

УДК 532.526

ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ СВЕРХЗВУКОВЫХ НЕДОРАСШИРЕННЫХ СТРУЙ В СПУТНОМ ПОТОКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАБОЛИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

А. П. Макашева, А. Ж. Найманова

Институт математики Министерства образования и науки Республики Казахстан,
050010 Алматы, Казахстан
E-mail: ked@math.kz

Представлены результаты численного исследования пространственных сверхзвуковых струй, распространяющихся в спутном потоке. Численное решение осредненных параболизированных уравнений Навье — Стокса проводилось на основе разработанной схемы, которая позволяет единообразно проводить расчеты в сверхзвуковых и дозвуковых областях течений. Исследовано течение в струях с числом Маха спутного потока $0,05 \leq M_\infty \leq 7,00$ и показано его влияние на структуру слоя смешения. Результаты расчета сравниваются с известными экспериментальными и численными данными.

Ключевые слова: недорасширенная сверхзвуковая струя, спутный поток, уравнения Навье — Стокса.

Введение. В настоящее время имеется большое количество экспериментальных и теоретических работ, в которых рассматривалась зависимость структуры сверхзвуковых струйных течений от степени нерасчетности, начальных значений числа Маха и температуры [1–6]. В частности, хорошо изучено распространение системы сверхзвуковых струй в спутном сверхзвуковом и гиперзвуковом потоках. Для практики представляют интерес также струйные течения при умеренных числах Маха. В работе [4] экспериментально исследовано влияние числа Маха спутного потока M_∞ и степени нерасчетности $n = p_0/p_\infty$ (p_0, p_∞ — давление в струе и потоке соответственно) на течение сверхзвуковых струй. Показано качественное и количественное различие структуры начального участка недорасширенных струй при $M_\infty = 0 \div 2$ и $M_\infty > 2$. Кроме того, обнаружено исчезновение центрального (прямого) скачка уплотнения при $M_\infty > 2$ и найдены характерные размеры начального участка струи — расстояния от среза сопла, а также диаметры висячего и центрального скачков уплотнения.

При численном решении данных задач основная проблема заключается в наличии осцилляций, обусловленных не только разрывами в начальных данных, но и тем, что в сверхзвуковых областях исходная система уравнений является системой гиперболо-параболического типа, а в дозвуковых — системой эллиптического типа. Для того чтобы уравнения оставались гиперболо-параболическими, необходимы некоторые регуляризации задачи. Среди теоретических работ следует отметить исследования [2, 3]. В работе [2] изучена структура потока при истечении звуковой струи в затопленное пространство; показано, что наличие прямых скачков уплотнения (дисков Маха) зависит от степени нерасчетности. При умеренных степенях нерасчетности ($n = 1,5 \div 2,0$) диски Маха не возникают, а присутствует лишь система скачков уплотнения (этот результат не был получен в экспериментах [4]). В работе [1] предполагается, что на ударно-волновую структуру в основном

оказывают влияние крупномасштабные вихри в струе, хотя, как известно, на начальном участке струи вязкие процессы не доминируют.

Целью данной работы является численное исследование ударно-волновой структуры сверхзвуковых струй, истекающих в сверхзвуковой (дозвуковой) поток.

Постановка задачи. Рассматривается истечение системы пространственных вязких сверхзвуковых турбулентных струй из круглых сопел в спутный поток (рис. 1). Принимается, что струи и спутный поток распространяются вдоль оси x , а оси y и z перпендикулярны потоку. Струи расположены симметрично как по горизонтали, так и по вертикали. Так как система струй периодически повторяющаяся, то рассматривается квадрат со стороной, имеющей длину L , ограниченный осями симметрии струи и потока, и в заштрихованной области $OKMN$ (рис. 1) находится решение задачи, в котором отброшенная часть заменяется условиями симметрии.

Исходными уравнениями служат параболизированные уравнения Навье — Стокса для осредненного течения, записанные в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

Здесь

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (E_t + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (E_t + p)w \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_v = \frac{1}{\text{Re}} \left(0, \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4}{3} \mu \frac{\partial v}{\partial y}, \mu \frac{\partial w}{\partial y}, u\mu \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{4}{3} v\mu \frac{\partial v}{\partial y} + w\mu \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{k}{(\gamma - 1) M_a^2 \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} \right)^\top,$$

$$\mathbf{G}_v = \frac{1}{\text{Re}} \left(0, \mu \frac{\partial u}{\partial z}, \mu \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{4}{3} \mu \frac{\partial w}{\partial z}, u\mu \frac{\partial u}{\partial z} + v\mu \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{4}{3} w\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{k}{(\gamma - 1) M_a^2 \text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial z} \right)^\top,$$

$$p = (\gamma - 1) \left(E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2 + \rho w^2) \right), \quad T = \frac{1}{\rho c_v} \left(E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho v^2 + \rho w^2) \right),$$

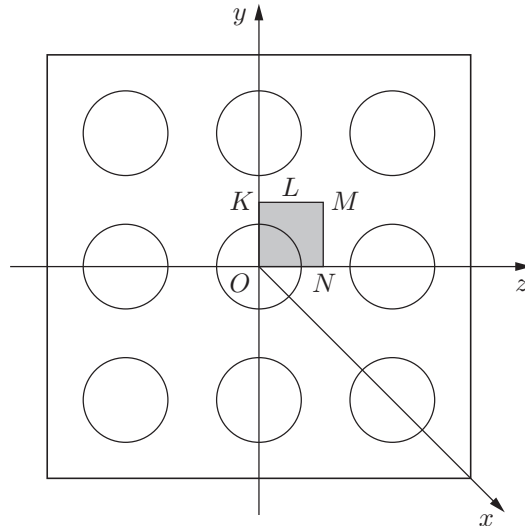


Рис. 1. Схема течения

$$c_v = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1) M_a^2}, \quad \mu = \mu_l + \mu_t,$$

u, v, w — компоненты скорости в продольном и поперечных направлениях; ρ — плотность; p — давление; T — температура; E_t — полная энергия; $\gamma = c_p/c_v$ — отношение удельных теплоемкостей; c_p, c_v — теплоемкость при постоянных давлении и объеме соответственно; M_a — число Маха струи; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; μ_t — турбулентная вязкость; μ_l — молекулярная вязкость, рассчитываемая по формуле Сазерленда $\mu_l = T^{3/2}(1 + S_1)/(T + S_1)$; $S_1 = 110/T_0$.

В качестве масштабных параметров приняты характеристики на срезе сопла ρ_0, u_0, T_0 , характерным масштабом давления и полной энергии является величина $\rho_0 u_0^2$, координаты x, y, z отнесены к радиусу сопла r_0 . Далее индекс 0 соответствует параметрам струи, индекс ∞ — параметрам потока.

В расчетах использовались две алгебраические модели турбулентности, в которых учитывается длина пути перемешивания. Для начального участка при истечении сверхзвуковой струи в спутный дозвуковой поток и во всей области течения при продольном вдуве сверхзвуковой струи в спутный сверхзвуковой поток турбулентная вязкость вычисляется по формуле [7]

$$\mu_t = C \rho l (u_{\max} - u_{\min}), \quad (2)$$

где $l = (u_{\max} - u_{\min}) / (|\partial u / \partial y|_{\max} + |\partial u / \partial z|_{\max})$ — длина пути перемешивания; C — эмпирический коэффициент.

Для определения турбулентной вязкости на основном участке течения сверхзвуковой струи в спутном дозвуковом потоке используется алгебраическая модель турбулентности Болдуина — Ломакса

$$\mu_t = I^k \rho l^2 |\Omega|,$$

где Ω — завихренность; I^k — ограничивающий множитель.

Начальные и граничные условия имеют следующий вид:

— при $x = 0$ в струе

$$u = 1, \quad T = 1, \quad \rho = 1, \quad v = w = 0,$$

в потоке

$$T = 1, \quad u = \frac{M_a}{M_\infty} \sqrt{T}, \quad p = \frac{1}{\gamma n M_a^2}, \quad v = w = 0;$$

— при $x > 0$

$$\begin{aligned} y = 0, y = L: \quad v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \\ z = 0, z = L: \quad w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Метод решения. Из-за наличия в исходных уравнениях движения градиента давления в продольном направлении имеется возможность распространения возмущений вверх по потоку через дозвуковые области поля течения. Вследствие этого маршевый по пространственной координате метод становится плохо обусловленным, что нередко приводит к появлению расходящихся решений. Существуют различные способы устранения экспоненциально нарастающего решения. Аналогично [8] в настоящей работе вектор потока \mathbf{E} расщепляется на две составляющие:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^* + \mathbf{E}^p, \quad \mathbf{E}^* = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + \omega p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E_t + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E}^p = \begin{pmatrix} 0 \\ (1 - \omega)p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Согласно (3) в уравнении движения по продольной координате x в качестве множителя перед градиентом давления появляется параметр ω . Из результатов анализа собственных значений следует, что в дозвуковых областях система (3) является системой гипербола-параболического типа, если $\omega \leq f(M_x) = \sigma\gamma M_x^2$, а в сверхзвуковой области — если $\omega = 1$ ($M_x = u/c$ — местное число Маха).

С учетом (3) в обобщенной системе координат система уравнений (1) имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{E}^p}{\partial \xi} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial \zeta} = 0, \quad (4)$$

где $\xi = \xi(x)$; $\eta = \eta(y)$; $\zeta = \zeta(z)$; $\mathbf{E} = J^{-1}\mathbf{E}$; $\mathbf{F} = \eta_y J^{-1}\mathbf{F}$; $\mathbf{G} = \zeta_z J^{-1}\mathbf{G}$; $\mathbf{F}_v = \eta_y J^{-1}\mathbf{F}_v$; $\mathbf{G}_v = \zeta_z J^{-1}\mathbf{G}_v$; $J = \partial(\xi, \eta, \zeta)/\partial(x, y, z)$ — якобиан преобразования.

Система (4) решалась сквозным маршевым методом по координате ξ с использованием двухэтапной схемы расщепления: предполагалось, что на первом этапе перенос потоков осуществляется конвекцией, на втором — диффузией.

Этап 1. Вычисление промежуточных величин потоков:

$$\frac{\mathbf{E}^{*i} - \mathbf{E}^{*n}}{\Delta \xi} = -\frac{\partial \mathbf{F}^n}{\partial \eta} - \frac{\partial \mathbf{G}^n}{\partial \zeta} - \frac{\partial \mathbf{E}^p}{\partial \xi}. \quad (5)$$

Этап 2. Расчет окончательных значений искомых величин:

$$\frac{A^n(\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^{*i})}{\Delta \xi} = \frac{\partial \mathbf{F}_v^{n+1}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v^{n+1}}{\partial \zeta} \quad (6)$$

($\mathbf{U} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E_t]^T$; $A = \partial \mathbf{E}^* / \partial \mathbf{U}$ — матрица Якоби [8]).

Численное решение уравнения (5) относительно потока \mathbf{E}^{*i} проводится с использованием явной схемы Мак-Кормака [8] ($i = 2$), имеющей второй порядок точности по пространственным переменным, либо трехшаговой схемы Уорминга — Катлера — Ломакса [8] ($i = 3$), имеющей третий порядок точности. После вычисления \mathbf{E}^{*i} из первого выражения в (3) определяются компоненты вектора \mathbf{U}^{*i} (для простоты в дальнейшем верхний индекс опускается). Для этого необходимо решить две системы, каждая из которых состоит из пяти нелинейных алгебраических уравнений для сверхзвуковой и дозвуковой зон. Для сверхзвуковой области система уравнений имеет вид

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ U_2^2/U_1 + (U_5 - (U_2^2 + U_3^2 + U_4^2)/(2U_1))(\gamma - 1) \\ U_2 U_3 / U_1 \\ U_2 U_4 / U_1 \\ [U_5 + (\gamma - 1)(U_5 - (U_2^2 + U_3^2 + U_4^2)/(2U_1))]U_2 / U_1 \end{pmatrix} = \mathbf{E}^{*i}, \quad \mathbf{E}^{*i} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Решение (7) относительно вектора \mathbf{U} записывается в виде

$$U_1 = \frac{\gamma E_2 E_1^2 - E_1^2 \sqrt{(\gamma E_2)^2 - (\gamma^2 - 1)(2E_1 E_5 - E_3^2 - E_4^2)}}{(\gamma - 1)(2E_5 E_1 - E_3^2 - E_4^2)},$$

$$U_2 = E_1, \quad U_3 = \frac{E_3 U_1}{E_1}, \quad U_4 = \frac{E_4 U_1}{E_1}, \quad U_5 = \frac{1}{U_1} \left(\frac{E_5 U_1^2}{E_1} - (E_2 U_1 - E_1^2) \right).$$

Здесь дискриминант равен нулю при $M_x = 1$.

При определении компонент вектора \mathbf{U} в дозвуковой части потока искомая система уравнений записывается в виде

$$\begin{pmatrix} U_2 \\ (U_2^2 + \sigma E_1^2)/U_1 \\ U_2 U_3 / U_1 \\ U_2 U_4 / U_1 \\ [U_5 + (\gamma - 1)(U_5 - (U_2^2 + U_3^2 + U_4^2)/(2U_1))]U_2 / U_1 \end{pmatrix} = \mathbf{E}^{*i}, \quad M_x = \frac{E_1}{\sqrt{\gamma p \rho}}.$$

Решение этой системы имеет вид

$$U_1 = \frac{E_1^2}{E_2} (1 + \sigma), \quad U_2 = E_1, \quad U_3 = \frac{E_3 E_1^2}{E_1 E_2} (1 + \sigma), \quad U_4 = \frac{E_4 E_1^2}{E_1 E_2} (1 + \sigma),$$

$$U_5 = \left(\frac{E_5 E_1 (1 + \sigma)}{E_2} + \frac{\gamma - 1}{2(1 + \sigma)} \frac{E_2^2 + E_3^2 (1 + \sigma)^2 + E_4^2 (1 + \sigma)^2}{E_2} \right) \frac{1}{\gamma}.$$

На втором этапе с помощью трехшаговой матричной прогонки решается система (6).

На последнем этапе в окрестности скачков уплотнения для подавления осцилляций решения вектор потока \mathbf{U} сглаживается явным образом аналогично [9]. Сглаживающий член пропорционален $(\Delta\eta)^4 |p_{\eta\eta}| \mathbf{U}_{\eta\eta}$, $(\Delta\zeta)^4 |p_{\zeta\zeta}| \mathbf{U}_{\zeta\zeta}$, его действие наиболее существенно в областях течения с большими градиентами давления. Коэффициент сглаживания варьировался, как и в работе [9], в диапазоне $0 \div 0,03$.

Результаты расчетов. Параметры преобразования координат имеют следующий вид [8]:

$$\xi = x, \quad \eta = B_y + \frac{1}{\tau} \operatorname{arsh} \left[\left(\frac{y}{y'} - 1 \right) \operatorname{sh} (\tau B_y) \right],$$

где

$$B_y = \frac{1}{2\tau} \ln \left(\frac{1 + (e^\tau - 1)(y'/L)}{1 + (e^{-\tau} - 1)(y'/L)} \right),$$

$0 < \tau < \infty$ — параметр растяжения; y' — точка, относительно которой сгущается сетка. Преобразование для $\zeta = \zeta(z)$ аналогично $\eta = \eta(y)$. Для сохранения точных значений на границе струи внутренние точки, лежащие вблизи нее, переопределяются аналогично работе [10] билинейной (в случае, если имеется только одна искомая внутренняя точка) или линейной (две точки) интерполяцией. Расчет проводился в области с поперечным размером $7,5 \times 7,5$ на сетке с размерами 100×100 и 200×200 . Шаг по маршевой координате варьировался в диапазоне $\Delta\xi = 0,0006 \div 0,0015$, параметры преобразования: $\tau = 0,1$, $y' = 1$, $z' = 1$. Коэффициент $C = 0,05$ в (2) выбран по результатам тестовых расчетов. Численные исследования проводились при следующих значениях характерных параметров: $\gamma = 1,4$, $1 \leq M_a \leq 3$, $0,05 \leq M_\infty \leq 7,00$, $1 \leq n \leq 10$, $\operatorname{Re} = 10^4$. Система (5) решалась двухшаговым методом Мак-Кормака.

Предлагаемый метод расчета апробирован на задаче истечения системы плоских сверхзвуковых струй идеального газа в спутный сверхзвуковой поток с параметрами $M_a = 3$, $M_\infty = 5$, $n = 10$, $T_0 = T_\infty = 1$, а также на задаче истечения турбулентной осесимметричной сверхзвуковой струи в дозвуковой спутный поток ($M_a = 3$, $M_\infty = 0,05$, $n = 1$, $T_0 = T_\infty = 1$). Здесь и ниже в рассматриваемых задачах при наличии обширных дозвуковых зон дополнительно применяется метод глобальной итерации, который заключается в следующем. Задается начальное приближение распределения давления во всей области течения. Затем с помощью маршевого алгоритма (5) при известном поле давления решаются исходные уравнения. На каждом шаге сохраняется давление, с использованием которого проводится следующая итерация. Расчет продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность аппроксимации, т. е. пока изменения давления от итерации к итерации не станут незначительными:

$$|p^{n+1,k+1} - p^{n+1,k}| < \delta_p \ll 1$$

($\delta_p = 10^{-4}$).

Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [11], при этом в расчетах потребовались две глобальные итерации.

Пространственная структура системы недорасширенных сверхзвуковых струй, истекающих в спутный сверхзвуковой поток, показана на рис. 2. Видно, что по мере распространения струи вниз по потоку (из начального участка в спутный поток с более низким давлением) начинает распространяться ударная волна, которая затем отражается от оси. При этом с увеличением числа Маха спутного потока скорость распространения ударных волн уменьшается: в сечении $x = 28,7$ при $M_\infty = 7$ (рис. 2, *г, справа*) ударная волна достигает оси, в то время как при $M_\infty = 2$ (рис. 2, *г, слева*) она вторично отражается от оси струи. Как следствие возникают различные пространственные картины течения, обусловленные взаимодействием волн, отраженных от осей y и z (ср. рис. 2, *г, слева* и рис. 2, *д, справа*).

Из результатов анализа полей изолиний числа Маха продольных скоростей следует, что при $M_\infty = 2$ (см. рис. 2, *е, ж, слева*) граница струи имеет бочкообразную форму, в то время как при $M_\infty = 7$ с увеличением расстояния от среза сопла ширина струи возрастает вдоль оси x практически линейно (см. рис. 2, *е, ж, справа*).

Как известно, бочкообразная форма границы струи характерна для сверхзвуковых струй, истекающих в спутный дозвуковой поток, поэтому проведены расчеты истечения одиночной круглой сверхзвуковой турбулентной струи в спутный дозвуковой поток с параметрами $M_a = 2$, $M_\infty = 0,05 \div 0,25$, $n = 1,45$, $T_0 = T_\infty = 1$. Из распределения давления в плоскости xy (рис. 3, *а*) следует, что из-за разности давлений в струе и потоке вблизи кромки сопла возникает пучок волн разрежения. При переходе через эти волны разрежения давление уменьшается и в наибольшем поперечном сечении струи становится ниже давления окружающей среды. При этом линии тока отклоняются от оси струи, т. е. струя расширяется (рис. 3, *б*). Затем волны разрежения, попадая на границу струи, отражаются в виде волн сжатия, в результате чего давление в струе повышается. В дальнейшем, как следует из рис. 3, *а*, спектр волн повторяется и граница струи ($M = 0,25$) приобретает волнистую (бочкообразную) форму.

По-видимому, бочкообразная форма границы струи при $M_\infty \leq 2$ (см. рис. 2, *слева*) обусловлена тем, что интенсивность волн, отраженных от границы струи, одного порядка с интенсивностью волн, отраженных от рассматриваемой области.

На рис. 3, *в* показано распределение давления на оси струи в сравнении с расчетными и экспериментальными данными работы [1]. Следует отметить, что разработанная в [1] программа позволяет проводить расчеты при $M_\infty = 0,25$, поэтому сопоставление результатов данной работы и работы [1] выполнено при $M_\infty = 0,25$. Приведенные на рис. 3, *в* результаты в целом хорошо согласуются, хотя по мере удаления от среза сопла между результатами настоящего расчета и экспериментальными данными наблюдается небольшое различие.

Влияние числа Маха M_∞ на характеристики течения показано на рис. 4. На начальном участке (в области первой “бочки” при $x \approx 6$) поперечные размеры струи одинаковы при всех значениях M_∞ . На основном участке наибольшее расширение струи происходит при $M_\infty = 0,05$ (рис. 4, *а*). Этот результат подтверждает эксперимент [4], в котором установлено, что размеры начального участка недорасширенной струи, вытекающей в спутный дозвуковой поток, слабо зависят от величины M_∞ . Из рис. 4, *б* следует, что с увеличением числа Маха спутного потока различие распределений давления увеличивается (за исключением первой фазы).

Из результатов расчетов для звуковой струи ($M_a = 1,02$, $M_\infty = 0,05$, $n = 1,62$, $T_0 = T_\infty = 1$) следует, что в потоке формируются висячие скачки уплотнения (рис. 5, *а*), разветвляющиеся на два: центральный и отраженный. Видно, что за отраженным скачком, так же как и за центральным, давление выше давления в окружающей среде, вследствие чего поток вновь ускоряется. Из рис. 5, *б* следует, что в потоке появляется слабый прямой

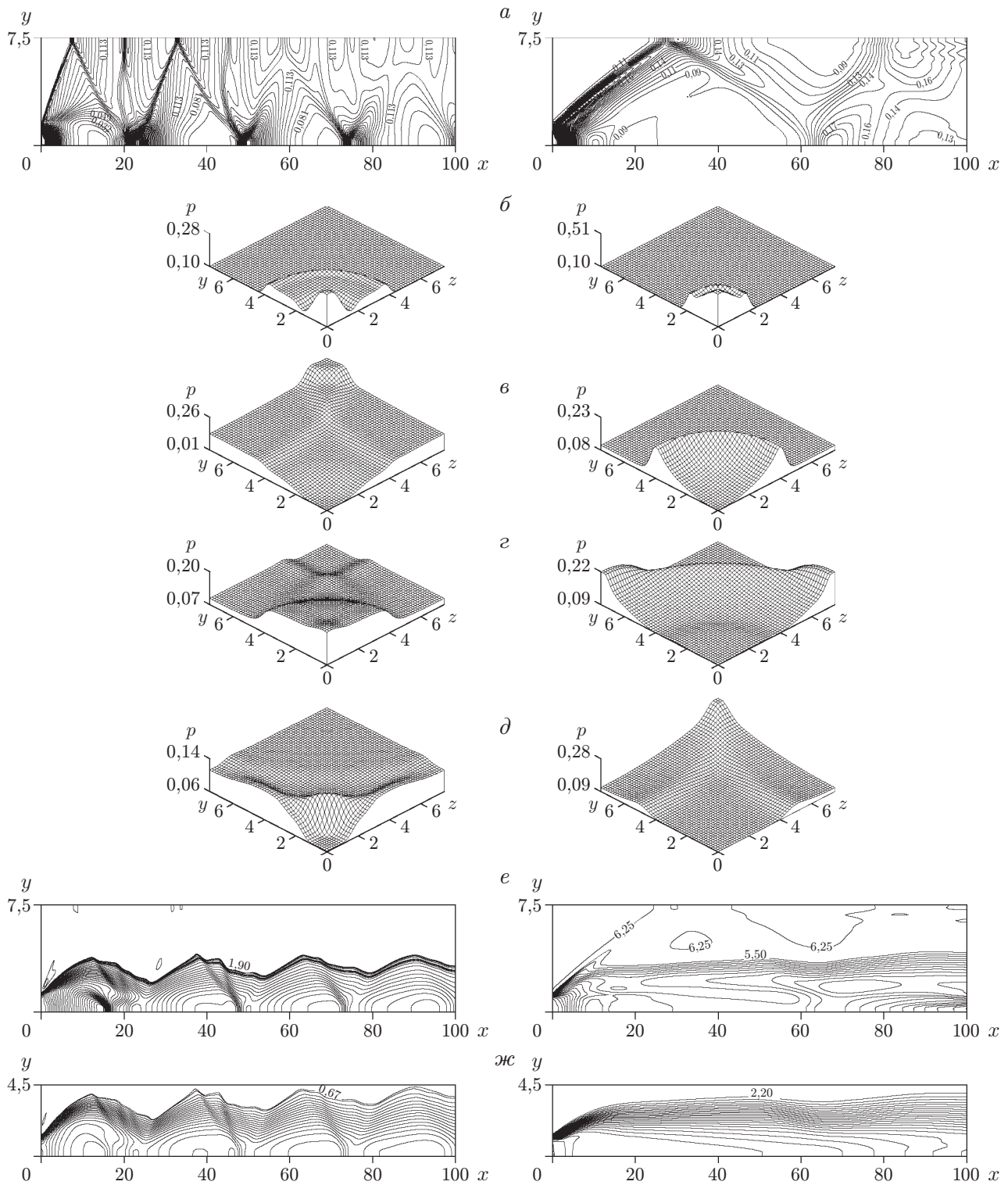


Рис. 2. Распределения газодинамических параметров ($M_a = 3$, $n = 10$, $T_0 = T_\infty = 1$):
 слева — $M_\infty = 2$; справа — $M_\infty = 7$; а — изобары; б–д — профили давления в различных сечениях (б — $x = 3,2$; в — $x = 12,7$; г — $x = 28,7$; д — $x = 44,6$); е — изолинии числа Маха с шагом 0,15; ж — изолинии продольной составляющей скорости с шагом 0,05

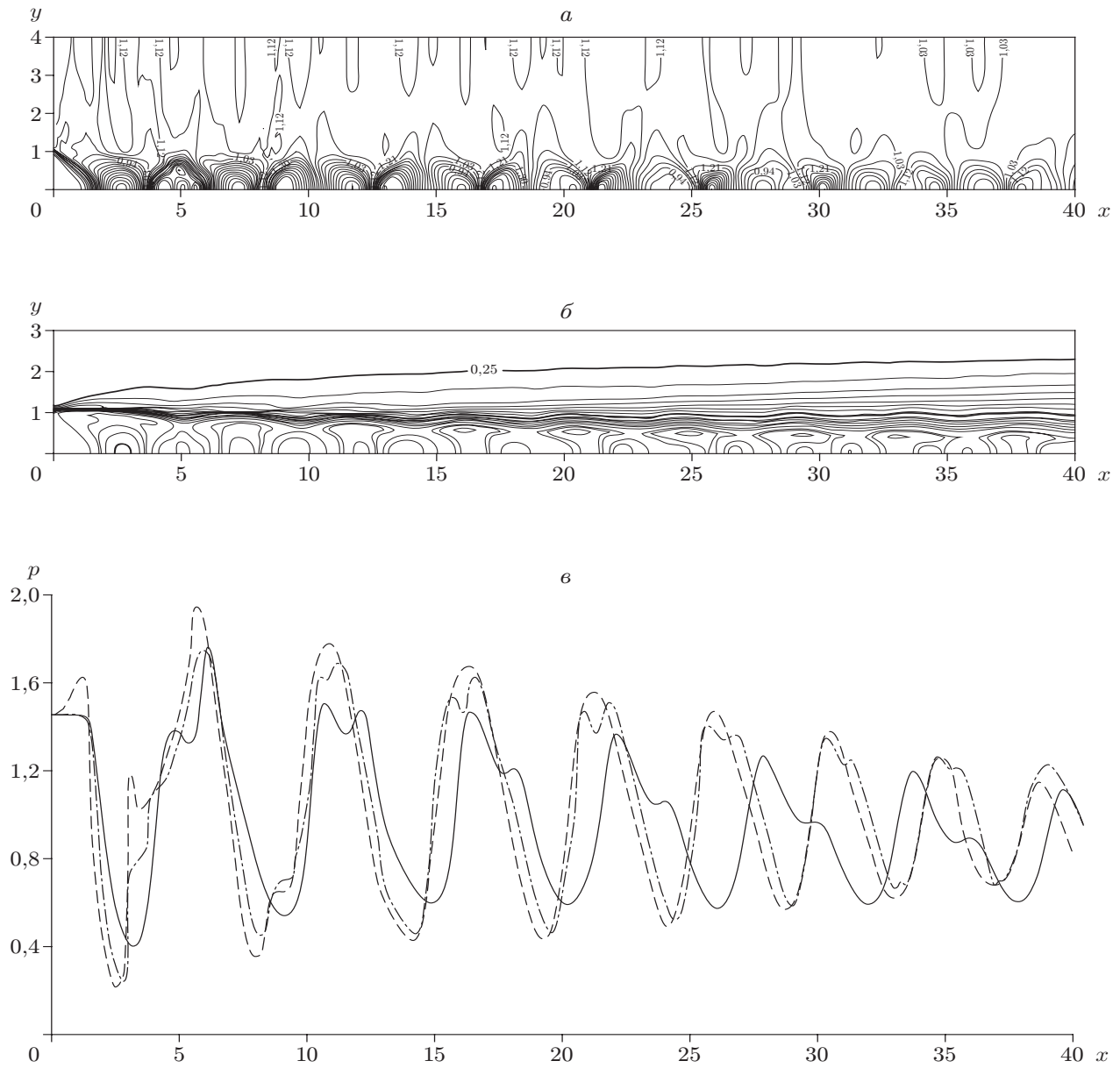


Рис. 3. Изобары (а), изолинии числа Маха с шагом 0,05 (б) и распределение давления вдоль оси x (в) при $M_a = 2$, $M_\infty = 0,25$, $n = 1,45$, $T_0 = T_\infty = 1$: сплошные линии — результаты настоящей работы; штриховые — экспериментальные данные [1]; штрихпунктирные — результаты расчетов [1]

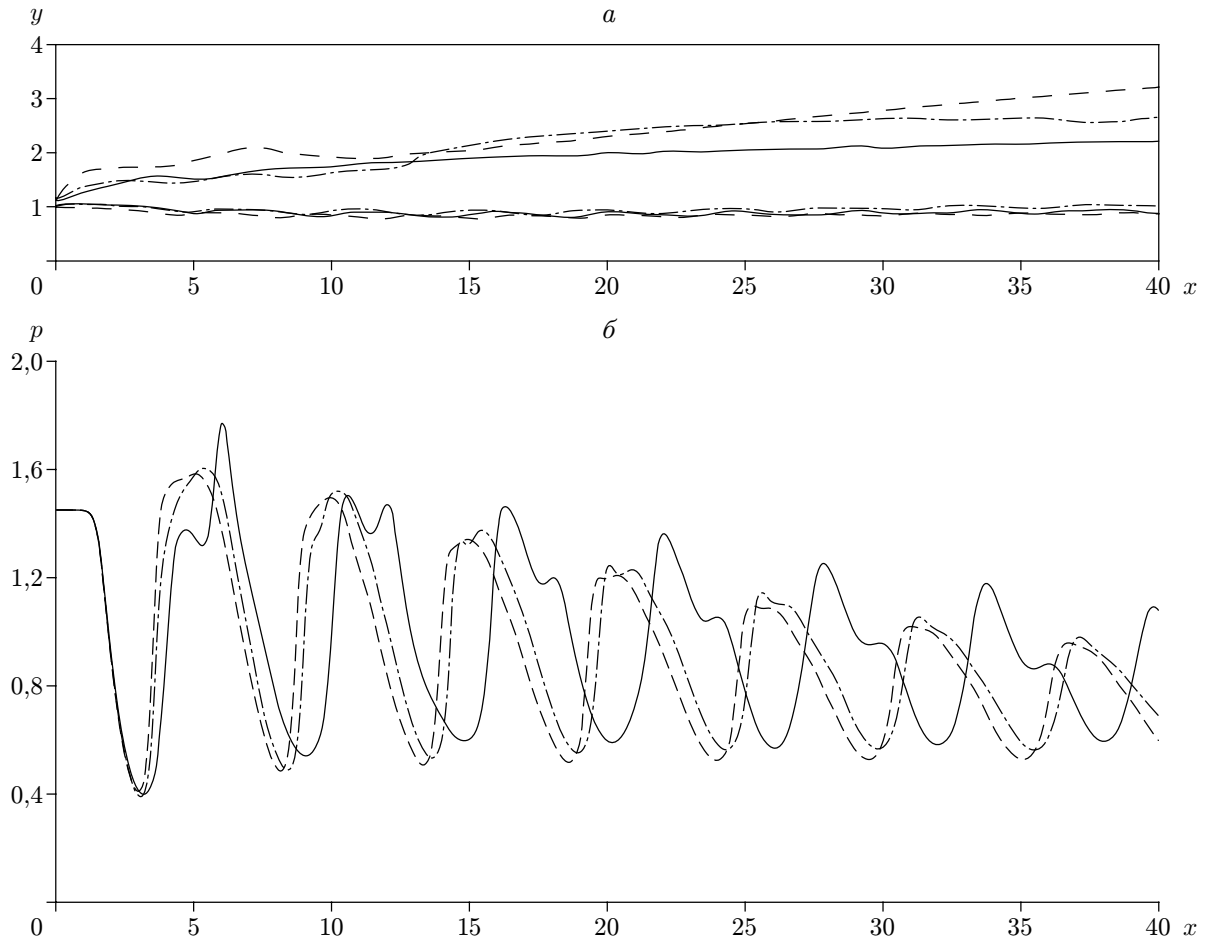


Рис. 4. Изолинии числа Маха (а) и распределение давления вдоль оси x (б) при $M_a = 2$, $n = 1,45$, $T_0 = T_\infty = 1$:
 сплошные линии — $M_\infty = 0,25$; штрихпунктирные — $M_\infty = 0,1$; штриховые — $M_\infty = 0,05$

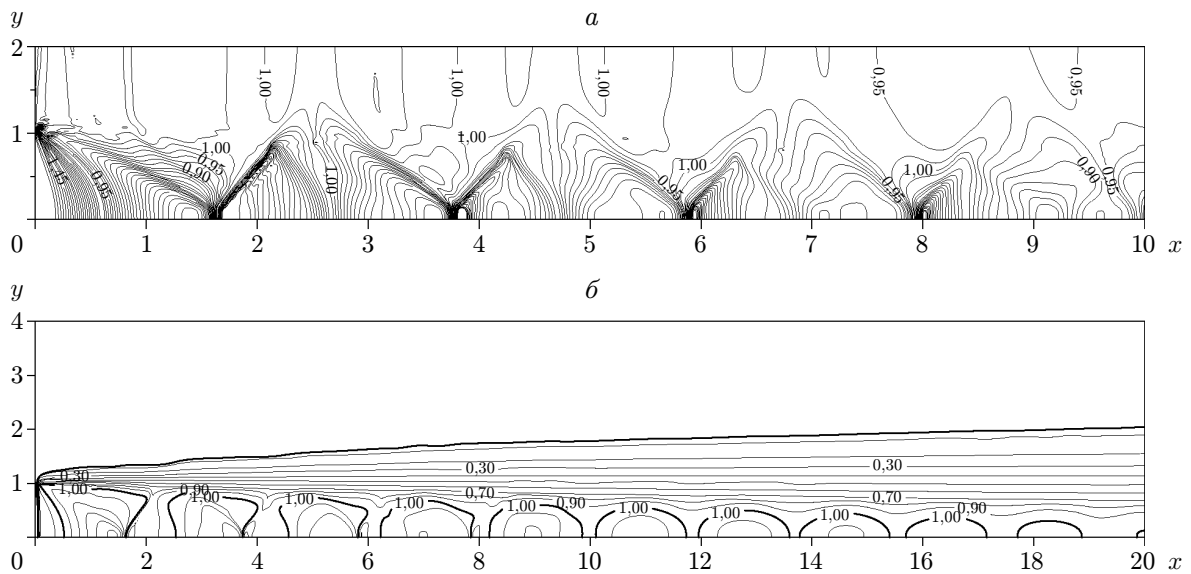


Рис. 5. Изобары (а) и изолинии числа Маха (б) в плоскости xy при $M_a = 1,02$, $M_\infty = 0,05$, $n = 1,62$, $T_0 = T_\infty = 1$

скачок уплотнения (диск Маха). В периферийной области, за отраженным скачком, течение может быть как полностью сверхзвуковым, так и частично дозвуковым. Например, как следует из численных экспериментов, в первых четырех “бочках” течение дозвуковое, за пятой — сверхзвуковое, и область сверхзвукового течения находится внутри области дозвукового течения при $x < 12$.

Итак, в настоящей работе с помощью построенной численной модели проведены расчеты истечения системы сверхзвуковых струй в спутный сверхзвуковой поток и одиночной сверхзвуковой струи в спутный дозвуковой поток; изучено влияние числа Маха спутного потока на ударно-волновую структуру течения, показано, что в диапазоне $0,05 \leq M_\infty \leq 2,00$ граница струи имеет бочкообразную форму; обнаружено, что при истечении из сопла звуковой струи формируется серия висячих скачков; установлено, что результаты расчетов хорошо согласуются с известными результатами численных расчетов и экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абдол-Хамид К. С., Уилмот Р. Г.** Моделирование эффектов многомасштабной турбулентности в недорасширенных сверхзвуковых струях // *Аэрокосм. техника*. 1990. № 7. С. 43–52.
2. **Исии Р., Умеда Я.** Численное исследование двухфазных струй // *Аэрокосм. техника*. 1988. № 12. С. 31–40.
3. **Rathakrishnan E.** A numerical approach to single and twin supersonic jet flows // www.ieindia.org/publish/as/1103/nov03as2.pdf.
4. **Авдеевский В. С., Иванов А. В., Карпман И. М. и др.** Структура турбулентных недорасширенных струй, вытекающих в затопленное пространство и спутный поток // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1972. № 3. С. 15–29.
5. **Mohamed A., Hamed A., Lehnig T.** Supersonic rectangular over-expanded jets of single and two-phase flows // www.fluent.com/solutions/aerospace/pdfs/ex.228.pdf.
6. **Запрягаев В. И., Киселев Н. П., Павлов А. А.** Влияние кривизны линий тока на интенсивность продольных вихрей в слое смешения сверхзвуковых струй // *ПМТФ*. 2004. Т. 45, № 3. С. 32–43.
7. **Ватса В. Н., Вертле М. Дж., Андерсон О. Л., Хэнкинс Г. Б. (мл.)** Численный расчет трехмерных вязких слаборасширенных или перерасширенных струй // *Аэрокосм. техника*. 1983. № 4. С. 50–58.
8. **Андерсон Д.** Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. М.: Мир, 1990. Т. 1, 2.
9. **Синха Н. Д., Дэш С. М.** Расчеты сверхзвуковых течений в каналах при наличии горения, выполняемые посредством решения параболизированных уравнений Навье — Стокса // *Аэрокосм. техника*. 1988. № 7. С. 48–60.
10. **Jungwoo Kim, Dongjoo Kim, Haechon Choi.** An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries // *J. Comput. Phys.* 2001. N 171. P. 132–150.
11. **Абрамович Г. Н.** Теория турбулентных струй. М.: Наука, 1984.

*Поступила в редакцию 15/XI 2005 г.,
в окончательном варианте — 31/V 2007 г.*