

достаточно слабых полях  $n_h \sim 400$  Э. Соответствующие области, где замороженное поле способствует течению, незначительно сужаются по сравнению с представленными на графиках, а на параметр  $t$  накладывается дополнительное ограничение  $t \leq t_h$ , где для рассматриваемых материалов  $t_h = 0,94-0,98$ . Анализ течения при  $n < n_h$ , когда насыщение намагниченности не достигается и существенную роль играют магнитокалорические эффекты, требует дополнительных исследований.

В заключение отметим, что в предельном переходе к немагнитной среде полученные нами результаты совпадают с результатами [4].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. О перспективных направлениях и задачах в механике сплошных сред.— ПММ, 1976, т. 40, вып. 6.
2. Кольм Г., Фримен А. Сильные магнитные поля.— УФН, 1966, т. 88, вып. 4.
3. Белый И. В., Фертик С. М., Хищенко А. Т. Справочник по магнитоимпульсной обработке металлов. Харьков: Вища шк., 1977.
4. Демущкий В. П., Половин Р. В. О магнитоэластическом течении.— ПММ, 1969, т. 33, вып. 5.
5. Таранов И. Е. К гидродинамике поляризующихся и намагничивающихся сред.— Магнитн. гидродинамика, 1972, вып. 1.
6. Соколовский В. В. Теория пластичности. М.: Высш. шк., 1969.

Поступила 24/XI 1983 г.

УДК 533.9

### О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ СОПРОТИВЛЕНИИ ШАРА, СОДЕРЖАЩЕГО ИСТОЧНИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ КОНДУКЦИОННОГО ТИПА

В. И. Шатров, В. И. Яковлев  
(Новосибирск)

В [1] были начаты исследования по влиянию электромагнитных объемных сил (ЭОС) на картину обтекания и на величину гидродинамического сопротивления шара. ЭОС создавались электромагнитным источником индукционного типа, расположенным внутри шара и способным привести шар в поступательное движение относительно жидкости. Из представленных в [1] графиков можно заметить один интересный результат, заключающийся в том, что в самодвижущемся режиме коэффициент сопротивления давления почти на порядок меньше своего классического значения при всех исследованных числах Рейнольдса от 50 до 300. Важно выяснить, является ли этот результат случайным и связанным с принятым в [1] режимом работы, когда ЭОС не зависели от исследуемого поля скоростей, или он имеет место при других внутренних источниках. Интересно также проверить предположение о возможности снижения суммарного коэффициента сопротивления при значениях  $Re$ , превышающих 300. Для получения ответов на оставленные вопросы численные исследования были продолжены с использованием кондукционного источника в режимах, когда распределение электрического поля и объемных сил в жидкости зависит от поля скоростей, значение числа Рейнольдса доведено до  $10^3$ . Описанию результатов этих численных экспериментов посвящена данная работа. Показано, что сопротивление давления в самодвижущемся режиме работы внутреннего источника составляет малую долю от полного сопротивления во всех рассмотренных случаях. Подтверждено, что полное сопротивление самодвижущегося шара может быть меньше своего классического значения, поскольку в одном из режимов работы внутреннего источника при  $Re = 1000$  получено снижение сопротивления на 20%. Пример такого течения позволяет утверждать, что ЭОС внутреннего источника обладают способностью снижения гидродинамического сопротивления тел малого удлинения.

Рассматривается шар радиуса  $a$  с внутренним источником электромагнитных полей, находящийся в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Скорость потока на бесконечности  $u_0$ , плотность, кинематическая вязкость и проводимость жидкости  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$  соответственно. Внутренний источник состоит из магнитной системы и системы секционированных электродов, создающих в жидкости периодические по  $\alpha$  распределения магнитного и электрического полей и связанное с этими полями распределение объем-

ных сил. (Сферические координаты вводятся аналогично [1], в частности, угол  $\theta$  отсчитывается от направления, противоположного  $u_0$ .)

Магнитное поле в жидкости в безындукционном приближении зависит только от магнитной системы и однозначно определяется заданием его  $r$ -компоненты на поверхности шара. Пусть

$$(1) \quad H_r|_{r=1} = H_0 h(\theta) \cos m\alpha,$$

где  $m$  — аналог числа пар полюсов магнитной системы; функция  $h(\theta)$  характеризует распределение  $H_r$  по поверхности шара. Примем, что  $|h(\theta)|_{\max} = 1$ ; следовательно,  $H_0$  определяет масштаб магнитного поля в системе. Безразмерное магнитное поле в жидкости  $\mathbf{H}(r, \theta, \alpha) = -\text{grad } \chi(r, \theta, \alpha)$  описывается скалярным потенциалом, удовлетворяющим уравнению Лапласа и условиям

$$(2) \quad \partial\chi/\partial r|_{r=1} = -h(\theta) \cos m\alpha, \quad \chi|_{r=\infty} = 0.$$

Решение для  $\chi$  имеет вид

$$(3) \quad \chi(r, \theta, \alpha) = \hat{\chi}(r, \theta) \cos m\alpha, \quad \hat{\chi}(r, \theta) = \sum_{l=m}^{\infty} A_l P_l^m(\cos \theta) r^{-(l+1)},$$

где коэффициенты

$$A_l = \frac{2l+1}{2(l+1)} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \int_{-1}^1 h(\theta) P_l^m(\cos \theta) d \cos \theta$$

определяются из первого граничного условия (2).

Внешняя поверхность шара, как уже отмечалось, составлена из идеально секционированных электродов, безразмерный потенциал которых задается в виде

$$(4) \quad \varphi(1, \theta, \alpha) = \varphi_0(\theta) \sin m\alpha.$$

В конкретных расчетах  $\varphi_0(\theta)$  принималась пропорциональной функции  $h(\theta)$ , определяющей магнитное поле (1) на поверхности шара, в виде

$$(5) \quad \varphi_0(\theta) = -(\kappa/m)h(\theta),$$

где параметр  $\kappa$  задает максимальное значение безразмерной  $\alpha$ -компоненты электрического поля на поверхности шара. Распределение потенциала в жидкости удовлетворяет уравнению

$$(6) \quad \Delta\varphi = (\mathbf{H} \cdot \text{rot } \mathbf{v})$$

и, следовательно, зависит от поля скоростей. Отметим, что при обезразмеривании в качестве масштабов электрического поля и его скалярного потенциала принимаются  $u_0 H_0/c$ ,  $u_0 H_0 a/c$ , масштаб скорости  $u_0$ , а объемные силы обезразмерены с использованием масштаба

$$f_0 = \sigma u_0 H_0^2 / c^2.$$

Предположим, что гидродинамическая картина обтекания осесимметрична:

$$(7) \quad \mathbf{v} = v_r(r, \theta)\mathbf{e}_r + v_\theta(r, \theta)\mathbf{e}_\theta, \quad \mathbf{w} = \text{rot } \mathbf{v} = w(r, \theta)\mathbf{e}_\alpha.$$

При этом потенциал, удовлетворяющий уравнению (6), граничному условию (4) и условию  $\varphi|_{r=\infty} = 0$ , имеет решение

$$(8) \quad \varphi(r, \theta, \alpha) = \hat{\varphi}(r, \theta) \sin m\alpha,$$

где  $\hat{\varphi}(r, \theta)$  определяется из задачи

$$(9) \quad \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\hat{\varphi}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \theta} \right) - \frac{m^2}{r \sin^2 \theta} \hat{\varphi} = \frac{m}{\sin \theta} \hat{\chi}(r, \theta) w(r, \theta),$$

$$\hat{\varphi}(1, \theta) = \varphi_0(\theta), \quad \hat{\varphi}(\infty, \theta) = 0.$$

Относительно предположения (7) необходимо ввести следующее уточнение. Начнем с замечания, что при полях  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{v}$ , задаваемых соотношениями (8), (3), (7), силовое поле

$$(10) \quad \mathbf{f}_1 = [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] + (\mathbf{H} \cdot \mathbf{v})\mathbf{H} - \mathbf{H}^2\mathbf{v},$$

вообще говоря, неосесимметрично. Оно содержит дополнительную трехмерную добавку, зависящую от  $\alpha$ , т. е. может быть представлено в виде

$$(11) \quad \mathbf{f}_1 = [f_r(r, \theta)\mathbf{e}_r + f_\theta(r, \theta)\mathbf{e}_\theta] + \\ + [\tilde{f}_r(r, \theta) \cos 2m\alpha\mathbf{e}_r + \tilde{f}_\theta(r, \theta) \cos 2m\alpha\mathbf{e}_\theta + \tilde{f}_\alpha(r, \theta) \sin 2m\alpha\mathbf{e}_\alpha];$$

$$(12) \quad f_r = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{m}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\widehat{\Psi\chi}) + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \widehat{\chi}}{\partial r} \frac{\partial \widehat{\chi}}{\partial \theta} - \frac{v_r}{r^2} \left[ \left( \frac{\partial \widehat{\chi}}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{m\widehat{\chi}}{\sin \theta} \right)^2 \right] \right\}, \\ f_\theta = \frac{1}{2} \left\{ \frac{m}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} (\widehat{\Psi\chi}) + \frac{v_r}{r} \frac{\partial \widehat{\chi}}{\partial r} \frac{\partial \widehat{\chi}}{\partial \theta} - v_\theta \left[ \left( \frac{\partial \widehat{\chi}}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{m\widehat{\chi}}{r \sin \theta} \right)^2 \right] \right\}$$

(выражения для компонент  $\tilde{\mathbf{f}}$  здесь не приводятся). Следовательно, искомое поле скоростей также можно представить в виде суммы  $\mathbf{v}_1(r, \theta, \alpha) = \mathbf{v}(r, \theta) + \tilde{\mathbf{v}}(r, \theta, \alpha)$ ,  $\langle \tilde{\mathbf{v}}(r, \theta, \alpha) \rangle = 0$ , угловые скобки означают результат усреднения по углу  $\alpha$ , причем первый член суммы, описывающий интересующую нас осесимметричную составляющую поля скоростей, представляется уравнениями  $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$ ,  $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + (2/\operatorname{Re})\Delta\mathbf{v} + 2N\mathbf{f} - \langle (\tilde{\mathbf{v}}\nabla)\tilde{\mathbf{v}} \rangle$ , содержащими осесимметричную составляющую силового поля  $\mathbf{f}(r, \theta)$ , осесимметричную составляющую давления  $p(r, \theta)$  и дополнительные (рейнольдсовы) напряжения, обусловленные пространственной добавкой в поле скоростей. Так как решение задачи в полной трехмерной постановке в настоящее время наталкивается на почти непреодолимые трудности (трехмерность при наличии больших градиентов искомых величин), имеется необходимость ограничиться исследованием осесимметричной части течения, игнорируя в уравнении движения упомянутые рейнольдсовы напряжения. В допустимости последнего шага косвенно убеждаемся с помощью вычислений компонент  $\tilde{\mathbf{f}}$  (после решения каждого варианта) и сравнения их с силовым полем  $\mathbf{f}$ , участвующим в формировании осесимметричного поля скоростей. Вычисления показывают, что в исследованных вариантах компоненты  $\tilde{f}_r, \tilde{f}_\alpha$  пренебрежимо малы и их можно не принимать во внимание. Что касается  $\tilde{f}_\theta$ , то, хотя ее максимальное значение (имеющее место непосредственно на поверхности шара в точке  $\theta = \pi/2$ ) всего в 2,5–3 раза меньше максимальной величины  $f_\theta$ ,  $\tilde{f}_\theta$  затухает гораздо быстрее как по радиусу, так и по мере удаления от угла  $\theta = \pi/2$ . Поэтому можно ожидать, что трехмерные добавки в поле скоростей значительно слабее осесимметричных составляющих. Следовательно, обусловленные ими рейнольдсовы напряжения малы по сравнению с членом  $(\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v}$  в уравнении движения, и их отбрасывание не приводит к заметной ошибке в описании осесимметричной части течения. Именно это обстоятельство и подразумевается, когда говорится о предположении (7).

Приведенные соображения, естественно, не отменяют необходимости исследования задачи в трехмерной постановке, но позволяют ее упростить, делая возможным использование линеаризации по малым пространственным добавкам в поле скоростей.

Итак, в предположении (7) задача сводится к совместному решению уравнения (9) и уравнений гидродинамики в переменных функция тока — вихрь [1]:

$$E^2\psi - r w \sin \theta = 0, \\ -\frac{1}{2r} \left[ \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{w}{r \sin \theta} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{w}{r \sin \theta} \right) \right] + \frac{1}{\operatorname{Re}} \frac{1}{r \sin \theta} E^2(r \sin \theta w) + N\Phi(r, \theta) = 0,$$

где  $\Phi = \text{rot}_\alpha f(r, \theta)$  (поле  $\mathbf{f}$  определено соотношениями (12));  $\text{Re} = u_0 2a/\nu$ ;  $N = \frac{1}{4} \frac{f_0 a}{\rho u_0^2 / 2}$ ; оператор  $E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$ .

Численное решение проводилось аналогично [1]. Использовалась более сгущенная у поверхности шара расчетная сетка, содержащая 80 точек по радиусу и 60 точек по углу  $\theta$ .

Вычисления проводились для функций  $h(\theta) = \sin^2 \theta$  и  $\varphi_0(\theta)$ , определяемых соотношением (5), при которых максимальное силовое поле создается вблизи плоскости  $\theta = \pi/2$ . Число Рейнольдса менялось от  $10^2$  до  $10^3$ , параметр  $\kappa = 1,6$ , а число  $m$  принимало значения 4 и 10.

При различных  $N$  вычислялись распределения  $\psi$ ,  $w$ ,  $\varphi$  и распределение безразмерных объемных сил в жидкости, а также распределение давления по поверхности шара. На основе этих данных, как и в [1], определялись коэффициенты сопротивления  $c_p(N)$ ,  $c_f(N)$ ,  $c_d(N)$ , безразмерная сила тяги

$$F_1(m, N) = - \int_1^\infty \int_0^\pi (f_r \cos \theta - f_\theta \sin \theta) 2\pi r^2 \sin \theta d\theta dr,$$

а также значение  $N = N_*$ , при котором шар становится самодвижущимся. Вычислялись также величины потребляемой электрической мощности

$$\sigma \left( \frac{u_0 H_0}{c} \right)^2 a^3 \int_1^\infty \int_0^\pi \{[\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{H})] \cdot \mathbf{E}\} 2\pi r^2 \sin \theta d\theta dr,$$

суммарной механической мощности объемных сил

$$f_0 a^3 u_0 \int_1^\infty \int_0^\pi (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}) 2\pi r^2 \sin \theta d\theta dr$$

и двух различных КПД:

$$\eta = \frac{\text{тяговая мощность} = \pi a^2 \frac{\rho u_0^2}{2} c_d(N_*) u_0}{\text{электрическая мощность}},$$

$$\eta_{\text{проп}} = \frac{\text{тяговая мощность}}{\text{механическая мощность}}.$$

Результаты вычислений названных интегральных величин, относящиеся к режиму  $N_*$ , сведены в таблицу. В последнем столбце таблицы для сравнения приведены также значения коэффициента сопротивления при классическом обтекании ( $N = 0$ ), вычисленные по формуле [2]

$$c_d = \frac{24}{\text{Re}} \left( 1 + 0,2207 \sqrt{\text{Re}} + \frac{\text{Re}}{80} \right),$$

полученной обработкой экспериментальных данных для  $1 \leq \text{Re} \leq 1000$ .

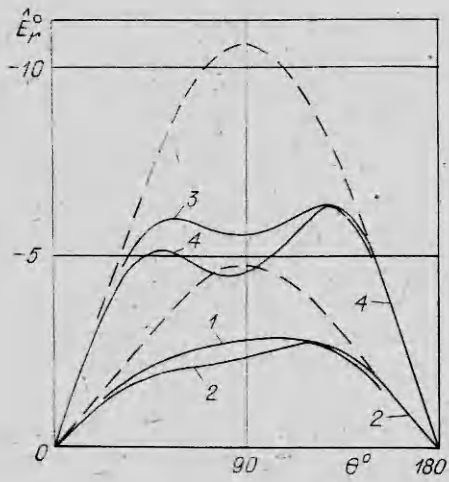
Из приведенных в таблице данных видно, что во всех случаях  $c_p(N_*)$  имеет значения, составляющие всего несколько процентов от суммарного коэффициента сопротивления  $c_d(N_*)$ , в то время как при классическом обтекании относительный вес сопротивления давления в общем сопротивлении меняется от 0,46 при  $\text{Re} = 100$  до 0,58 при  $\text{Re} = 400$  и, очевидно, до еще больших значений при больших  $\text{Re}$ . Поэтому здесь можно говорить об исчезновении сопротивления давления при рассматриваемом способе движения шара, хотя следует подчеркнуть, что сопротивление трения при этом растет и за этот счет суммарное сопротивление во многих случаях также увеличивается. Это увеличение сопротивления имеет место при меньших значениях числа Рейнольдса и исчезает при увеличении  $\text{Re}$ . Пусть  $\text{Re}_0$  — такое число Рейнольдса, при котором сопротивление самодвижущегося шара равно своему классическому значению; тогда, как видно из таблицы, при  $m = 4$   $\text{Re}_0$  лежит между 400 и 600, а при  $\text{Re} = 1000$  уже имеет место уменьшение суммарного коэффициента сопротив-

|                        | Re   | $N_*$ | $c_d(N_*)$ | $c_p(N_*)$ | $c_f(N_*)$ | $F_1(m, N_*)$ | $\frac{\eta}{\nu_{\text{проп}}}$ | $c_d(0)$ |
|------------------------|------|-------|------------|------------|------------|---------------|----------------------------------|----------|
| $m = 4, \kappa = 1,6$  | 100  | 2,58  | 2,00       | -0,11      | 2,11       | 0,607         | 0,347<br>1,132                   | 1,070    |
|                        | 200  | 1,535 | 1,136      | -0,043     | 1,179      | 0,581         | 0,342<br>1,070                   | 0,795    |
|                        | 300  | 1,148 | 0,828      | -0,018     | 0,846      | 0,566         | 0,340<br>1,045                   | 0,686    |
|                        | 400  | 0,952 | 0,670      | -0,005     | 0,675      | 0,554         | 0,336<br>1,020                   | 0,625    |
|                        | 600  | 0,757 | 0,510      | 0,010      | 0,500      | 0,536         | 0,335<br>0,993                   | 0,556    |
|                        | 1000 | 0,610 | 0,396      | 0,041      | 0,355      | 0,507         | 0,329<br>0,946                   | 0,491    |
| $m = 10, \kappa = 1,6$ | 100  | 11,0  | 3,830      | -0,189     | 4,019      | 0,273         | 0,442<br>1,354                   | 1,070    |
|                        | 400  | 3,46  | 1,115      | -0,052     | 1,167      | 0,254         | 0,431<br>1,234                   | 0,625    |
|                        | 600  | 2,54  | 0,796      | -0,030     | 0,826      | 0,246         | 0,432<br>1,215                   | 0,556    |
|                        | 1000 | 1,80  | 0,540      | -0,009     | 0,549      | 0,235         | 0,423<br>1,137                   | 0,491    |

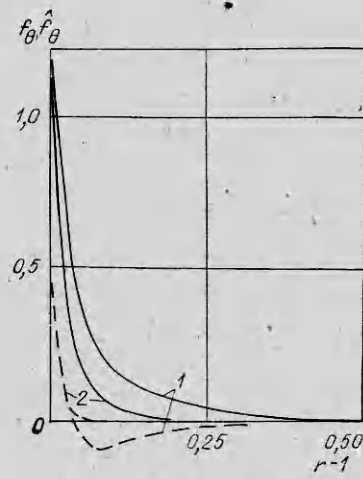
ления примерно на 20%. При больших  $m$  увеличение суммарного сопротивления за счет ЭОС сохраняется до более высоких значений  $Re$ , так как при этом силовое поле более прижато к поверхности тела, имеет большую интенсивность и, ускоряя пристенный слой жидкости, сильнее увеличивает градиент скорости на поверхности. Например, при  $m = 10$ , как видно из таблицы, значение  $Re_0$  несколько превышает 1000, т. е. в пределах  $10^2 \leq Re \leq 10^3$  уменьшения  $c_d(N_*)$  по сравнению с  $c_d(0)$  не происходит.

Значение КПД в рассматриваемом случае меняется в пределах от 0,33 до 0,44, т. е. даже при неоптимальном источнике имеет значительную величину. Что касается  $\eta_{\text{проп}}$ , то его величина близка или превышает единицу. Этим система со свободным полем отличается от пропульсивных установок каналового типа.

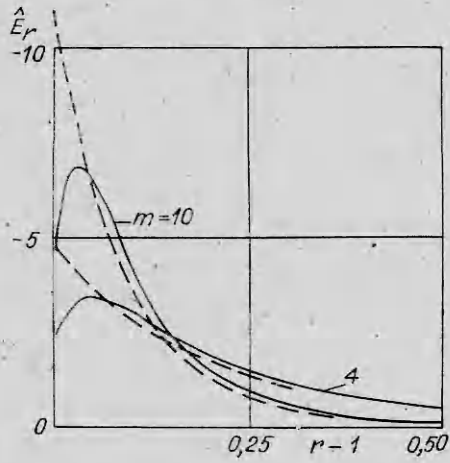
Распределения полевых величин для некоторых из приведенных в таблице режимов даны на фиг. 1–6. Кривые на фиг. 1 описывают распределение радиальной компоненты электрического поля  $E_r|_{r=1} = -\partial\hat{\varphi}/\partial r|_{r=1} \sin m\alpha = \hat{E}_r^0 \sin m\alpha$  по поверхности шара. Кривые 1 и 2 получены при  $m = 4$  и  $Re = 100$  и 1000, кривые 3 и 4 получены при  $m = 10$  и  $Re = 100$  и 1000. Здесь же для сравнения штриховой линией изображены кривые для  $m = 4$  и 10, получаемые без учета пространственных зарядов, т. е. кривые, описывающие распределение  $E_r|_{r=1}$  в неподвижной жидкости. Видно, что объемные заряды значительно уменьшают нормальную компоненту электрического поля вблизи поверхности шара в районе экваториальной плоскости  $\theta = \pi/2$ , где плотность объемных зарядов максимальна. Характер изменения  $E_r$  по мере удаления от поверхности шара показан на фиг. 2, иллюстрирующей зависимость  $\hat{E}_r = -\partial\hat{\varphi}/\partial r$  (штриховые линии здесь также соответствуют функциям, полученным без учета пространственных зарядов). Видно, что пространственные заряды делают эту зависимость немонотонной. Кривые фиг. 2 соот-



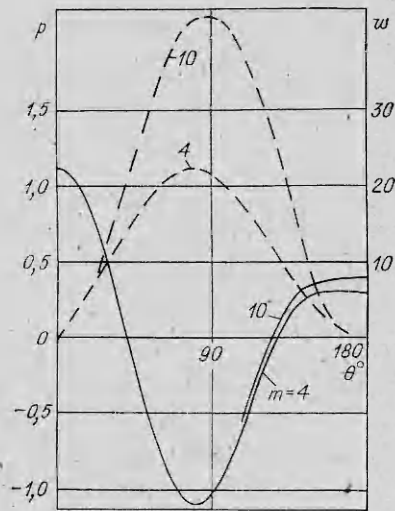
Фиг. 1



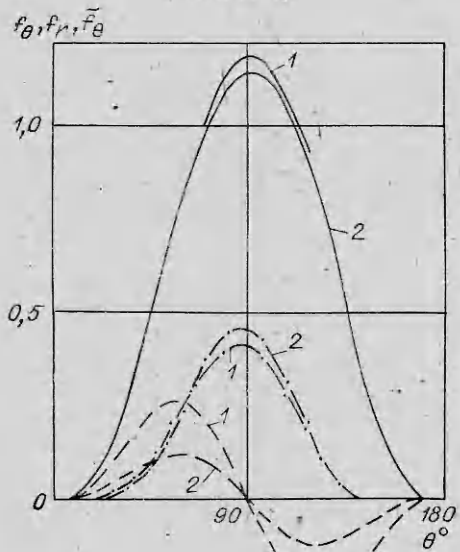
Фиг. 4



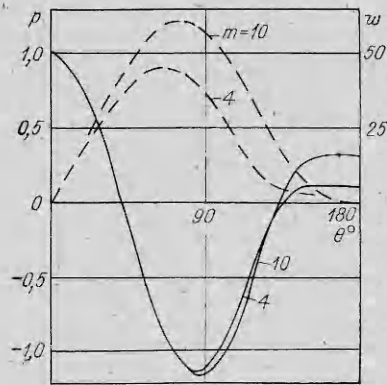
Фиг. 2



Фиг. 5



Фиг. 3



Фиг. 6

ветствуют  $Re = 1000$ ; результаты для  $Re = 100$  несущественно отличаются от представленных и на график не нанесены.

Последнее замечание относится и к фиг. 3, 4, которые характеризуют распределение объемных сил в жидкости и построены для  $Re = 1000$ . На фиг. 3 дано распределение компонент сил из (11) по поверхности шара. Здесь сплошные кривые соответствуют  $f_\theta$ , штриховые —  $f_r$ , штрихпунктирные —  $\tilde{f}_\theta$ ; цифры 1 и 2 относятся соответственно к  $m = 4$  и 10. Из компонент поля  $\tilde{\mathbf{f}}$ , описывающего трехмерную добавку в силовое поле (11), здесь приведены лишь  $\tilde{f}_\theta$ , так как  $\tilde{f}_r, \tilde{f}_\alpha$  пренебрежимо малы — их максимальные по модулю значения (по результатам расчетов), достигаемые в точках  $\theta \approx 30$  и  $66^\circ$  соответственно, равны  $2,2 \cdot 10^{-3}$  и  $4,6 \cdot 10^{-2}$  при  $m = 4$  и еще меньше при  $m = 10$ . Фиг. 4 иллюстрирует характер спада  $f_\theta$  (сплошные кривые) и  $\tilde{f}_\theta$  (штриховые линии) по радиусу в плоскости  $\theta = \pi/2$  (цифры 1, 2, как на фиг. 3). Видно, что затухание  $\tilde{f}_\theta$  происходит значительно быстрее, чем  $f_\theta$ , причем при  $m = 4$   $\tilde{f}_\theta$  спадает немонотонно.

На фиг. 5, 6 представлены распределения давления (сплошные линии) и завихренности (штриховые линии) в самодвижущемся режиме соответственно для  $Re = 100$  и 1000. Видно, что во всех случаях обтекание безотрывное и характеризуется наличием больших положительных значений завихренности на всей поверхности шара, качественное поведение кривых полностью аналогично полученным в [1].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шатров В. И., Яковлев В. И. Изменение гидродинамического сопротивления шара, приводимого в движение электромагнитными силами. — ПМТФ, 1981, № 6.
2. Lin C. L., Lee S. C. Transient state analysis of separated flow around a sphere. — Computers and Fluids, 1973, vol. 1, N 3.

Поступила 19/XII 1983 г.

УДК 532.526

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ЛАМИНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

В. В. Боголепов, И. И. Липатов

(Москва)

Локальные изменения формы поверхности летательного аппарата, созданные специально или возникающие естественным образом, могут значительно влиять на теплопередачу, сопротивление трения, определять состояние течения в пограничном слое. Анализ предельных решений уравнений Навье — Стокса при  $Re \rightarrow \infty$  ( $Re$  — число Рейнольдса), проведенный в [1, 2], показал, что возможны различные режимы ламинарного течения около плоских неровностей, характеризующиеся различием в соотношении сил вязкости и сил инерции, в характере взаимодействия течения около неровности с внешним невязким течением.

Для описания таких режимов течения в [1, 2] использован метод сращиваемых асимптотических разложений, сформулированы постановки соответствующих краевых задач и получены результаты численного решения. Впоследствии были получены результаты исследования конкретных режимов или форм неровностей [3—9].

На практике чаще встречаются пространственные, а не плоские неровности; интерес к исследованию обтекания таких неровностей связан также с задачами обтекания элементов рельефа земной поверхности. Результаты исследования обтекания пространственных неровностей представлены в [10—16]. Но изучены не все возможные режимы течения около пространственных неровностей.

В данной работе исследовано обтекание неровностей, длина которых меньше или равна толщине пограничного слоя, а также более длинных неровностей, течение около которых не взаимодействует с течением во внешнем невязком потоке.

1. Рассматривается стационарное обтекание пространственной неровности, находящейся на дне ламинарного пограничного слоя на расстоянии  $l$  от передней кромки плоской поверхности (фиг. 1).