

УДК 536.4.033

МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НАНОЖИДКОСТИ НА РАСТЯГИВАЕМОЙ ПЛАСТИНЕ С УЧЕТОМ ВЫДЕЛЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ТЕПЛА

М. Мадху, Н. Кишан

Османский университет, 500007 Хайдарабад, Индия

E-mails: madhumaccha@gmail.com, kishan_n@rediffmail.com

Исследовано влияние магнитного поля на течение в пограничном слое наножидкости Джеффри на растягиваемой пластине с учетом выделения (поглощения) тепла. С использованием преобразования подобия система уравнений в частных производных сводится к системе автономных нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решается с помощью вариационного метода конечных элементов. Получены значения скорости, температуры, объемной доли фракции наночастиц, а также чисел Нуссельта и Шервуда. Проведено сравнение полученных результатов численных расчетов с известными данными, показавшее, что они хорошо согласуются.

Ключевые слова: неньютоновская наножидкость, растягиваемая пластина, броуновское движение, термофорез.

DOI: 10.15372/PMTF20160519

Введение. Наножидкость представляет собой жидкость, содержащую наночастицы — частицы нанометровых размеров, при наличии которых существенно изменяются теплопроводность и скорость конвекции [1]. В экспериментах обычно используются наночастицы металлов, оксидов, карбидов или углеродные нанотрубки. Важной характеристикой наножидкостей является отсутствие осаждения частиц вследствие броуновского движения. Теоретически возможно существование устойчивой наножидкости с частицами размером менее 100 нм. Наножидкости используются в качестве охлаждающих жидкостей в автомобильной и электронной промышленности. Добавление наночастиц позволяет существенно увеличить теплоперенос в жидкости. Порошки с нанофазой имеют большую площадь поверхности, что позволяет увеличивать скорость теплопереноса. Существует ряд теорий, объясняющих большую скорость теплопереноса в наножидкостях. Например, в работе [2] увеличение коэффициента теплопереноса объясняется наличием дисперсии частиц взвеси, а в [3] — увеличением турбулентности, обусловленной движением наночастиц. Среди большого количества работ, посвященных исследованию свойств наножидкостей, следует отметить работы [4–9].

Течения в пограничном слое на растягиваемой пластине применяются в различных химических технологиях, в металлургии, при экструзии полимеров, охлаждении расплавов. В [10] исследовалось течение в пограничном слое на растягиваемой поверхности, движущейся с постоянной скоростью, сформулированы уравнения пограничного слоя для

двумерного и осесимметричного течений. В [11] рассмотрено течение, возникающее при растяжении пластины. В работе [12] изучались решения уравнений движения жидкости, полученные с помощью преобразования подобия для нестационарного пограничного слоя на растягиваемой пластине с учетом теплопереноса. В [13] исследованы течение и теплоперенос на растягиваемой поверхности, в случае когда зависимость разности температур поверхности и протекающей жидкости от расстояния до фиксированной точки является степенной. В работах [14–16], являющихся продолжением работы [11], проведен анализ тепломассопереноса при различных физических условиях. Аналогичные задачи рассматривались в работах [17–24]. В [25] исследована модель Джеффри для течения неньютоновской наножидкости на растягиваемой пластине, с помощью этой модели получено численное решение.

Неньютоновские жидкости, особенно вязкоупругие, широко применяются в промышленности. В работах [26–30] изучались течения вязкоупругой жидкости на растягиваемой пластине. Ранее влияние внутреннего выделения и поглощения тепла на теплоперенос не исследовалось. В случае если температуры поверхности и жидкости существенно различаются, необходимо учитывать зависимость мощности источника тепла от температуры, оказывающую значительное влияние на процесс теплопереноса. Возможна ситуация, когда такой источник находится в пограничном слое. В настоящей работе рассматриваются процессы теплопереноса в потоке вязкопластичной жидкости на экспоненциально растягиваемой пластине. В [31, 32] изучалось влияние однородного поглощения (выделения) тепла на теплоперенос от растягиваемой пластины к охлаждающей жидкости. В [33] изучался процесс теплопереноса с учетом неоднородности источника тепла. Следует отметить, что в указанных выше работах исследовались ньютоновские жидкости.

В настоящей работе рассматриваются особенности магнитогидродинамического (МГД) течения в пограничном слое неньютоновской наножидкости на растягиваемой пластине при наличии выделения (поглощения) тепла. С использованием преобразования подобия основные уравнения в частных производных преобразуются в систему автономных нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решаются численно вариационным методом конечных элементов. Исследуется влияние различных параметров потока на скорость, температуру, объемную долю фракции наночастиц.

1. Математическая постановка задачи. Рассмотрим двумерное стационарное МГД-течение в пограничном слое электропроводящей неньютоновской наножидкости на растягиваемой пластине в плоскости (x, y) . Жидкость является однофазной и находится в состоянии термического равновесия. Наночастицы имеют одинаковые форму и размер. Пластина растягивается в плоскости $y = 0$, жидкость движется в области $y > 0$. Растяжение происходит с линейной скоростью $u_w(x) = ax$, где $a > 0$. Ось x направлена вдоль пластины. Уравнения течения в пограничном слое жидкости Джеффри с наночастицами имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0; \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\nu}{1 + \lambda} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \lambda_1 \left(u \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + v \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \right] - \frac{\sigma}{\rho_f} B_0^2 u, \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \\ &+ \tau \left\{ D_B \left(\frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{D_T}{T_\infty} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} + \frac{Q_0}{\rho C_f} (T - T_\infty), \\ u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} &= D_B \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где u, v — компоненты скорости в направлениях осей x, y соответственно; ρ_f — плотность несущей жидкости; ν — кинематическая вязкость жидкости; σ — электрическая проводимость; B_0 — индукция магнитного поля; ρ — плотность наножидкости; λ, λ_1 — отношение времени релаксации к времени ретардации и время ретардации соответственно; α — температуропроводность; T — температура жидкости; C — объемная доля фракции наночастиц; D_B — коэффициент броуновской диффузии; D_T — коэффициент термодиффузии; $\tau = (\rho c)_p/(\rho c)_f$ — отношение теплоемкости материала наночастиц к теплоемкости жидкости; C_f — коэффициент объемного расширения; ρ_p — плотность частиц; член $Q_0(T - T_\infty)$ определяет количество выделенного или поглощенного тепла на единицу объема; Q_0 — константа, которая может принимать как положительное, так и отрицательное значение. Если температура жидкости на стенке T_w превышает температуру в свободном потоке T_∞ , то при $Q_0 > 0$ происходит выделение тепла, при $Q_0 < 0$ — его поглощение.

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} y = 0: \quad u = u_w(x) = ax, \quad v = 0, \quad T = T_w, \quad C = C_w, \\ y \rightarrow \infty: \quad u_y = 0, \quad u = 0, \quad T = T_\infty, \quad C = C_\infty, \end{aligned}$$

где T_w, C_w — температуры жидкости и фракции наночастиц на стенке соответственно.

Введем функцию тока ψ :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

и выполним преобразования подобия

$$\psi = (a\nu)^{1/2} x f(\eta), \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \varphi(\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}, \quad \eta = \sqrt{\frac{a}{\nu}} y. \quad (2)$$

Тогда уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно, а уравнения (1) принимают вид

$$\begin{aligned} f''' + \beta(f''^2 - f f''''') + (1 + \lambda)(f f'' - f'^2 - M f') &= 0, \\ \theta'' + \text{Pr}(f \theta' + N_B \theta' \varphi' + N_t \theta'^2 + Q \theta) &= 0, \\ \varphi'' + \text{Le} f \varphi' + \frac{N_t}{N_B} \theta'' &= 0. \end{aligned}$$

С учетом (2) граничные условия записываются в виде

$$\begin{aligned} f(0) = 0, \quad f'(0) = 1, \quad f'(\infty) = 0, \quad f''(\infty) = 0, \\ \theta(0) = 1, \quad \theta(\infty) = 0, \quad \varphi(0) = 1, \quad \varphi(\infty) = 0. \end{aligned}$$

Здесь $\beta = \lambda_1 c$ — число Деборы; $\text{Pr} = \nu/\alpha$ — число Прандтля; $M = \sigma B_0^2 / (a \rho_f)$ — параметр магнитного поля; $N_B = (\rho c)_p D_B C_\infty / (\nu (\rho c)_f)$ — параметр броуновского движения; $N_t = (\rho c)_p D_T (T_w - T_\infty) / (T_\infty \nu (\rho c)_f)$ — параметр термофореза; $Q = Q_0 / (a (\rho C)_f)$ — параметр источника тепла; $\text{Le} = \nu / D_B$ — число Льюиса. С использованием функций $\theta(\eta)$ и $\varphi(\eta)$ можно определить локальные числа Нуссельта Nu и Шервуда Sh :

$$\text{Nu} = \frac{x q_w}{\alpha (T_w - T_\infty)}, \quad \text{Sh} = \frac{x q_m}{D_B (C_w - C_\infty)}. \quad (3)$$

Здесь

$$q_w = -\alpha \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad q_m = -D_B \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}.$$

Безразмерные соотношения (3) можно записать в виде

$$\text{Re}_x^{-1/2} \text{Nu} = -\theta'(0), \quad \text{Re}_x^{-1/2} \text{Sh} = -\varphi'(0),$$

где $\text{Re}_x = u_w(x) x / \nu$ — локальное число Рейнольдса. В [8] введены редуцированные числа Нуссельта $\text{Nu}_r = -\theta'(0)$ и Шервуда $\text{Sh}_r = -\varphi'(0)$.

2. Методика решения. Для решения полученной системы уравнений используется метод конечных элементов. Расчетная область разделена на 1000 треугольных элементов одинакового размера с квадратичными базисными функциями на них. Каждый элемент имеет три узла, в расчетной области содержится 2001 узел. В каждом узле необходимо вычислить четыре функции. В результате получаем 8004 нелинейных уравнения. После наложения краевых условий остается 7997 уравнений, которые решаются методом исключения Гаусса.

3. Результаты исследования и их обсуждение. Изучено влияние физических параметров на поток, температуру, объемную долю фракции наночастиц. Для проверки точности использованного численного метода проведено сравнение вычисленных значений редуцированных чисел Нуссельта $-\theta'(0)$ и Шервуда $-\varphi'(0)$ с данными работы [7] (табл. 1). Из табл. 1 следует, что эти результаты хорошо согласуются.

В табл. 2 представлены значения редуцированных чисел Нуссельта и Шервуда. Из табл. 2 следует, что при увеличении N_t и N_B значение Nu_r уменьшается, а значение Sh_r увеличивается.

Результаты численных расчетов представлены на рис. 1–10. На рис. 1, 2 показано влияние числа Деборы β и параметра магнитного поля M на скорость. Видно, что с увеличением β и с уменьшением M скорость увеличивается. Это объясняется тем, что воздействие поперечного магнитного поля на проводящую жидкость приводит к появлению силы Лоренца, которая оказывает сопротивление движению, вследствие чего уменьшается скорость.

Таблица 1

Значения редуцированных чисел Нуссельта $-\theta'(0)$ и Шервуда $-\varphi'(0)$
при $Le = Pr = 10$, $\beta = \lambda = M = Q = 0$

N_B	N_t	$-\theta'(0)$		$-\varphi'(0)$	
		Данные [7]	Данные настоящей работы	Данные [7]	Данные настоящей работы
0,1	0,1	0,9524	0,952 37	2,1294	2,129 16
	0,2	0,6932	0,693 11	2,2740	2,273 84
	0,3	0,5201	0,520 04	2,5286	2,528 57
0,2	0,1	0,5056	0,505 45	2,3819	2,381 75
	0,2	0,3654	0,365 27	2,5152	2,515 14
	0,3	0,2731	0,272 66	2,6555	2,655 38
0,3	0,1	0,2522	0,252 18	2,4100	2,409 35
	0,2	0,1816	0,181 44	2,5150	2,514 31
	0,3	0,1355	0,135 42	2,6088	2,608 64

Таблица 2

Значения Nu_r , Sh_r и N_B , N_t при $\beta = 0,3$, $\lambda = 0,3$, $Pr = 7$, $Le = 5$, $M = 1$, $Q = 0,2$

N_t	$N_B = 0,1$		$N_B = 0,2$		$N_B = 0,3$	
	Nu_r	Sh_r	Nu_r	Sh_r	Nu_r	Sh_r
0,1	0,5885	1,0568	0,3933	1,5016	0,1691	1,5525
0,2	0,4177	1,1120	0,2446	1,6038	0,0610	1,6475
0,3	0,2796	1,3912	0,1258	1,7605	-0,0162	1,7608

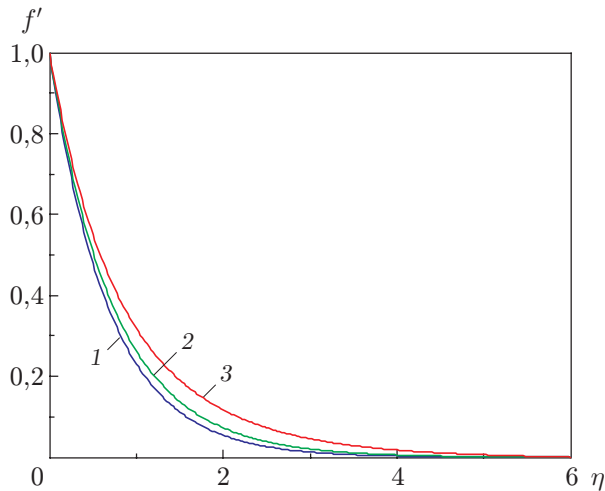


Рис. 1

Рис. 1. Зависимость скорости от расстояния от пластины при различных значениях числа Деборы β :

1 — $\beta = 0,2$, 2 — $\beta = 0,4$, 3 — $\beta = 0,8$

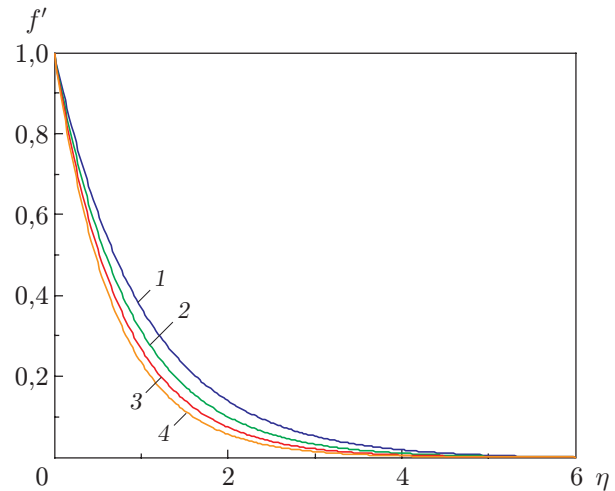


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость скорости от расстояния от пластины при различных значениях параметра магнитного поля M :

1 — $M = 0$, 2 — $M = 0,5$, 3 — $M = 1,0$, 4 — $M = 1,5$

На рис. 3 показано влияние числа Деборы β на температуру и объемную долю фракции наночастиц. Видно, что при увеличении β значения θ и φ уменьшаются. С увеличением параметра λ температура и объемная доля фракции наночастиц увеличиваются (рис. 4). С увеличением параметра магнитного поля M температура и объемная доля фракции наночастиц также увеличиваются за счет действия силы Лоренца, замедляющей течение (рис. 5). Увеличивая магнитное поле, можно увеличить температуру и толщину температурного пограничного слоя.

Из рис. 6 следует, что с увеличением числа Прандтля температура уменьшается, а объемная доля фракции наночастиц увеличивается вблизи пограничного слоя и уменьшается вдали от пластины. Число Прандтля представляет собой отношение кинематической вязкости к температуропроводности, поэтому толщина температурного пограничного слоя увеличивается с уменьшением числа Прандтля, при этом температура также увеличивается.

Из рис. 7 следует, что с увеличением параметра броуновского движения N_B температура увеличивается, а объемная доля фракции наночастиц уменьшается. По-видимому, увеличение теплопроводности наножидкости происходит в основном за счет броуновского движения, обеспечивающего перемешивание. С увеличением параметра термофореза N_t увеличиваются и температура, и объемная доля фракции наночастиц (рис. 8). На рис. 9 приведены зависимости температуры и объемной доли фракции наночастиц от расстояния от пластины при различных значениях параметра источника тепла. Видно, что в случае подвода тепла ($Q > 0$) температура в пограничном слое повышается с увеличением Q . В случае если происходит поглощение тепла ($Q < 0$), температура в пограничном слое уменьшается. При $Q = 0$ теплоперенос отсутствует. При подводе тепла объемная доля фракции наночастиц вблизи пластины уменьшается, а по мере удаления от нее — растет. С увеличением числа Льюиса температура и объемная доля фракции наночастиц уменьшаются (рис. 10).

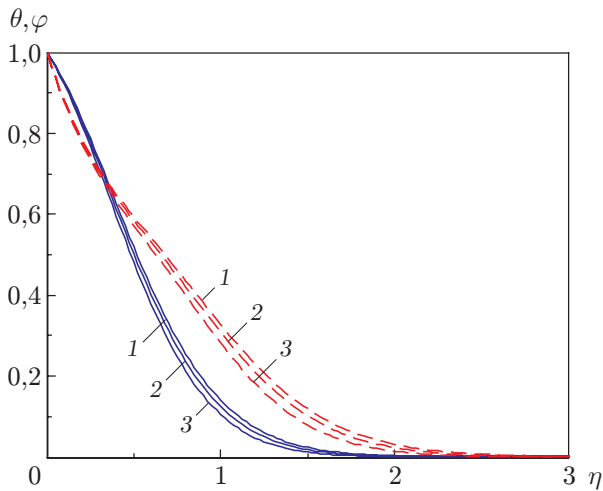


Рис. 3

Рис. 3. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях числа Деборы β :

1 — $\beta = 0,2$, 2 — $\beta = 0,4$, 3 — $\beta = 0,8$

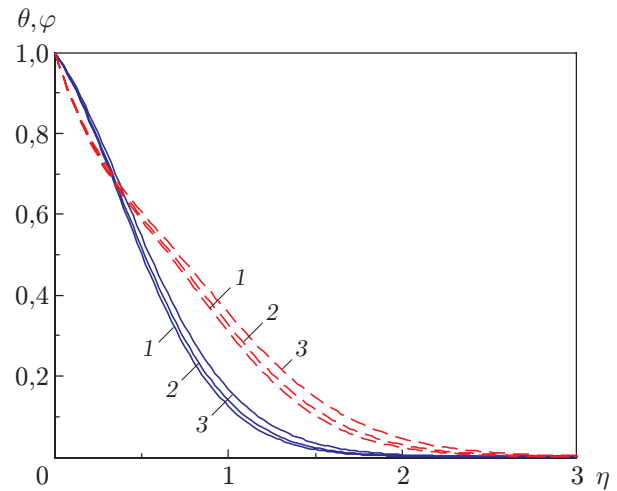


Рис. 4

Рис. 4. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях параметра λ :

1 — $\lambda = 0,2$, 2 — $\lambda = 0,4$, 3 — $\lambda = 0,8$

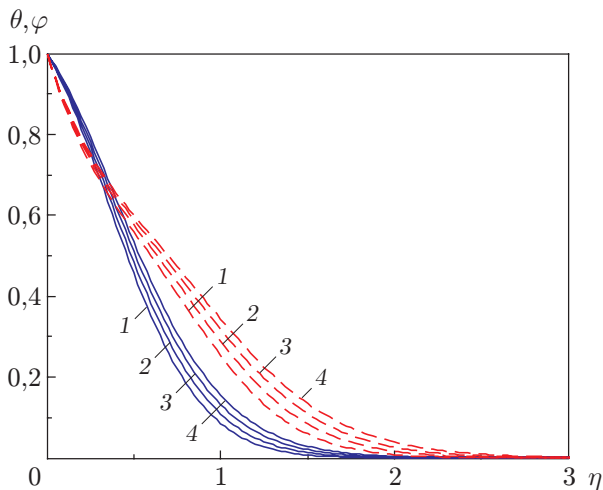


Рис. 5

Рис. 5. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях параметра магнитного поля M :

1 — $M = 0$, 2 — $M = 0,5$, 3 — $M = 1,0$, 4 — $M = 1,5$

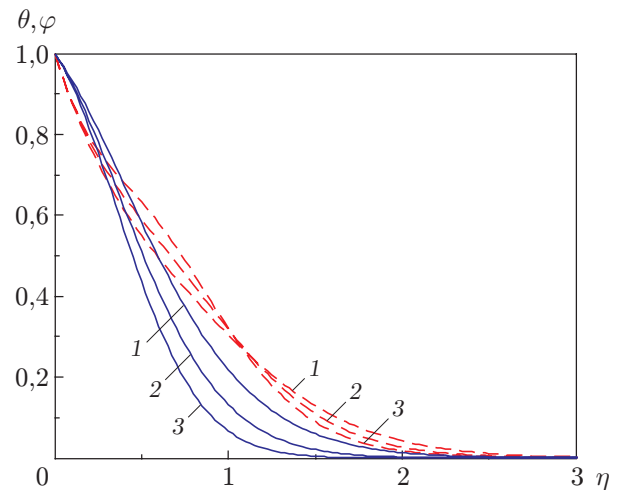


Рис. 6

Рис. 6. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях числа Прандтля Pr :

1 — $Pr = 5$, 2 — $Pr = 7$, 3 — $Pr = 10$

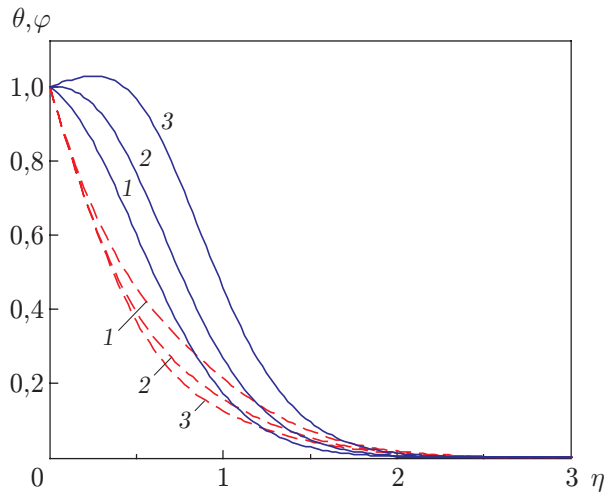


Рис. 7

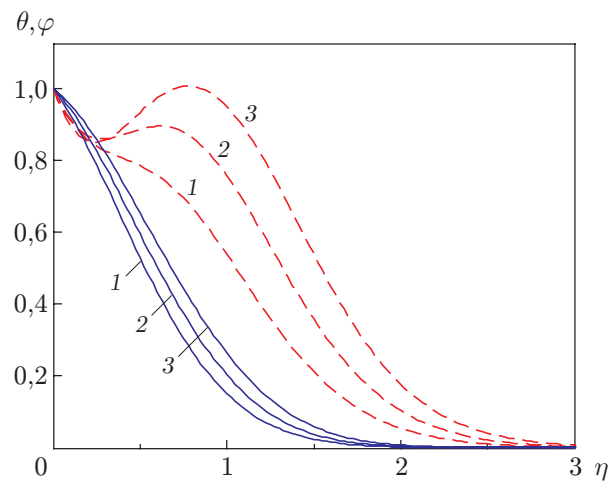


Рис. 8

Рис. 7. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях параметра броуновского движения N_B :

1 — $N_B = 0,2$, 2 — $N_B = 0,4$, 3 — $N_B = 0,8$

Рис. 8. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях параметра термофореза N_t :

1 — $N_t = 0,2$, 2 — $N_t = 0,4$, 3 — $N_t = 0,6$

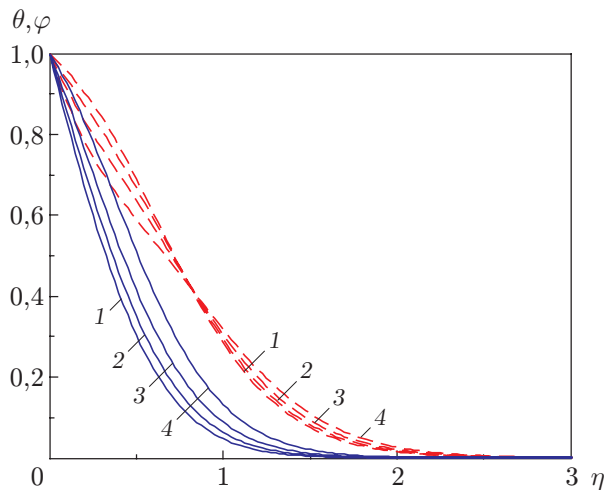


Рис. 9

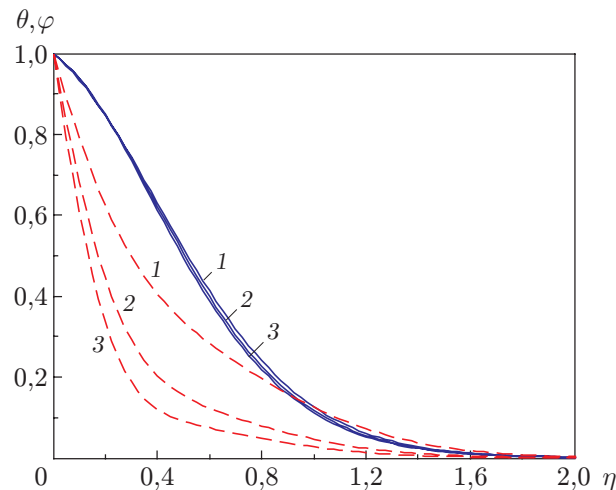


Рис. 10

Рис. 9. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях параметра источника тепла Q :

1 — $Q = -0,4$, 2 — $Q = -0,2$, 3 — $Q = 0$, 4 — $Q = 0,2$

Рис. 10. Зависимости температуры (сплошные линии) и объемной доли фракции наночастиц (штриховые линии) от расстояния от пластины при различных значениях числа Льюиса Le :

1 — $Le = 10$, 2 — $Le = 20$, 3 — $Le = 30$

Таким образом, получены зависимости скорости, температуры наножидкости и объемной доли фракции наночастиц от числа Деборы β , отношения времени релаксации к времени ретардации λ , числа Прандтля Pr , параметра напряженности магнитного поля M , параметра броуновского движения N_B , параметра термофореза N_t , параметра источника тепла Q , числа Льюиса Le .

ЛИТЕРАТУРА

1. **Choi S. U. S.** Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // *Develop. Appl. Non-Newtonian Flows*. 1995. V. 231. P. 99–105.
2. **Pak B. C., Cho Y.** Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles // *Experiment Heat Transfer*. 1998. V. 11. P. 151–170.
3. **Xuan Y., Li Q.** Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids // *J. Heat Transfer*. 2003. V. 125. P. 151–155.
4. **Wang L., Wei X.** Heat conduction in nanofluids // *Chaos Solitons Fract.* 2009. V. 39. P. 2211–2215.
5. **Buongiorno J.** Convective transport in nanofluids // *J. Heat Transfer*. 2010. V. 128. P. 240–250.
6. **Kakac S., Pramuanjaroenkij A.** Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2009. V. 52. P. 3187–3196.
7. **Khan W. A., Pop I.** Boundary-layer flow of a nanofluid past a stretching sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2010. V. 53. P. 2477–2483.
8. **Kuznetsov A. V., Nield D. A.** Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate // *Intern. J. Thermal. Sci.* 2010. V. 49. P. 243–247.
9. **Vajravelu K., Prasad K. V., Lee J., et al.** Convective heat transfer in the flow of viscous Ag — water and Cu — water nanofluids over a stretching surface // *Intern. J. Thermal Sci.* 2011. V. 50. P. 843–851.
10. **Sakiadis B. C.** Boundary layer behaviors on continuous solid surface // *AIChE J.* 1961. V. 7. P. 221–225.
11. **Crane L. J.** Flow past a stretching plate // *Z. angew. Math. Phys.* 1970. Bd 21. S. 645–647.
12. **Sharidan S., Mahmood T., Pop I.** Similarity solutions for the unsteady boundary layer flow and heat transfer due to a stretching sheet // *Intern. J. Appl. Mech. Engng.* 2006. V. 11. P. 647–654.
13. **Carragher P., Crane L. J.** Heat transfer on continuous stretching surface // *Z. angew. Math. Mech.* 1982. Bd 62. S. 564–575.
14. **Gupta P. S., Gupta A. S.** Heat and mass transfer on a stretching sheet with suction or blowing // *Canad. J. Chem. Engng.* 2009. V. 55. P. 744–746.
15. **Dutta B. K., Roy P., Gupta A. S.** Temperature field in the flow over stretching sheet with uniform heat flux // *Intern. Comm. Heat Transfer*. 1985. V. 12. P. 89–94.
16. **Dessie H., Kishan N.** MHD effects on heat transfer over stretching sheet embedded in porous medium with variable viscosity, viscous dissipation and heat source/sink // *Ain Shams Engng J.* 2014. V. 5. P. 967–977.
17. **Ishak A., Nazar R., Pop I.** Mixed convection on the stagnation point flow of a micro fluid towards a stretching sheet // *Meccanica*. 2008. V. 43. P. 411–418.
18. **Ishak A., Nazar R., Pop I.** Boundary layer ow and heat transfer over an unsteady stretching vertical surface // *Meccanica*. 2009. V. 44. P. 369–375.
19. **Mahapatra T. R., Dholey S., Gupta A. S.** Momentum and heat transfer in the magnetohydrodynamic stagnation-point flow of a viscoelastic fluid toward a stretching surface // *Meccanica*. 2007. V. 42. P. 263–272.

20. **Pal D.** Heat and mass transfer in stagnation-point flow towards a stretching surface in the presence of buoyancy force and thermal radiation // *Meccanica*. 2009. V. 44. P. 145–158.
21. **Pal D., Hiremath P. S.** Computational modeling of heat transfer over an unsteady stretching surface embedded in a porous medium // *Meccanica*. 2010. V. 45. P. 415–424.
22. **Abel M. S., Sanjayanand E., Nandeppanavar M. M.** Viscoelastic MHD flow and heat transfer over a stretching sheet with viscous and ohmic dissipations // *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2008. V. 13. P. 1808–1821.
23. **Mukhopadhyay S., Mondal I. C.** Heat analysis for fluid flow over an exponentially stretching porous sheet with surface heat flux in porous medium // *Ain Shams Engng J.* 2013. V. 4. P. 103–110.
24. **Zheng X., Jin L. C., Zhang X. X., Zhang J. H.** Unsteady heat and mass transfer in MHD over an oscillatory stretching surface with Soret and Dufour effects // *Acta Mech. Sinica*. 2013. V. 29. P. 667–675.
25. **Nadeem S., Ul Haq R., Khan Z. H.** Numerical solution of non-Newtonian nanofluid flow over a stretching sheet // *Appl. Nanosci.* 2014. V. 4. P. 625–631.
26. **Rajagopal K. R., Na T. Y., Gupta A. S.** Flow of viscoelastic fluid over a stretching sheet // *Rheol. Acta*. 1984. V. 23, N 2. P. 213–215.
27. **Siddappa B., Subhas A.** Non-Newtonian flow past a stretching plate // *Z. angew. Math. Phys.* 1985. Bd 36. S. 890–892.
28. **Subhas A., Veena P.** Viscoelastic fluid flow and heat transfer in a porous medium over a stretching sheet // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 1998. V. 33. P. 531–540.
29. **Siddheshwar P. G., Mahabaleshwar U. S.** Effect of radiation and heat source on MHD flow of a viscoelastic liquid and heat transfer over a stretching sheet // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 2005. V. 40. P. 807–820.
30. **Khan S. K.** Heat transfer in a viscoelastic fluid flow over a stretching surface with heat source/sink, suction/blowing and radiation // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2006. V. 49. P. 628–639.
31. **Vajravelu K., Rollins D.** Heat transfer in electrically conducting fluid over a stretching surface // *Intern. J. Non-Linear Mech.* 1992. V. 27. P. 265–277.
32. **Vajravelu K., Nayfeh J.** Convective heat transfer at a stretching sheet // *Acta Mech.* 1993. V. 96. P. 47–54.
33. **Abo-Eldahab E. M., El Aziz M. A.** Blowing/suction effect on hydro magnetic heat transfer by mixed convection from an inclined continuously stretching surface with internal heat generation/absorption // *Intern. J. Thermal Sci.* 2004. V. 43. P. 709–719.

Поступила в редакцию 23/IX 2014 г.
