во всех вариантах задача решалась с переменным шагом по времени, который выбирался из условия заданной точности, одинаковой для всех шагов по пространству. Различие относительной погрешности по температуре падало и к моменту времени $t = t_z$, где t_z — время окончания теплового воздействия, составляло $\Delta_1 = 10,3\%$, $\Delta_2 = 5,4\%$, $\Delta_3 = 2,6\%$. Ниже приведены результаты расчета, полученные для шагов по пространству $H_{3,i} = h_i/2$, $i = 1-4$.

Для тестирования процессов взаимодействия высокоэнтальпийных потоков воздуха с графитовыми поверхностями использовались результаты теоретических [28] и обобщенных экспериментальных исследований [29].

Квазистационарное уравнение неразрывности (6), записанное в виде $(\rho v)_w^{(1)} r_{1w} / (H_1 r_1) = -\rho^{(1)} \varphi v^{(1)}$ (знак минус обусловлен тем, что нормальная координата n_1 направлена вглубь тела (см. рис. 1), а охладитель течет в противоположном направлении), совместно с первым выражением (9), нелинейным законом Дарси (8) и граничными условиями (22) можно проинтегрировать и найти расход газа и давление в области 1 [10]:

$$(\rho v)_w^{(1)}(s_1, \eta_1, t) = \frac{\left[2B(P_{L_0}^2 - P_w^2) \varphi M D_{L_0} / R + E_{L_0}^2 \right]^{0,5} - E_{L_0}}{2B D_{L_0}}, \quad (26)$$

$$P(n_1, s_1, \eta_1, t) = \{P_w^2 + 2R(\rho v)_w^{(1)} [B(\rho v)_w^{(1)} D + E] / M\varphi\}^{0,5},$$

где
$$D(n_1, s_1, \eta_1, t) = \int_0^{\eta_1} T_1 \left(\frac{r_{1w}}{r_1 H_1} \right)^2 dy, \quad E(n_1, s_1, \eta_1, t) = A \int_0^{\eta_1} \mu T_1 \frac{r_{1w}}{r_1 H_1} dy.$$

Давление на внутренней «холодной» поверхности сферической оболочки ($n_1 = L_0$) задается в виде

$$P_{L_0} = kP_{e0}, \quad (27)$$

где k — некоторая постоянная. Это обеспечивает необходимый расход охладителя (в частности, в этом случае не была достигнута температура плавления каркаса из пористых металлов [11, 30]) на участке теплового воздействия от $t = 0$ до $t = t_z$.

Расчеты обтекания конуса, затупленного по сфере, с углом полураствора $\theta = 10^\circ$, потоком химически равновесного воздуха под углом атаки $\beta = 5^\circ$ проводились для условий, описанных в работе [18], которые соответствовали параметрам $V_\infty = 7000$ м/с, $H_\infty = 2,2 \cdot 10^4$ м, $R_N = 0,2$ м, $L_0 = 0,02$ м. Кинетические константы (25) реакций (24) были определены как и в работе [13], энтальпия графита h_c рассчитывалась по формуле [31]. Эффективный показатель адиабаты γ_{ef} в первой формуле (5) определялся согласно работе [18]. Для углеродного материала конической оболочки теплофизические коэффициенты были найдены в работе [17], для пористой стали — в [32]. Для графита конической части тела решается уравнение (10) при $Q_c = 0, G = 0$.

Приводимые ниже результаты получены при $T_0 = 300$ К, $\delta = 100$ Вт/(м²·К), $M = 29$ кг/кмоль, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴), $P_0 = 10^5$ Н/м², $\rho_{c0} = 1400$ кг/м³, $\rho_{c*} = 1300$ кг/м³, $k_c = 3,15 \cdot 10^6$ с⁻¹, $E_c = 8,38 \cdot 10^4$ Дж/моль, $Q_c = 1,26 \cdot 10^6$ Дж/кг, $m_1 = 16$ кг/кмоль, $m_2 = 32$ кг/кмоль, $m_3 = 14$ кг/кмоль, $m_4 = 28$ кг/кмоль, $m_5 = 28$ кг/кмоль, $m_6 = 44$ кг/кмоль, $m_7 = 12$ кг/кмоль, $m_8 = 36$ кг/кмоль, $t_z = 40$ с, $P_{e0} = 30,44 \cdot 10^5$ Н/м², $T_{e0} = 8205$ К, $h_{e0} = 2,47 \cdot 10^7$ Дж/кг, $R = 8,314$ Дж/(моль·К), $E_7 = 85715$ К, $E_8 = 93227$ К, $D_7 = 18,69$, $D_8 = 23,93$, $\varepsilon_2 = 0,9$, $\varphi = 0,34$, $b_1 = 965,5$, $b_2 = 0,147$, $A_{c7} = 0,24$, $A_{c8} = 0,023$.

Теплофизические характеристики пористого затупления соответствовали пористой стали: $\varepsilon_1 = 0,8$, $\lambda_1 = 2,92 + 4,5 \cdot 10^{-3} \cdot T_1$ Вт/(м·К), $\rho_1 c_{p1} = (1252 + 0,544 \cdot T_1) \cdot 10^3$ Дж/(К·м³), $A = 2,3 \cdot 10^{11}$ 1/м², $B = 5,7 \cdot 10^5$ 1/м [32]. Теплофизические характеристики конической части тела отвечали углепластику [17] или сплошному графиту В-1 [33].

3. Оценка влияния скорости вращения на граничные условия на поверхности тела

В целях обоснования используемой методики решения сопряженной задачи и с учетом того, что температура поверхности тела изменяется вследствие аэродинамического нагрева и вращения, приведем оценки характерных времен в пограничном слое и на поверхности тела, а также влияния скорости вращения на граничные условия (17), (18).

Согласно [13] определим время релаксации газовой фазы:

$$t_a = R_N / V_* \approx 0,2 \text{ м} / 7000 \text{ м/с} = 2,86 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

Характерное время тепловой релаксации твердого тела на поверхности [13]

$$t_w = (\rho c_p \lambda)_i (T_{e0} - T_0 / q_*)^2, \quad i = 1, 2,$$

где q_* — характерный конвективный тепловой поток на поверхности тела.

Для пористой стали [32] упомянутой в последнем абзаце раздела 2 при $q_* = 10^7$ Вт/м², $T_{e0} - T_0 = 7905$ К имеем $(\rho c_p \lambda)_1 = 9 \cdot 10^6$ Дж²/(м⁴ · К² · с), $t_{w1} = 5,58$ с. Для сплошного графита В-1 на конической поверхности при $(\rho c_p \lambda)_2 = 9 \cdot 10^6$ Дж²/(м⁴ · К² · с) [33] получим $t_{w2} = 15,9$ с, а для углепластика [17] при $\rho_c c_{p2} \lambda_2 = 3,57 \cdot 10^6$ Дж²/(м⁴ · К² · с) имеем $t_{w3} = 2,21$ с.

Оценим изменение температуры поверхности, вызванное вращательным движением тела. Пусть в момент времени t в точке (s, η) в системе координат, связанной с газовой фазой, температура поверхности составляет $T_w(s_1, \eta_1)$. Через промежуток времени Δt за счет вращения тела в точку (s, η) будет зафиксирована температура $T_w(s_1, \eta_1 + \Delta \eta_1)$. Тогда

$$|T_w(s_1, \eta_1 + \Delta \eta_1) - T_w(s_1, \eta_1)| = \left| \frac{\partial T_w}{\partial \eta_1} \cdot \Delta \eta_1 \right|.$$

Учитывая, что $|\Delta \eta_1| = |\omega \Delta t|$, получим

$$|T_w(s_1, \eta_1 + \Delta \eta_1) - T_w(s_1, \eta_1)| = \left| \frac{\partial T_w}{\partial \eta_1} \cdot \omega \Delta t \right|.$$

Для оценки сверху величины $|\partial T_w / \partial \eta_1|$ используем распределение $T_w(\eta)$ из решения задачи обтекания тела при $\omega = 0$ рад/с. Согласно результатам расчета перепад температур между точками на поверхности тела $\eta = 0$ на подветренной и $\eta = \pi$ на наветренной сторонах в момент времени $t = 40$ с достигает значений 1000 К. Оценим значение $|\partial T_w / \partial \eta_1|$ величиной $1000/\pi$ К/рад ≈ 318 К/рад. Учитывая, что в настоящей работе используются угловые скорости вращения от 0,436 до 8,73 рад/с и подставив вместо Δt характерное время для газовой фазы t_a , получим

$$\left| \frac{\partial T_w}{\partial \eta_1} \cdot \omega t_a \right| \approx 0,004 \text{ К, при } \omega = 0,436 \text{ рад/с,}$$

$$\left| \frac{\partial T_w}{\partial \eta_1} \cdot \omega t_a \right| \approx 0,08 \text{ К, при } \omega = 8,73 \text{ рад/с.}$$

Из приведенных оценок видно, что характерное время релаксации газовой фазы много меньше характерного времени тепловой релаксации твердого тела на поверхности $t_a \ll t_w$; за время t_a изменение в температуре поверхности (граничном условии для газовой фазы) за счет вращательного движения очень мало по сравнению с самой температурой поверхности ($T_w \approx 2400\text{--}3500$ К). Следовательно, течение в пограничном слое в рамках данной математической постановки задачи можно считать квазистационарным. Стоит отметить, что чем меньше ω , тем слабее изменяется температура поверхности в точке за счет вращательного движения (характерное время данного изменения $t_\omega \sim \pi/\omega$).

4. Результаты численного решения и их анализ

На рис. 2–3 приведены зависимости температуры поверхности тела по обводу от продольной координаты \bar{s} в сечениях окружной координаты $\eta = 0\text{--}\pi$ для композиционных материалов пористая сталь–углепластик (рис. 2), проницаемая сталь–графит В-1 (рис. 3). На обоих рисунках кривые 1–4 отвечают следующим моментам времени t : 1 — 0 с,

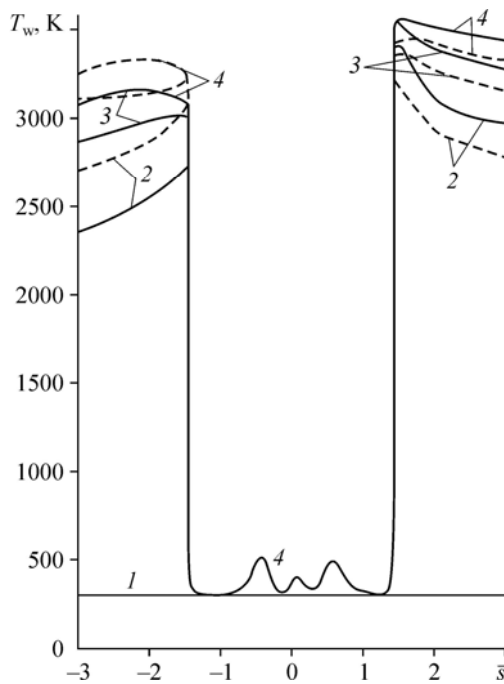


Рис. 2. Зависимость температуры поверхности по обводу в сечении $\eta = 0-\pi$ для составного тела пористая сталь-углепластик в различные моменты времени t . $t = 0$ (1), 1 (2), 5 (3), t_z (4); сплошные кривые — $\omega = 0$, штриховые — $\omega = 8,727$ рад/с.

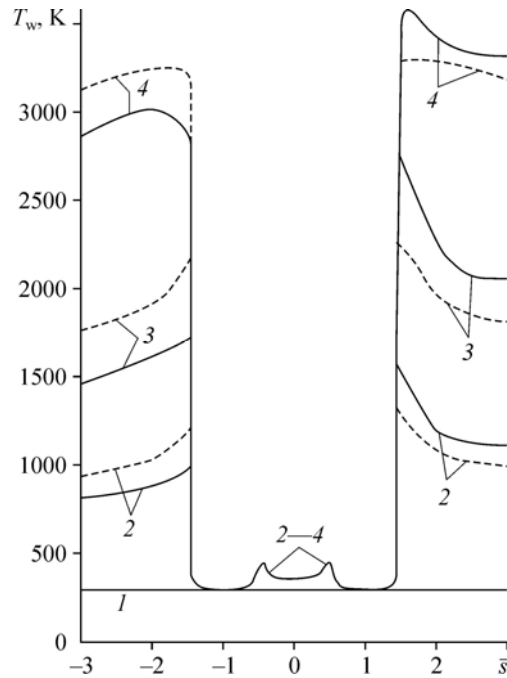


Рис. 3. Распределение температуры поверхности по обводу при $\eta = 0-\pi$ для композиционного материала «проницаемая сталь-графит В-1».

Обозначения см. на рис. 2.

2 — 1 с, 3 — 5 с, 4 — t_z ($t_z = 40$ с соответствует стационарному режиму процесса нагрева тела). Сплошные кривые на рис. 2, 3 получены при отсутствии вращения, а штриховые — при $\Omega = 0,000249$ ($\omega = 8,727$ рад/с).

Кривые на рис. 2 отвечают расходу газа-охладителя $(\rho v)_w^{(1)}$ из (26) под номером 1 на рис. 4 при $k = 1,06$ из формулы (27). На рис. 3 кривые температуры поверхности отвечают $(\rho v)_w^{(1)}$ под номером 2 на рис. 4, полученные при $k = 1,1$. В этих случаях удается подобрать распределение необходимого давления в камере (P_{L_0}) для пористого сферического затупления из металла, при котором

одновременно обеспечивается не превышение критической температуры (температуры плавления) затупления на всем участке прогрева до $t_z = 40$ с.

Как видно из рис. 2, 3 при $\omega \neq 0$ (штриховые кривые) имеет место снижение температуры поверхности материала на наветренной стороне и увеличение ее на подветренной стороне вследствие перетекания

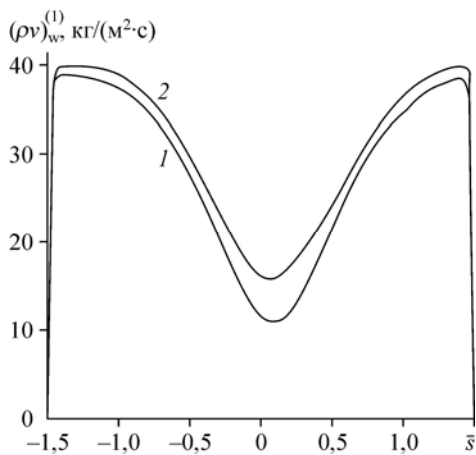


Рис. 4. Распределения массового расхода газа-охладителя по обводу на сферическом затуплении при $t = t_z$. 1 — составное тело: пористая сталь-углепластик, 2 — проницаемая сталь-графит В-1.

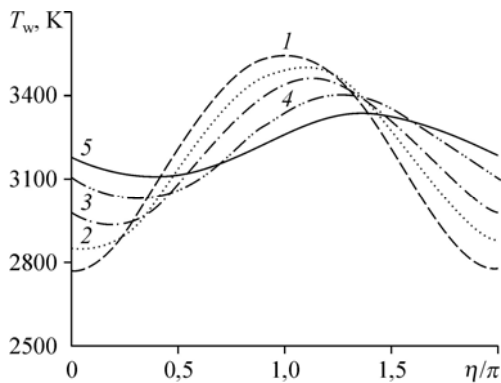


Рис. 5. Зависимости температуры поверхности на конической части тела (углепластик) по окружной координате в сечении продольной координаты $\bar{s} = 10$. Скорости вращения: 0 (1), 25 (2), 100 (3), 250 (4), 500 (5) градус/с.

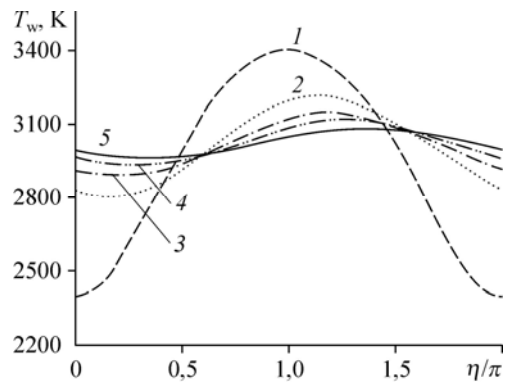


Рис. 6. Распределения температуры поверхности конической части тела (графит В-1) по окружной координате в сечении $\bar{s} = 10$. Обозначения см. на рис. 5.

тепла, вызванного вращением тела. Для практики представляет интерес величина температуры внутренней стенки сферического затупления, которая для проницаемой стали составила $T_{1L_0} = 300$ К в момент $t_z = 40$ с. На конической части тела величина температуры внутренней стенки для углепластика не превысила $T_{2l} = 306$ К в момент времени t_z . В дальнейшем, на рис. 4–8, расчеты приводятся для $t = t_z$.

На рис. 5, 6 представлены распределения температуры поверхности по окружной координате в сечении продольной координаты $\bar{s} = 10$ (коническая часть тела) для материалов: пористая сталь–углепластик (рис. 5), проницаемая сталь–графит В-1 (рис. 6). Как видно из этих рисунков, с ростом параметра вращения максимум температуры поверхности тела снижается, а минимум возрастает, т.е. происходит уменьшение перепада температур. При этом имеет место смещение максимума и минимума температуры поверхности тела в направлении вращения тела.

На рис. 7 показано влияние вращения на перепад температур на поверхности тела в сечении продольной координаты $\bar{s} = 10$. Графиту В-1 соответствуют сплошные кривые, углепластику — штриховые. Кривым 1, 1' отвечают максимумы температуры поверхности, кривым 3, 3' — минимумы температуры поверхности, а кривые 2–2' показывают средние значения температуры поверхности. Как видно из рисунков, с ростом скорости вращения перепад температур уменьшается. Причем изменение скорости вращения по-разному сказывается на перепаде температур на поверхности графита и на углепластике: при увеличении

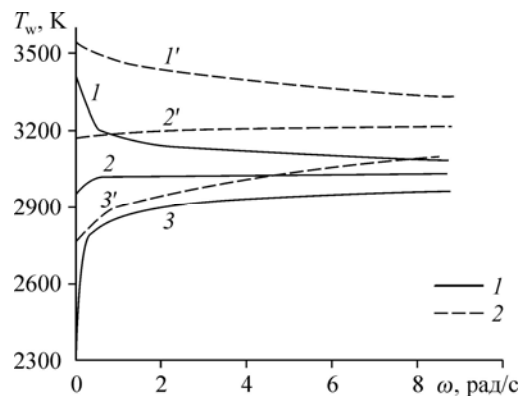


Рис. 7. Зависимости температуры поверхности на конической части тела от скорости вращения в сечении $\bar{s} = 10$. Графит В-1 (1), углепластики (2); значения температуры поверхности: 1 и 1' — максимальные, 2 и 2' — средние, 3 и 3' — минимальные.

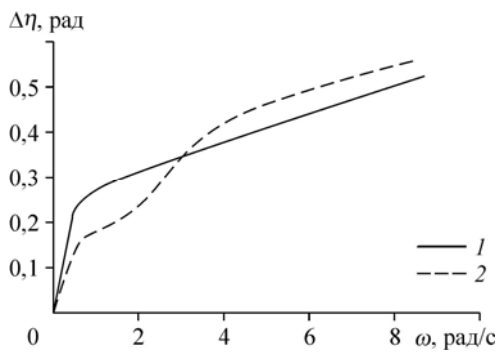


Рис. 8. Зависимости смещения положения максимума температуры поверхности относительно координаты $\eta = \pi$ от скорости вращения. Углепластик (1), графит В-1 (2).

значений скорости вращения с 0 до 25 град/с (0,436 рад/с) перепад температур на графите уменьшается с 1004 до 408 К, а на углепластике с 765 до 644 К. Последнее, по-видимому, связано с перетеканием тепла, обусловленного значительным превышением теплопроводности графита над углепластиком [17, 33]. Влияние скорости вращения на перепад температур на поверхности тела, характеризуемый кривыми 1, 3 (графит) и 1', 3' (углепластик), уменьшает свой эффект с ростом скорости вращения. При изменении скорости вращения с 0 до 500 град/с (8,727 рад/с) средняя температура поверхности в сечении $\bar{s} = 10$ (см. кривые 2 и 2') вследствие усиления теплообмена увеличивается для графита на 70 К, для углепластика на 37 К.

На рис. 8 приведены зависимости смещения положения максимума температуры поверхности на наветренной стороне относительно окружной координаты $\eta = \pi$ от скорости вращения. Это смещение определяется с точностью до сеточного узла вдоль окружной координаты η и характеризует несимметричность теплового поля на поверхности теплозащитного материала, приводящей к несимметричности течения около вращающегося тела относительно плоскости угла атаки. Как следствие, это вызывает появление отрицательного момента крена, тормозящего вращательное движение тела, и боковой силы, отклоняющей тело от заданной траектории. Данный факт стоит учитывать при выборе приемлемой скорости вращения. Видно, что при скоростях вращения выше 250 град/с (4,36 рад/с) для углепластика (2) смещение становится больше, чем для графита (1).

Выводы

Сопряженная постановка задачи позволяет учитывать влияние неизотермичности стенки оболочки на характеристики теплообмена в пограничном слое. Выполнена оценка влияния вращательного движения тела на перетекание тепла в теплозащитном покрытии. Показано, что выбор теплозащитного материала и оптимальных значений скорости вращения позволяет управлять режимами теплообмена при движении тела с гиперзвуковой скоростью.

Список литературы

1. Красилов Н.А., Левин В.А., Юницкий С.А. Исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя на вращающихся телах при наличии вдува // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 1. С. 106–114.
2. Kumari M., Nath G. Heat and mass transfer unsteady compressible axisymmetric stagnation point boundary layer flow over a rotating body // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1982. Vol. 25, No. 2. P. 290–293.
3. Марков А.А. О влиянии вращения тела и внешней завихренности на теплообмен около критической точки затупленного тела в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1984. № 3. С. 179–182.
4. Sharma B.I. Computation of flow past a rotating cylinder with an energy-dissipation model of turbulence // AIAA J. 1977. Vol. 15, No. 2. P. 271–274.
5. Koosinlin M.I., Lockwood F.C. The prediction of axisymmetric turbulent swirling boundary layers // AIAA J. 1974. Vol. 12, No. 4. P. 547–554.
6. Хоскин Н.Е. Ламинарный пограничный слой на вращающейся сфере // Проблема пограничного слоя и вопросы теплопередачи. Л.: Энергия, 1960. № 2. С. 114–118.

7. Гершбейн Э.А., Пейгин С.В. Гиперзвуковой вязкий ударный слой в закрученном потоке на проницаемой поверхности // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 6. С. 27–37.
8. Башкин В.А., Решетько С.М. О максимальной температуре затупления с учетом теплопроводности // Уч. записки ЦАГИ. 1989. Т. 20, № 5. С. 53–59.
9. Зинченко В.И., Катаев А.Г., Якимов А.С. Исследование температурных режимов обтекаемых тел при вдуве газа с поверхности // Прикл. механика и техн. физика. 1992. Т. 33, № 6. С. 57–64.
10. Зинченко В.И., Якимов А.С. Исследование характеристик теплообмена при обтекании конуса затупленного по сфере под углом атаки и вдуве газа с поверхности затупления // Прикл. механика и техн. физика. 1999. Т. 40, № 4. С. 162–169.
11. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.П. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392 с.
12. Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Якимов А.С. Исследование характеристик сопряженного тепло- и массообмена при вдуве газа и термохимическом разрушении обтекаемого тела // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 45, № 5. С. 749–755.
13. Гришин А.М., Фокин В.М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984. 319 с.
14. Гришин А.М., Зинченко В.И. Сопряженный теплообмен между реакционноспособным твердым телом и газом при наличии неравновесных химических реакций // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 2. С. 121–128.
15. Зинченко В.И. Математическое моделирование сопряженных задач тепломассообмена. Томск: Изд-во ТГУ, 1985. 221 с.
16. Шевелев Ю.Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М.: Наука, 1977. 224 с.
17. Гришин А.М., Голованов А.Н., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Якимов А.С. Математическое и физическое моделирование тепловой защиты. Томск: Изд-во ТГУ, 2011. 358 с.
18. Лулев В.В., Магомедов К.М., Павлов В.Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1968. 203 с.
19. Предводителей А.С., Ступоченко Е.В., Самуйлов Е.В. и др. Таблицы термодинамических функций (для температур от 6000 до 12000 К и давлений от 10^{-3} до 10^3 атм). М.: Изд-во АН СССР, 1957. 453 с.
20. Зинченко В.И., Якимов А.С. Режимы термохимического разрушения углефенольного композиционного материала под действием теплового потока // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 2. С. 141–149.
21. Патанкар С., Сполдинг Д. Тепло- и массообмен в пограничных слоях. М.: Энергия, 1970. 127 с.
22. Sebeci T. Behavior of turbulent flow near a porous wall with pressure gradient // AIAA J. 1970. Vol. 8, No. 12. P. 48–52.
23. Ковалев В.Л. Гетерогенные каталитические процессы в аэротермодинамике. М.: Физматлит, 2002. 224 с.
24. Гришин А.М., Зинченко В.И., Ефимов К.Н., Субботин А.Н., Якимов А.С. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. Томск: Изд-во ТГУ, 2004. 320 с.
25. Feldhuhn R.N. Heat transfer from a turbulent boundary layer on a porous hemisphere // AIAA Paper. 1976. No. 76–119.
26. Уидхофф Дж.Ф., Холл Р. Измерение теплопередачи на затупленном конусе под углом атаки при переходном и турбулентном режимах течения // Ракетная техника и космонавтика. 1972. Т. 10, № 10. С. 71–79.
27. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.
28. Гофман А.Г., Гришин А.М. Теоретическое исследование термохимического разрушения графита в высокоэнthalпийном воздухе // Прикл. механика и техн. физика. 1984. Т. 25, № 4. С. 107–114.
29. Бейкер Р.Л. Влияние неравновесных химических процессов на сублимацию графита // Ракетная техника и космонавтика. 1977. Т. 15, № 10. С. 21–29.
30. Андриевский Р.А. Пористые металлокерамические материалы. М.: Металлургия, 1964. 187 с.
31. Бучнев Л.М., Смыслов А.И., Дмитриев И.А. и др. Экспериментальное исследование энthalпии квази-монокристалла графита и стеклоуглерода в интервале температур 300–3800 К // Теплофизика высоких температур. 1987. Т. 25, № 6. С. 1120–1125.
32. Алифанов О.М., Трянин А.П., Ложкин А.Л. Экспериментальное исследование метода определения коэффициента внутреннего теплообмена из решения обратной задачи // Инженерно-физический журн. 1987. Т. 52, № 6. С. 461–469.
33. Нагорный В.Г., Катасонов А.С., Островский В.С. и др. Свойства конструкционных материалов на основе углерода: справочник / под ред. В.П. Соседова. М.: Металлургия, 1975. 335 с.

*Статья поступила в редакцию 4 мая 2016 г.,
после переработки — 1 сентября 2016 г.*