

УДК 532.526

## ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ СИСТЕМЫ ПЛОСКИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ СТРУЙ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

У. К. Жапбасбаев

Казахский государственный национальный университет им. Аль-Фараби, 480121 Алматы

Турбулентное движение описывается системой параболизированных уравнений Навье — Стокса, замкнутой  $(k-\varepsilon)$ -моделью турбулентности. В численных расчетах, проведенных с помощью метода расщепления векторов потока, показана сложная картина взаимодействия волн возмущения. Установлено, что система ударных волн в газодинамическом участке вызывает порождение энергии пульсационного движения и появление диссипативных ячеистых структур в поле кинетической энергии турбулентности.

**Введение.** Смещение топливных струй со спутным потоком окислителя играет важную роль при организации сверхзвукового горения водорода в камере сгорания гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя. Одним из путей улучшения процесса смесеобразования считается подача водородных сверхзвуковых струй под небольшим углом в гиперзвуковой поток воздуха. Экспериментальные и расчетно-теоретические исследования в основном посвящены развитию сверхзвуковых струй в сносящем потоке [1, 2], а по пересекающимся струям практически отсутствуют какие-либо данные. В связи с этим в настоящей работе проведено расчетно-теоретическое исследование системы плоских пересекающихся сверхзвуковых струй в гиперзвуковом потоке и установлено влияние ударных волн на турбулентные характеристики потока, определяющие процесс смешения струи с потоком.

**1. Физико-математическая модель течения.** Рассматривается течение в области турбулентного смешения системы сверхзвуковых пересекающихся плоских струй водорода с гиперзвуковым потоком воздуха (рис. 1). Из плоских щелей высоты  $h_1$ , расположенных на расстоянии  $2h_3$  друг от друга, вытекает струя под небольшим углом  $\alpha$  в гиперзвуковой поток воздуха. Ось  $OX$  направлена вдоль плоскости симметрии течения, а ось  $OY$  — перпендикулярно к ней. Движение во всей области предполагается стационарным и сверхзвуковым, газ считается вязким и теплопроводным. Вследствие периодичности и симметричности течения рассматривается развитие одной струи в гиперзвуковом потоке. Турбулентное двумерное движение газовой смеси описывается системой параболизированных усредненных по времени уравнений Навье — Стокса

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y}, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{F} = \mathbf{F}[\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho E + p)u, \rho u C]$ ;  $\mathbf{G} = \mathbf{G}[\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho E + p)v, \rho v C]$ ;

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}\left[0, \mu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4}{3} \mu_t \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial e}{\partial y} + \frac{\mu_t}{2} \frac{\partial u^2}{\partial y} + \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial v^2}{\partial y}, \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial C}{\partial y}\right].$$

Здесь  $u, v$  — продольная и поперечная составляющие скорости;  $\rho$  — плотность;  $e$  — удельная внутренняя энергия;  $C$  — концентрация водорода в смеси;  $\mu_t$  — коэффициент турбулентной динамической вязкости;  $Pr_t, Sc_t$  — турбулентные аналоги чисел Прандтля и Шмидта, равные 0,9.

Уравнение состояния совершенного газа записывается в виде

$$p = \rho RT, \tag{1.2}$$

где  $R = R_0 \sum_i C_i/m_i$  ( $m_i$  — молекулярная масса  $i$ -й компоненты смеси,  $R_0$  — универсальная газовая постоянная).

Полная энергия равна

$$\rho E = \rho \left( e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right). \tag{1.3}$$

Для вычисления теплофизических свойств водородно-воздушной смеси использовалась формула Уилке [3]. Удельная теплоемкость смеси находилась как  $C_V = \sum_i C_i C_{Vi}$ . Коэффициент турбулентной динамической вязкости  $\mu_t$  определялся по двухпараметрической ( $k$ - $\epsilon$ )-модели турбулентности [4]:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}. \tag{1.4}$$

Применение этой модели в сверхзвуковых течениях описано в [5]. Кинетическая энергия турбулентности  $k$  и скорость ее диссипации  $\epsilon$  находятся из уравнений [4]

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \rho \epsilon, \\ \rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_t}{\sigma} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + C_1 \mu_t \frac{\epsilon}{k} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k}. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Константы модели  $C_\mu = 0,09$ ;  $C_1 = 1,43$ ;  $C_2 = 1,92$ ;  $\sigma = 1,3$ .

Все величины, входящие в систему уравнений (1.1)–(1.5), безразмерные. Координаты  $x, y$  отнесены к  $h_1$ , компоненты скорости  $u$  и  $v$  — к  $U_1$ , плотность  $\rho$  — к  $\rho_1$ , давление  $p$  — к  $\rho_1 U_1^2$ , удельная внутренняя энергия  $e$  — к  $U_1^2$ , коэффициент турбулентной вязкости  $\mu_t$  — к  $\rho_1 U_1 h_1$ , кинетическая энергия турбулентности  $k$  — к  $U_1^2$ , скорость диссипации кинетической энергии турбулентности  $\epsilon$  — к  $U_1^3/h_1$ .

Граничные условия системы уравнений (1.1)–(1.5) в начальном сечении при  $x = 0$  имеют следующий вид:

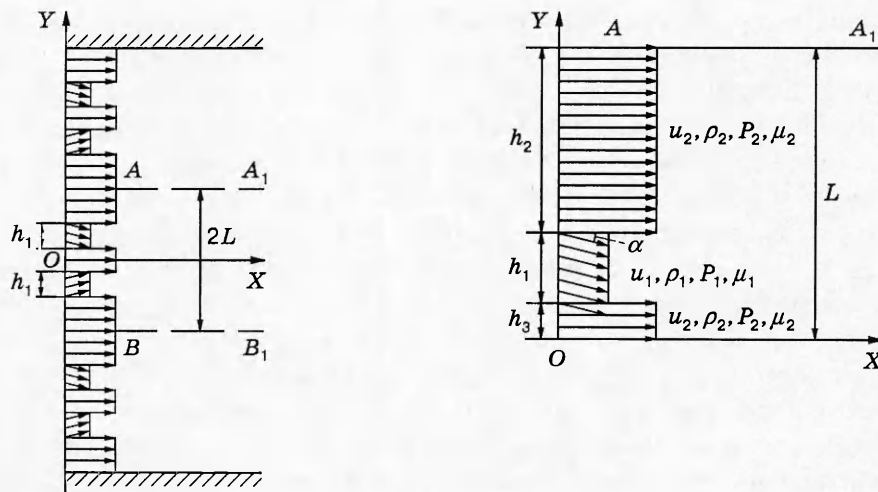


Рис. 1

а) в потоке  $0 \leq y \leq h_3, 1 + h_3 \leq y \leq L$

$$u = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{R_2 T_2}{R_1 T_1}}, \quad v = 0, \quad \rho = \frac{T_1 R_1}{n T_2 R_2}, \quad e = \frac{C_{V2} T_2}{M_1^2 T_1 \gamma R_1}, \quad C = 0, \quad k = C_k u^2, \quad \varepsilon = C_\varepsilon \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon};$$

б) в струе  $h_3 < y < h_3 + 1$

$$u = \cos \alpha, \quad v = -\sin \alpha, \quad \rho = 1, \quad e = \frac{C_{V1}}{M_1^2 \gamma R_1}, \quad C = C_0, \quad k = C_k u^2, \quad \varepsilon = C_\varepsilon \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}. \quad (1.6)$$

На оси симметрии  $y = 0$  и верхней границе  $y = L$  заданы условия симметрии

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial y} = v = 0. \quad (1.7)$$

Система уравнений (1.1)–(1.5) совместно с граничными условиями (1.6), (1.7) решалась численным методом. Аппроксимация конвективных членов и членов с градиентами давления в направлении оси  $OX$  производилась с левосторонними разностями в силу положительности собственных значений матрицы Якоби  $A = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ , а в направлении оси  $OY$  — с разностями «против потока» с учетом знака собственных значений матрицы Якоби  $B = \partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{U}$  по схеме расщепления векторов потока [6]. Члены, описывающие вязкие напряжения сдвига и тепловой поток, аппроксимируются центральными разностями [7]. В результате получим разностное уравнение системы (1.1) в виде

$$A_{ij} \Delta \mathbf{U}_{ij} = -\frac{\Delta x}{\Delta y} [B_{ij+1/2}^- \mathbf{U}_{ij+1} + B_{ij+1/2}^+ \mathbf{U}_{ij} - B_{ij-1/2}^- \mathbf{U}_{ij} - B_{ij-1/2}^+ \mathbf{U}_{ij-1}] + \frac{\Delta x}{\Delta y^2} [\mu_{ij+1/2} (\mathbf{S}_{ij+1} - \mathbf{S}_{ij}) - \mu_{ij-1/2} (\mathbf{S}_{ij} - \mathbf{S}_{ij-1})], \quad (1.8)$$

где  $A, B$  — матрицы Якоби векторов  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{G}$  соответственно. Значения матрицы  $B$  и коэффициента вихревой вязкости  $\mu_t$  в полуцелых точках определяются из соотношений

$$B_{ij\pm 1/2} = (1/2)(B_{ij} + B_{ij\pm 1}), \quad \mu_{ij\pm 1/2} = (1/2)(\mu_{ij} + \mu_{ij\pm 1}).$$

Конечно-разностное уравнение (1.8) решалось методом Гаусса — Зейделя в каждом сечении маршевой координаты  $x$ .

Методы расщепления векторов потока физически обоснованы, позволяют обеспечить слежение за распространением возмущений вдоль характеристических направлений. С помощью этих методов можно получить решения с начальными разрывами параметров потока и описывать скачки уплотнения с крутыми фронтами без включения искусственных диссипативных членов [8, 9]. Для верификации численного метода решения проведены тестовые расчеты, которые были сопоставлены с расчетом по методу характеристик [10] и сквозного расчета [11]. Результаты расчетов показывают, что используемая схема расщепления векторов потока, как и метод характеристик, отслеживает волны возмущения, устойчива при сильных разрывах скорости и давления в начальном сечении течения [12].

**2. Обсуждение результатов расчета.** Основные режимные параметры течения (степень нерасчетности  $n = p_1/p_2$ , числа Маха струи  $M_1$  и потока  $M_2$ , концентрация водорода в струе  $C_0$ , температура струи  $T_1$  и потока  $T_2$ , угол истечения струи  $\alpha$ ) приведены в таблице. В расчетах получены подробные поля давления, плотности, температуры, скоростей, концентрации, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации.

На рис. 2 представлены результаты расчета взаимодействия сверхзвуковой водородной струи с гиперзвуковым потоком воздуха (изобары (а) и изотермы (б)) при следующих режимных параметрах:  $M_1 = 3, M_2 = 10, n = 10, T_1 = T_2 = 500 \text{ К}, \alpha = 12^\circ$ . Концентрация

Режим	$M_1$	$M_2$	$n$	$T_1, K$	$T_2, K$	$C_0$	$\alpha, \text{град}$	$h_3$	$P_{\max}/P_1$
1	3	10	10	500	500	0,1	3	1	1,08
2	3	10	5	500	500	0,1	3	1	1,15
3	2	6	10	500	500	0,1	12	1	1,30
4	3	10	10	500	500	0,1	12	1	1,50
5	3	10	5	500	500	0,1	12	1	1,56
6	3	10	10	500	500	0,01	12	1	2,12

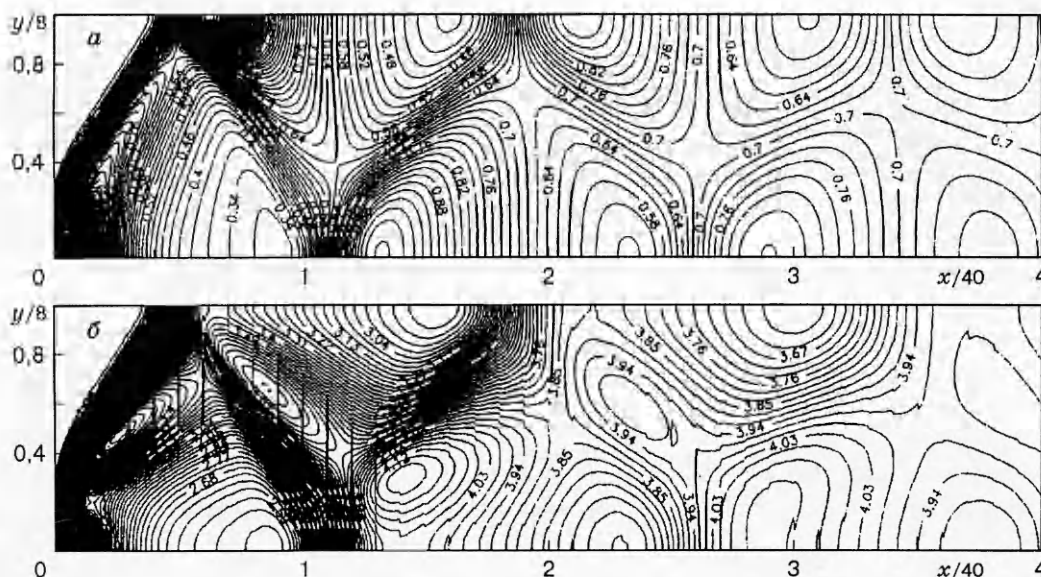
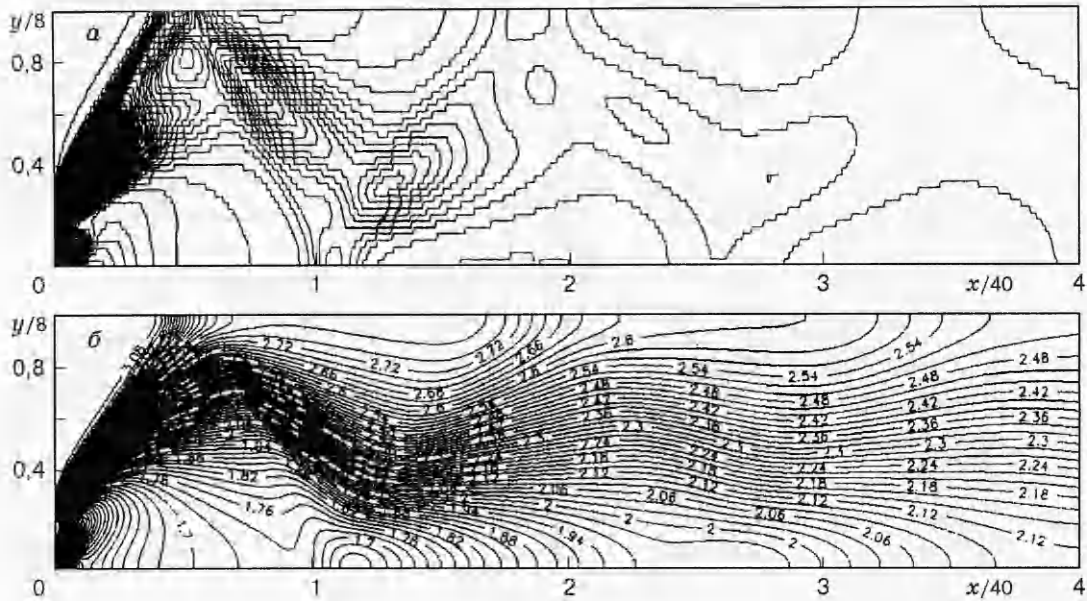


Рис. 2

водорода в струе  $C_0 = 0,01$ . Большая часть смеси считается пассивной примесью, не вступающей в реакцию ни с топливом (водородом), ни с окислителем (воздухом). При  $h_3 = h_1$  и  $\alpha = 12^\circ$  наблюдается сближение пересекающихся струй, в результате чего расположенный между ними гиперзвуковой поток тормозится. Затем на расстоянии трех калибров по ширине струи образуется слившаяся сверхзвуковая струя с неравномерным распределением в ней характеристик и областью повышенного статического давления  $p/p_1 \approx 1,6$ , превышающей начальную нерасчетность (рис. 2,а). В этой зоне происходит повышение температуры  $T/T_1 \approx 4,0$ , вызванное, очевидно, взаимодействием двух пересекающихся недорасширенных струй с гиперзвуковым потоком (рис. 2,б). Число Маха на линии  $y = 0$  к этому сечению уменьшается более чем в 2 раза ( $M \approx 4,6$ ), хотя само значение скорости  $u$  изменяется незначительно. Слившаяся струя начинает расширяться, давление в центральной части уменьшается, число Маха несколько увеличивается. Образовавшиеся присоединенные скачки уплотнения к сечению  $x \approx 19$  достигают линий симметрии в спутном потоке  $y = L$ , где возникает зона повышенного давления  $p/p_1 \approx 2,12$ . Она, в свою очередь, является источником волн возмущения и скачка уплотнения, достигающего осевой плоскости на расстоянии  $x \approx 44$ . В дальнейшем процесс развития течения происходит аналогично описанному выше. Таким образом, появляется система зон сжатия и разрежения, расположенных в шахматном порядке, со сложной картиной волн возмущения, интенсивность которых вследствие вязкого взаимодействия уменьшается вниз по течению.





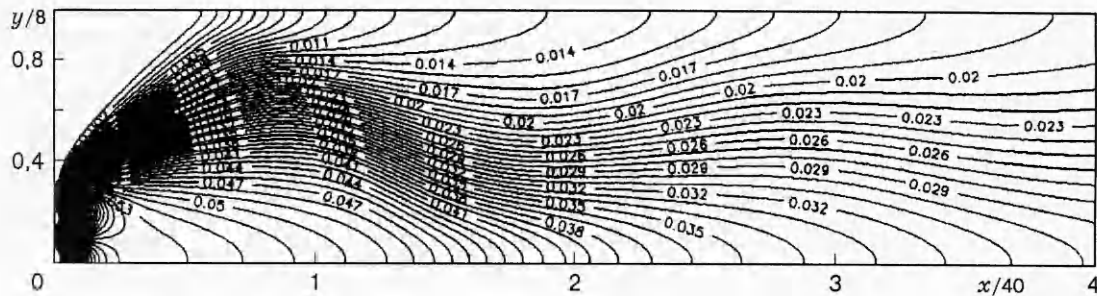


Рис. 4

в поле кинетической энергии турбулентности. Таким образом, система скачков уплотнения в газодинамическом участке течения, оказывая влияние на параметры осредненного движения, вызывает появление диссипативных ячеистых структур в поле кинетической энергии турбулентности.

Изолинии концентрации водорода на рис. 4 иллюстрируют картину смешения пересекающихся сверхзвуковых струй в гиперзвуковом потоке на режиме 1 (см. таблицу). Видно, что почти 50 % начальной концентрации водорода успевают смешаться с воздухом к месту слияния пересекающихся струй, а оставшаяся часть водорода в слившейся струе рассеивается в гиперзвуковом потоке. Изменение угла  $\alpha$  в пределах  $3^\circ \leq \alpha \leq 12^\circ$  при прочих равных условиях не оказывает существенного влияния на смешение плоских сверхзвуковых пересекающихся струй водорода с гиперзвуковым потоком воздуха.

Результаты расчетно-теоретических исследований позволяют сделать следующие выводы:

1. Взаимодействие системы пересекающихся сверхзвуковых струй с гиперзвуковым потоком приводит к сложной картине зон сжатия и разрежения, причем в зонах сжатия величина статического давления превышает начальную нерасчетность течения и является источником распространения волн возмущения.

2. Система ударных волн в газодинамическом участке течения вызывает порождение энергии пульсационного движения и появление диссипативных ячеистых структур в поле кинетической энергии турбулентности. Конфигурация этих диссипативных структур определяется расположением скачков уплотнения и волновым характером распределения статического давления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Schetz J. A. Injection and Mixing in Turbulent Flow. N. Y.: New York Univ., 1980.
2. Авдеевский В. С., Ашратов Э. А., Иванов А. В., Пирумов У. Г. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй. М.: Машиностроение, 1989.
3. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. Л.: Химия, 1982.
4. Launder B., Morse A., Rodi W., Spalding D. B. Prediction of Free Shear Flows — a Comparison of the Performance of Six Turbulence Models. N. Y., 1971 (NASA SP-321).
5. Sinha N., Dash S. M. Parabolized Navier — Stokes Analysis of Ducted Turbulent Mixing Problems with Finite Rate Chemistry. N. Y., 1986 (Paper / AIAA; N 86-0004).
6. Steger J. L., Warming R. F. Flux vector splitting of the inviscid gas dynamics equations with application to finite difference methods // J. Computational Phys. 1981. V. 40. P. 263-293.
7. Томас Дж. Л., Уолтерс Р. У. Релаксационные схемы с разностями против потока для уравнений Навье — Стокса // Аэрокосм. техника. 1988. № 2. С. 13-23.

8. **Coakley T. Y.** Implicit upwind methods for the compressible Navier — Stokes equations // AIAA J. 1985. V. 23, N 3. P. 374–384.
9. **Marvin J., Coakley T. Y.** Turbulence Modeling for Hypersonic Flows. N. Y., 1989 (NASA TM-101079).
10. **Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г. и др.** Сверхзвуковые струи идеального газа. М.: ВЦ МГУ, 1970. Ч. 1.
11. **Иванов М. Я., Крайко А. Н.** К численному решению задачи о нерасчетном истечении сверхзвуковой струи вязкого газа в спутный сверхзвуковой поток // Числ. методы механики сплош. среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд.-ние. ВЦ; Ин-т теорет. и прикл. механики. 1975. Т. 6, № 2. С. 37–47.
12. **Султангазин У. М., Ершина А. Ш., Жапбасбаев У. К.** Волновая структура при расчетном режиме истечения системы плоских сверхзвуковых спутных струй // Вестн. АН КазССР. 1990. № 11. С. 50–56.

*Поступила в редакцию 10/IV 1997 г.,  
в окончательном варианте — 10/VI 1997 г.*

---