

УДК 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДВИЖЕНИЙ ВАЛА В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПОДШИПНИКЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

Н. В. Еркаев, Н. А. Нагайцева*

Институт вычислительного моделирования СО РАН, 660036 Красноярск

* Красноярский государственный технический университет, 660074 Красноярск

Получено асимптотическое решение, описывающее нестационарные движения вала в цилиндрическом подшипнике скольжения в условиях гидродинамической смазки в случае постоянной внешней нагрузки. Рассмотрены колебательные режимы перехода к стационарному положению вала при различных значениях внешней нагрузки. Найдено характерное время релаксации скоростей к квазиравновесным значениям, определяемым из уравнений безынерционного приближения. Определены частоты и амплитуды колебаний, а также траектории движений вала и времена затухания колебаний. Исследовано влияние тонкого упругого вкладыша на характеристики переходного процесса.

Ключевые слова: гидродинамический подшипник, нестационарное движение, асимптотическое решение.

Введение. Гидродинамические подшипники скольжения являются важными конструктивными элементами современных машин. Они представляют собой опоры вращающихся валов, покрытых тонким слоем смазочного материала. Движение тонкого масляного слоя переменной толщины между вращающимся валом машины и неподвижной подушкой подшипника приводит к значительному повышению давления в зазоре и возникновению поддерживающей силы. Существующие методы расчета таких подшипников основаны на интегрировании уравнений Рейнольдса [1], полученных из уравнений Навье — Стокса в приближении Стокса. Стационарный гидродинамический режим смазки в цилиндрических подшипниках исследован достаточно полно. В частности, в работах [2, 3] рассмотрены основные стационарные режимы: а) гидродинамический контакт жестких цилиндров бесконечной и конечной длины; б) упругогидродинамический контакт цилиндров.

Нестационарная динамика подшипника и вопросы устойчивости менее изучены, однако они играют важную роль в переходных процессах. В [4, 5] представлены результаты численного моделирования некоторых нестационарных режимов подшипника скольжения в приближении жестких поверхностей.

Целью данной работы является асимптотический анализ нестационарных движений вала в зазоре цилиндрического подшипника скольжения с учетом тонкого упругого вкладыша при постоянной внешней нагрузке. Рассмотрены траектории движений вала, определены амплитуды, частоты и времена затухания колебаний при различных значениях внешней нагрузки.

1. Постановка задачи. Система уравнений для смазочного слоя. Для описания движения тонких масляных пленок между поверхностями обычно используются уравнения Рейнольдса [2, 3]

$$\operatorname{div} \left(\frac{h^3}{12\mu} \nabla P \right) = \operatorname{div} (U h) + \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (1)$$

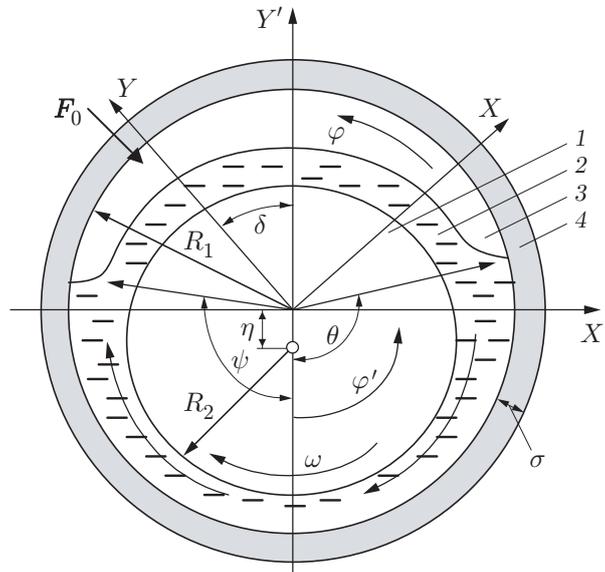


Рис. 1. Поперечный разрез гидродинамического подшипника скольжения:
 1 — вал; 2 — слой жидкой смазки; 3 — зазор; 4 — упругий вкладыш

где div — двумерный оператор дивергенции на заданной граничной поверхности; h — толщина пленки; P — давление; μ — коэффициент вязкости; $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2)/2$; $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$ — заданные скорости на поверхностях, граничащих с пленкой.

Для смазочной пленки между бесконечными цилиндрами производные вдоль оси цилиндров равны нулю, и уравнение Рейнольдса (1) принимает более простой вид

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial s} \right) = \frac{\partial}{\partial s} (Uh) + \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (2)$$

где s — расстояние вдоль обтекаемого контура в плоскости течения; U — полусумма скоростей цилиндрических поверхностей. Рассматривая задачу о движении смазочного слоя в зазоре между вращающимся с угловой скоростью ω внутренним цилиндром радиуса R_2 и неподвижным внешним цилиндром радиуса R_1 (рис. 1), перейдем от линейной координаты s к угловой переменной φ . Предположим, что вращение вала происходит по часовой стрелке, а угловая переменная отсчитывается против часовой стрелки. В этом случае

$$\frac{\partial}{\partial s} = -\frac{\partial}{R_1 \partial \varphi}, \quad U = \frac{\omega R_2}{2}. \quad (3)$$

Введем подвижную (X', Y') и неподвижную (X, Y) системы координат (рис. 1). В каждый момент времени ось Y' подвижной системы координат направлена противоположно направлению смещения центра вала. При этом ось Y неподвижной системы направлена противоположно вектору внешней постоянной силы.

Контур вала в плоскости (X, Y) представляет собой окружность со смещенным центром и описывается в полярных координатах уравнением

$$r = \eta \cos \varphi' + \sqrt{R_2^2 - \eta^2 \sin^2 \varphi'} = R_2 + \eta \cos \varphi' + R_2 O(\eta^2/R_2^2), \quad (4)$$

где r — расстояние от точки пересечения осей X и Y ; η — смещение оси вала; φ' — угол, отсчитываемый от отрицательной полуоси Y' против часовой стрелки (рис. 1). Используя (4) и учитывая упругую деформацию вкладыша, находим толщину зазора между цилиндрическими поверхностями

$$h = R_1 - r + \xi = R_1 - R_2 - \eta \cos \varphi' + \xi + R_2 O(\eta^2/R_2^2), \quad (5)$$

где переменная ξ характеризует радиальные упругие перемещения поверхности вкладыша. Задача о деформации поверхности тонкого вкладыша, закрепленного в абсолютно жестком корпусе, содержит малый параметр, равный отношению толщины вкладыша σ к радиусу кривизны R_1 . Как показано в работе [3], в первом порядке разложения по параметру σ/R_1 имеет место прямо пропорциональная зависимость между давлением в жидкой пленке и деформацией поверхности вкладыша

$$\xi = CP, \quad C = \sigma(1 + \nu)(1 - 2\nu)/(E(1 - \nu)), \quad (6)$$

где ν , E — коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала упругого слоя. С учетом равенств (3), (5), (6) уравнение (2) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial \varphi} \right) = -6\mu\omega R_1 R_2 \frac{\partial h}{\partial \varphi} + 12\mu R_1^2 \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (7)$$

В уравнении (7) толщина слоя h зависит от азимутального угла и давления (при наличии упругого вкладыша):

$$h = \Delta[1 - \lambda \cos \varphi' + CP + \lambda^2 O(\Delta/R_2)], \quad \lambda = \eta/\Delta, \quad \varphi' = \varphi + \delta + \pi/2. \quad (8)$$

Здесь $\Delta = R_1 - R_2$; угол δ характеризует направление смещения вала относительно неподвижной системы координат (X, Y) (рис. 1).

В случае неполного заполнения зазора смазкой граничные условия на входной ($\varphi' = \theta$) и выходной ($\varphi' = -\psi$) границах смазочного слоя записываются в виде

$$\varphi' = \theta: \quad P = 0, \quad \varphi' = -\psi: \quad P = 0, \quad \frac{\partial P(\varphi')}{\partial \varphi'} = 0.$$

В случае полного заполнения зазора смазкой углы θ и ψ связаны простым соотношением $\theta = 2\pi - \psi$.

Внешняя нагрузка на вал компенсируется силой, создаваемой избыточным давлением в слое жидкой смазки. На единицу площади поверхности в направлении нормали к ней действует сила, равная давлению. Компоненты полного вектора силы на единицу длины вала вычисляются интегрированием функции распределения давления вдоль поверхности вала:

$$W'_x = \int_{-\psi}^{\theta} P(\varphi') N_x d\Sigma, \quad W'_y = \int_{-\psi}^{\theta} P(\varphi') N_y d\Sigma. \quad (9)$$

Здесь W'_x , W'_y — проекции на оси X' , Y' результирующей сил давления, отнесенной к единице длины вала; N_x , N_y — компоненты вектора нормали к поверхности вала; $d\Sigma$ — дифференциал длины дуги контура вала. Используя уравнение (4), получаем выражения для дифференциала $d\Sigma$, а также находим компоненты вектора нормали к поверхности вала в полярных координатах:

$$d\Sigma = d\varphi' \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi'} \right)^2} = d\varphi' \sqrt{R_2^2 + 2R_2\eta \cos \varphi' + \eta^2} = R_2 \left[1 + O\left(\frac{\eta}{R_2} \right) \right] d\varphi'; \quad (10)$$

$$N_r = 1 + O(\eta^2/R_2^2), \quad N_\varphi = -\eta \sin \varphi' [1 + O(\eta/R_2)]. \quad (11)$$

По известным компонентам (11) определяем проекции вектора нормали на оси X' , Y' :

$$N'_x = -\sin \varphi' + O(\eta/R_2), \quad N'_y = \cos \varphi' + O(\eta/R_2). \quad (12)$$

С учетом равенств (10), (12) выражения (9) принимают вид

$$W'_x = -R_2 \int_{-\psi}^{\theta} P(\varphi') \left[\sin \varphi' + O\left(\frac{\eta}{R_2}\right) \right] d\varphi', \quad W'_y = R_2 \int_{-\psi}^{\theta} P(\varphi') \left[\cos \varphi' + O\left(\frac{\eta}{R_2}\right) \right] d\varphi'. \quad (13)$$

Для решения задачи удобно перейти к безразмерным переменным:

$$P = 6\mu\omega R_1^2 q / \Delta^2, \quad t = 2t' / \omega, \quad h = H\Delta. \quad (14)$$

Пренебрегая в выражении (8) малыми слагаемыми порядка $O(\Delta/R_2)$, с учетом (14) получаем

$$H = 1 - \lambda \cos \varphi' + \alpha q, \quad \alpha = \frac{6(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \frac{\mu\omega\sigma R_1^2}{E\Delta^3}.$$

В нестационарном режиме параметры λ , δ , характеризующие смещение оси вала, зависят от времени. Используя соотношение $\varphi' = \varphi + \delta + \pi/2$, находим производную по времени от толщины слоя

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t'} \right)_{\varphi} = -\frac{d\lambda}{dt} \cos \varphi' + \lambda \frac{d\delta}{dt} \sin \varphi' + \alpha \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (15)$$

Делая замену переменных (14), используя равенство (15) и полагая $R_1/R_2 \approx 1$, преобразуем уравнение (7) к следующему виду:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi'} \left(H^3 \frac{\partial q}{\partial \varphi'} \right) = -\lambda \sin \varphi' - \alpha \frac{\partial q}{\partial \varphi'} - \frac{d\lambda}{dt} \cos \varphi' + \lambda \frac{d\delta}{dt} \sin \varphi' + \alpha \frac{\partial q}{\partial t}. \quad (16)$$

2. Уравнения колебаний вала. Рассмотрим колебания вала, возникающие при постоянной внешней нагрузке. В окрестности каждой точки поверхности вала действует сила, направленная к оси вала. Компоненты результирующей силы в подвижной системе координат (X', Y') определены формулами (13). Тогда в неподвижной системе координат (X, Y) компоненты результирующей силы давления определяются по формулам ортогонального преобразования (поворота на угол δ)

$$W_x = W'_x \cos \delta + W'_y \sin \delta, \quad W_y = -W'_x \sin \delta + W'_y \cos \delta. \quad (17)$$

Используя равенства (17) и учитывая постоянную внешнюю силу, запишем второй закон Ньютона для вала в проекциях на оси X, Y

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = W'_x \cos \delta + W'_y \sin \delta, \quad m \frac{d^2 Y}{dt^2} = -W'_x \sin \delta + W'_y \cos \delta - F_0, \quad (18)$$

где m, F_0 — масса вала и внешняя сила, отнесенные к единице длины вала. Переходя к безразмерному давлению (см. (14)) и пренебрегая в формулах (13) малыми членами порядка η/R_2 и Δ/R_2 , получаем выражения

$$W'_x = -\frac{6\mu\omega R_1^3}{\Delta^2} \int_{-\psi}^{\theta} q(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \quad W'_y = \frac{6\mu\omega R_1^3}{\Delta^2} \int_{-\psi}^{\theta} q(\varphi) \cos \varphi d\varphi.$$

Коэффициенты W'_x, W'_y зависят от параметров λ, δ , характеризующих положение вала, а также от скоростей $d\lambda/dt$ и $d\delta/dt$. Следуя работе [4], линеаризуем зависимости коэффициентов от скоростей и представим их в следующем виде:

$$W'_x = \frac{6\mu\omega R_1^3}{\Delta^2} \left(c_\delta \lambda + d_\lambda \frac{d\lambda}{dt} + d_\delta \lambda \frac{d\delta}{dt} \right), \quad W'_y = \frac{6\mu\omega R_1^3}{\Delta^2} \left(c_\lambda \lambda + b_\lambda \frac{d\lambda}{dt} + b_\delta \lambda \frac{d\delta}{dt} \right). \quad (19)$$

Коэффициенты в правых частях равенств (19) определяются из решения уравнений Рейнольдса. Расчеты показывают, что коэффициенты b_δ и d_λ малы по сравнению с b_λ и d_δ . Последние будем называть коэффициентами радиального и азимутального демпфирования соответственно. Параметры c_δ и c_λ будем называть коэффициентами жесткости.

Смещения центра вала вдоль осей X , Y связаны с относительным радиальным перемещением λ и азимутальным углом δ следующими соотношениями:

$$X = -\Delta\lambda \sin \delta, \quad Y = -\Delta\lambda \cos \delta.$$

Дифференцируя эти равенства по времени, находим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= \Delta \left[-\frac{d^2 \lambda}{dt^2} \sin \delta - 2 \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\delta}{dt} \cos \delta - \frac{d^2 \delta}{dt^2} \lambda \cos \delta + \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \lambda \sin \delta \right], \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= \Delta \left[-\frac{d^2 \lambda}{dt^2} \cos \delta + 2 \frac{d\lambda}{dt} \frac{d\delta}{dt} \sin \delta + \frac{d^2 \delta}{dt^2} \lambda \sin \delta + \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \lambda \cos \delta \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Умножим первое и второе уравнения (18) на $\sin \delta$ и $\cos \delta$ соответственно и суммируем равенства. В результате, используя выражения (19), (20), получаем уравнение для радиального ускорения центра вала

$$\varepsilon \left[\frac{d^2 \lambda}{dt^2} - \lambda \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] = -c_\lambda \lambda - b_\lambda \frac{d\lambda}{dt} + F \cos \delta. \quad (21)$$

Здесь F — безразмерная внешняя сила, связанная с размерной силой F_0 соотношением $F_0 = 6\mu\omega R_1^3 F / \Delta^2$; $\varepsilon = m\Delta^3\omega / (6\mu R_1^3) \ll 1$ — безразмерный малый параметр.

Аналогично, умножая первое и второе уравнения (18) на $-\lambda \cos \delta$ и $\lambda \sin \delta$, используя (19), (20) и суммируя равенства, получаем уравнение для азимутального ускорения центра вала

$$\varepsilon \frac{d}{dt} \left(\lambda^2 \frac{d\delta}{dt} \right) = -c_\delta \lambda^2 - d_\delta \lambda^2 \frac{d\delta}{dt} - F \lambda \sin \delta. \quad (22)$$

Уравнения (21), (22) содержат сингулярный малый параметр ε при старших производных. Согласно известному методу [6] решение такой системы можно представить в виде суммы двух асимптотических рядов

$$\lambda = \lambda_r(t, \varepsilon) + \lambda_s(t/\varepsilon, \varepsilon), \quad \delta = \delta_r(t, \varepsilon) + \delta_s(t/\varepsilon, \varepsilon), \quad (23)$$

где первые слагаемые представляют собой регулярные части асимптотики:

$$\begin{aligned} \lambda_r(t, \varepsilon) &= \lambda_r^{(0)}(t) + \varepsilon \lambda_r^{(1)}(t) + \dots + \varepsilon^n \lambda_r^{(n)}(t) + \dots, \\ \delta_r(t, \varepsilon) &= \delta_r^{(0)}(t) + \varepsilon \delta_r^{(1)}(t) + \dots + \varepsilon^n \delta_r^{(n)}(t) + \dots, \end{aligned} \quad (24)$$

а вторые слагаемые содержат пограничные функции, описывающие быстрые движения:

$$\begin{aligned} \lambda_s(t/\varepsilon, \varepsilon) &= \lambda_s^{(0)}(t/\varepsilon) + \varepsilon \lambda_s^{(1)}(t/\varepsilon) + \dots + \varepsilon^n \lambda_s^{(n)}(t/\varepsilon) + \dots, \\ \delta_s(t/\varepsilon, \varepsilon) &= \delta_s^{(0)}(t/\varepsilon) + \varepsilon \delta_s^{(1)}(t/\varepsilon) + \dots + \varepsilon^n \delta_s^{(1)}(t/\varepsilon) + \dots \end{aligned} \quad (25)$$

Пограничные функции должны стремиться к нулю при стремлении к бесконечности их аргумента:

$$\lambda_s^{(m)}(\infty) = 0, \quad \delta_s^{(m)}(\infty) = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Подставляя решение вида (23)–(25) в систему (21), (22) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра в обеих частях равенств, можно получить уравнения, определяющие коэффициенты асимптотических рядов (24) и (25). При этом

нужно приравнять коэффициенты, зависящие от t , и коэффициенты, зависящие от t/ε . Так, в нулевом приближении имеем систему

$$c_\delta \lambda_r^{(0)} + d_\delta \lambda_r^{(0)} \frac{d\delta_r^{(0)}}{dt} + F \sin \delta_r^{(0)} = 0, \quad -c_\lambda \lambda_r^{(0)} - b_\lambda \frac{d\lambda_r^{(0)}}{dt} + F \cos \delta_r^{(0)} = 0.$$

Приведем эту систему к нормальному виду

$$\frac{d\delta_r^{(0)}}{dt} = -\frac{1}{d_\delta \lambda_r^{(0)}} (c_\delta \lambda_r^{(0)} + F \sin \delta_r^{(0)}), \quad \frac{d\lambda_r^{(0)}}{dt} = \frac{1}{b_\lambda} (-c_\lambda \lambda_r^{(0)} + F \cos \delta_r^{(0)}). \quad (26)$$

Исключая время, получаем уравнение первого порядка, определяющее траекторию движения:

$$\frac{d\delta_r^{(0)}}{d\lambda_r^{(0)}} = -\frac{b_\lambda (c_\delta \lambda_r^{(0)} + F \sin \delta_r^{(0)})}{d_\delta \lambda_r^{(0)} (-c_\lambda \lambda_r^{(0)} + F \cos \delta_r^{(0)})}.$$

Коэффициент c_λ зависит от свойств вкладыша (параметра α). При отсутствии вкладыша ($\alpha = 0$) имеем $c_\lambda = 0$. Это условие существенно упрощает уравнение, которое сводится к линейному уравнению первого порядка относительно $\sin \delta$:

$$\frac{d \sin \delta_r^{(0)}}{d\lambda_r^{(0)}} = -\frac{b_\lambda (c_\delta \lambda_r^{(0)} + F \sin \delta_r^{(0)})}{d_\delta \lambda_r^{(0)} F}. \quad (27)$$

Общее решение линейного неоднородного уравнения (27) имеет вид

$$\sin \delta_r^{(0)} = \sin \delta_0 \exp\left(-\int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{b_\lambda}{\lambda' d_\delta} d\lambda'\right) - \frac{1}{F} \int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{c_\delta b_\lambda}{d_\delta} \exp\left(\int_{\lambda}^{\lambda'} \frac{b_\lambda}{\lambda'' d_\delta} d\lambda''\right) d\lambda',$$

где λ_0, δ_0 — начальные значения координат центра вала. Применяя формулы разложения Тейлора к правым частям (26) в окрестности точки покоя, получаем систему уравнений первого приближения

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_r^{(0)}}{dt} &= -\frac{1}{(d_\delta)_* \lambda_*} [(a_\delta)_* (\lambda_r^{(0)} - \lambda_*) + F \cos \delta_* (\delta_r^{(0)} - \delta_*)], \\ \frac{d\lambda_r^{(0)}}{dt} &= \frac{1}{(b_\lambda)_*} [-(a_\lambda)_* (\lambda_r^{(0)} - \lambda_*) - F \sin \delta_* (\delta_r^{(0)} - \delta_*)], \end{aligned}$$

где

$$a_\lambda = \frac{d(c_\lambda \lambda)}{d\lambda}, \quad a_\delta = \frac{d(c_\delta \lambda)}{d\lambda}.$$

Индексом “*” отмечены параметры, соответствующие точке покоя. Собственные значения матрицы Якоби правых частей определяем из квадратного уравнения

$$\lambda_* (b_\lambda)_* (d_\delta)_* k^2 + k((b_\lambda)_* F \cos \delta_* + \lambda_* (d_\delta)_* (a_\lambda)_*) + (a_\lambda)_* F \cos \delta_* - F \sin \delta_* (a_\delta)_* = 0.$$

С учетом соотношений $F \cos \delta_* = \lambda_* (c_\lambda)_*$, $F \sin \delta_* = -\lambda_* (c_\delta)_*$ корни уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} k_{1,2} &= \{-(c_\lambda)_* (b_\lambda)_* - (d_\delta)_* (a_\lambda)_* \pm \\ &\pm \sqrt{[(c_\lambda)_* (b_\lambda)_* + (d_\delta)_* (a_\lambda)_*]^2 - 4(b_\lambda)_* (d_\delta)_* [(a_\lambda)_* (c_\lambda)_* + (c_\delta)_* (a_\delta)_*]}\} / [2(b_\lambda)_* (d_\delta)_*]. \end{aligned}$$

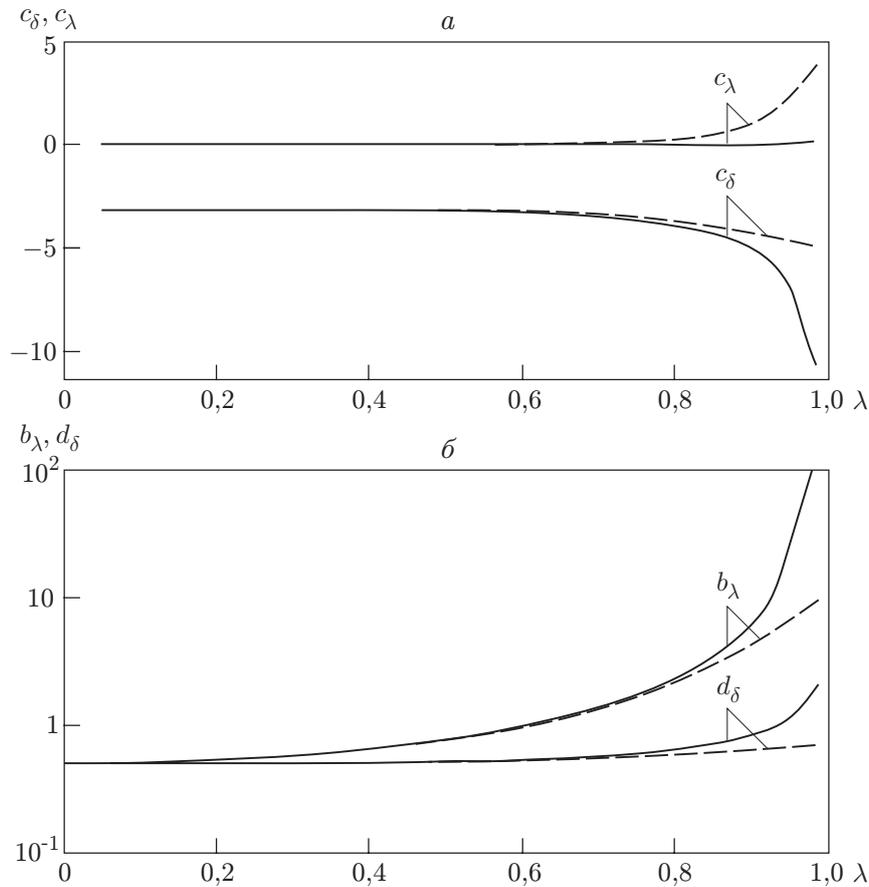


Рис. 2. Зависимости коэффициентов жесткости (а) и демпфирования (б) от относительного смещения вала:

сплошные кривые — $\alpha = 0$, штриховые — $\alpha = 0,005$

Заметим, что коэффициенты c_λ и a_λ достаточно малы, поэтому дискриминант меньше нуля. Эти коэффициенты мало влияют на частоту колебаний, но полностью определяют затухание колебаний. Увеличение коэффициентов c_λ и a_λ может быть связано как с уменьшением заполнения зазора подшипника, так и с уменьшением жесткости упругого вкладыша. Коэффициенты c_λ и a_λ равны нулю в случае полного заполнения зазора и при отсутствии вкладыша.

Рассмотрим уравнения для пограничных функций. Эти уравнения можно получить, переходя к переменной $\tau = t/\varepsilon$ и приравнивая члены одинакового порядка по ε . Пограничные функции нулевого порядка равны нулю, а для функций первого порядка получаем уравнения

$$\frac{d^2 \delta_s^{(1)}}{d\tau^2} + (d_\lambda)_0 \frac{d\delta_s^{(1)}}{d\tau} = 0, \quad \frac{d^2 \lambda_s^{(1)}}{d\tau^2} + (b_\lambda)_0 \frac{d\lambda_s^{(1)}}{d\tau} = 0.$$

Интегрируя эти уравнения, находим

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_s^{(1)}}{d\tau} &= A \exp(-(d_\delta)_0 \tau), & \frac{d\lambda_s^{(1)}}{d\tau} &= B \exp(-(b_\lambda)_0 \tau), \\ \delta_s^{(1)} &= -A \exp(-(d_\delta)_0 \tau) / (d_\delta)_0, & \lambda_s^{(1)} &= -B \exp(-(b_\lambda)_0 \tau) / (b_\lambda)_0, \end{aligned}$$

где постоянные A и B определяются по начальным данным для скоростей. Заметим, что

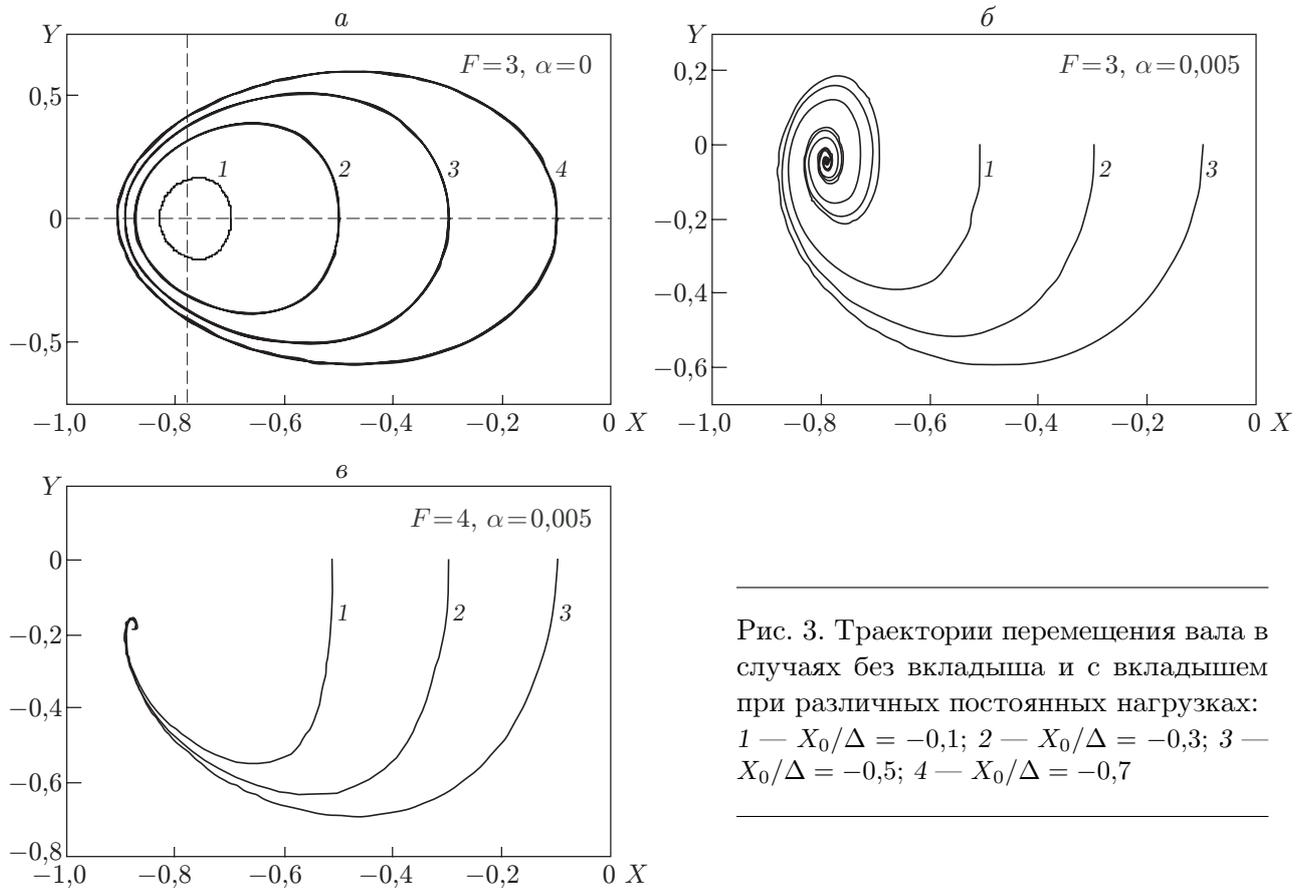


Рис. 3. Траектории перемещения вала в случаях без вкладыша и с вкладышем при различных постоянных нагрузках: 1 — $X_0/\Delta = -0,1$; 2 — $X_0/\Delta = -0,3$; 3 — $X_0/\Delta = -0,5$; 4 — $X_0/\Delta = -0,7$

возмущения компонент скоростей, зависящие от пограничных функций, имеют нулевой порядок по ε .

3. Результаты расчета. Используя результаты численного интегрирования уравнения Рейнольдса (16), определим коэффициенты жесткости c_δ , c_λ и демпфирования b_λ , d_δ смазочного слоя. Зависимости этих коэффициентов от относительного смещения вала представлены на рис. 2. Коэффициенты жесткости определяются как отношения соответствующих компонент силы реакции смазочного слоя к радиальному смещению вала. Коэффициенты демпфирования смазочного слоя определяются как коэффициенты пропорциональности радиальной (азимутальной) компоненты возмущения силы реакции слоя и радиальной (азимутальной) скорости центра вала. Коэффициенты жесткости и демпфирования монотонно возрастают по модулю при увеличении параметра λ (уменьшении толщины смазочной пленки). При отсутствии упругого вкладыша и полном заполнении зазора сила реакции смазочного слоя направлена перпендикулярно направлению смещения вала [3].

На рис. 3 показаны траектории движения вала при $Y_0 = 0$, $X_0/\Delta = -0,1; -0,3; -0,5; -0,7$. Рис. 3,а соответствуют безразмерная внешняя сила $F = 3$ и бесконечная жесткость вала и подшипника. Значения силы F отнесены к силе $F_0 = 6\mu\omega R_1^3/\Delta^2$. Точка пересечения штриховых линий соответствует точке покоя. Направление внешней силы противоположно направлению оси Y . Траектории движения оси вала представляют собой замкнутые эллипсоподобные кривые, соответствующие незатухающим колебаниям вала в окрестности положения равновесия. На рис. 3,б показаны три траектории центра вала, соответствующие различным начальным условиям при наличии упругого вкладыша, представляющие

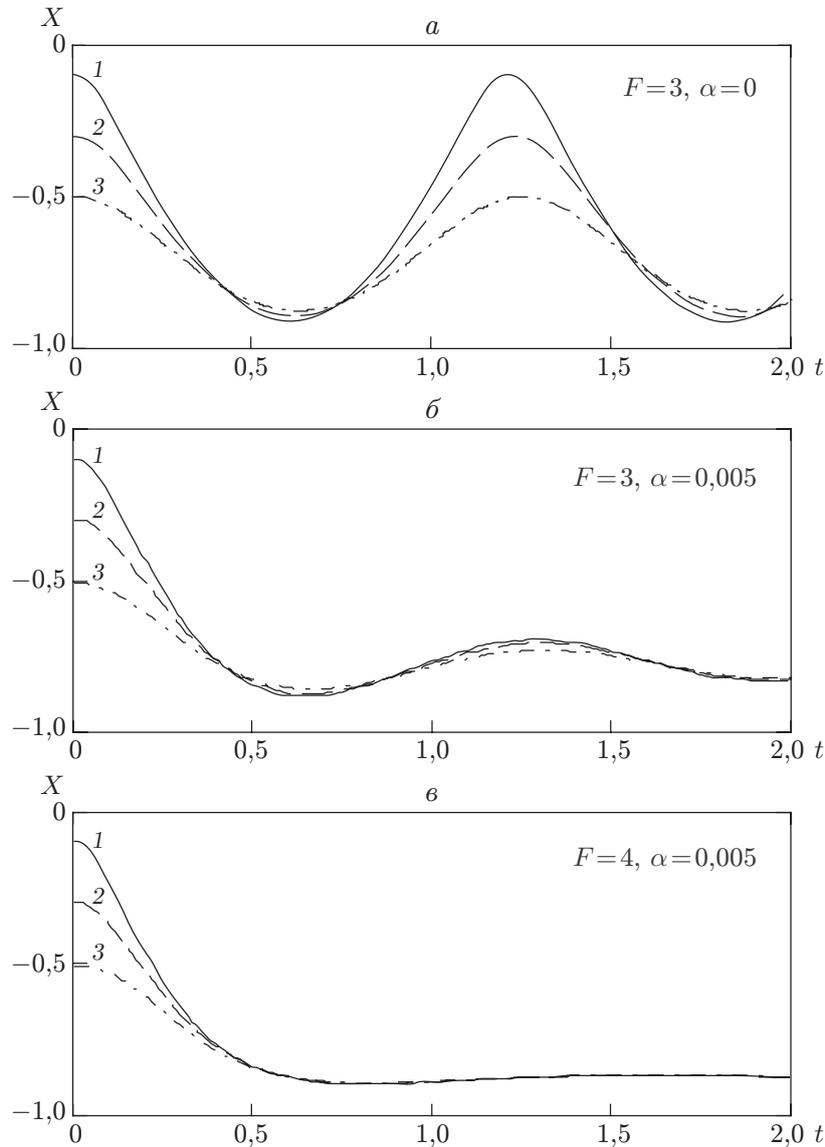


Рис. 4. Зависимости смещений вала в направлении оси X от времени:
 1 — $X_0/\Delta = -0,1$; 2 — $X_0/\Delta = -0,3$; 3 — $X_0/\Delta = -0,5$

собой спирали. Шаг спирали траекторий возрастает с увеличением безразмерного параметра α , пропорционального отношению толщины вкладыша к его жесткости. Переход к стационарному состоянию происходит в режиме колебаний с затуханием. На рис. 3,в показаны траектории движения вала для тех же, что и на рис. 3,б, начальных условий в подшипнике с упругим вкладышем при большей нагрузке. Видно, что при этой нагрузке переходный процесс становится аperiodическим.

На рис. 4 приведены зависимости координаты X от времени при различных начальных условиях ($Y_0 = 0, X_0/\Delta = -0,1; -0,3; -0,5$). На рис. 4,а колебания достаточно близки к гармоническим с безразмерным периодом $T = 1,2$. При этом размерный период равен $T_d = 2,4/\omega$. На рис. 4,б колебания затухают достаточно быстро. Дальнейшее увеличение нагрузки приводит к резкому возрастанию декремента затухания (рис. 4,в).

Заключение. Рассмотрена нестационарная задача о колебаниях вала в цилиндрическом подшипнике скольжения при наличии гидродинамической смазки и постоянной внешней нагрузке. Получены следующие результаты.

Инерционность вала характеризуется безразмерным малым параметром $\varepsilon = m\Delta^3\omega/(6\mu R_1^3) \ll 1$. Влияние этого параметра существенно лишь на начальном этапе, когда происходит релаксация начальных скоростей к квазиравновесным значениям, которые определяются балансом сил давления смазочного слоя и внешней нагрузки. Время релаксации начальных скоростей составляет $t_\varepsilon \approx \varepsilon/\omega$.

Исследован режим движений центра вала, описываемый системой уравнений в безынерционном приближении ($\varepsilon \rightarrow 0$). Показано, что в идеальных условиях жестких поверхностей и полного заполнения зазора движение вала имеет незатухающий периодический характер. При этом центр вала движется по замкнутой траектории, форма которой зависит от начальных условий. Период колебаний равен $T_d = 2,4/\omega$ для $F = 3$ и слабо растет с увеличением нагрузки.

При наличии упругого вкладыша колебания становятся затухающими с декрементом, зависящим от коэффициента жесткости вкладыша. При этом траектории движения центра вала приобретают вид спиралей с фокусом в точке равновесия.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Справочник** по триботехнике / Под ред. М. Хебды, А. В. Чинчинадзе. М.: Машиностроение, 1990. Т. 2.
2. **Галахов М. А., Гусятников П. Б., Новиков А. П.** Математические модели контактной гидродинамики. М.: Наука, 1985.
3. **Галахов М. А., Усов П. П.** Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения. М.: Наука, 1990.
4. **Захаров С. М., Эрдман В. Ф.** К расчету нестационарно нагруженных подшипников на ЭВМ // Вестн. машиностроения. 1976. № 7. С. 31–36.
5. **Захаров С. М., Эрдман В. Ф.** Гидродинамический и тепловой расчет подшипников коленчатого вала поршневого двигателя // Вестн. машиностроения. 1978. № 5. С. 24–28.
6. **Васильева А. Б., Бутузов В. Ф.** Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. шк., 1990.

*Поступила в редакцию 17/IX 2002 г.,
в окончательном варианте — 17/II 2003 г.*
