

ЛИТЕРАТУРА

1. Константинов Б. П. О поглощении звуковых волн при отражении от твердой границы // ЖТФ. — 1939. — Т. 9, № 3.
2. Дулов В. А. Эффект Брюстера в акустике и эффект Константинова // Акуст. журн. — 1980. — № 5.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1954.
4. Стретт Дж. В. (лорд Рэлей). Теория звука. — М.: ГИТТЛ, 1955. — Т. 2.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1967.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: ГИФМЛ, 1959.

г. Ленинград

Поступила 13/IV 1988 г.,
в окончательном варианте — 23/II 1989 г.

УДК 532.546:536.421

А. А. Кислицын, Р. И. Нигматулин

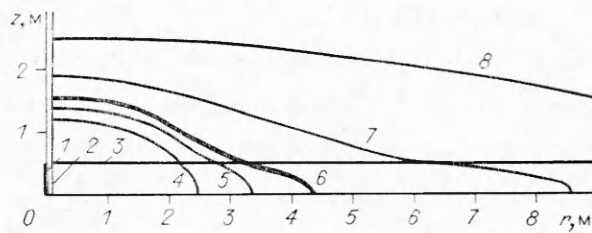
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГРЕВА НЕФТЯНОГО ПЛАСТА ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Одним из перспективных способов интенсификации добычи высоковязких нефтей и газогидратов, а также борьбы с осложнениями в скважинах, связанными с выпадением парафинов и газогидратов, является применение высокочастотного электромагнитного излучения [1—4]. Благодаря глубокому проникновению и возникающему вследствие этого объемному тепловыделению электромагнитное излучение способно обеспечить гораздо более высокую скорость и равномерность нагрева и более высокий КПД, чем традиционные способы теплового воздействия — нагретым паром или горячей жидкостью. Однако для реализации таких возможностей необходимо детально исследовать происходящие при этом процессы тепломассопереноса, чтобы найти оптимальные режимы воздействия. Первые теоретические оценки глубины прогрева и распределения температуры в прогретой зоне сделаны в [1]. В дальнейшем оценки уточнялись [2—4], однако исследований на двумерных моделях до настоящего времени не проводилось. В то же время при толщине пласта $H \sim 1$ м, глубине проникновения излучения $l \sim 10 \dots 100$ м и времени нагрева порядка десятков и сотен часов, весьма существенной будет утечка тепла в породы, прилегающие к пласту сверху и снизу. Следствие утечки — установление со временем стационарного температурного распределения (тогда как в одномерной осесимметричной модели при наличии источника постоянной мощности в начале координат температура во всей области со временем неограниченно растет).

Размер прогретой зоны, определяемый глубиной проникновения некоторой фиксированной изотермы, при фиксированной мощности источника и толщине пласта зависит от теплофизических параметров среды и коэффициента поглощения $\alpha = 1/l$. Последний, в свою очередь, зависит от частоты электромагнитного излучения, и им, следовательно, можно управлять. При малом α (большая глубина проникновения излучения l) энергия источника рассеивается в большой области и растекается в прилегающие породы, не производя необходимого нагрева. При большом α (малая глубина l) происходит сильный нагрев небольшой области, окружающей источник, возникает существенный градиент температуры, и тепло интенсивно растекается вверх и вниз в прилегающие породы, не обеспечивая необходимого радиального прогрева. В обоих случаях прогретая зона мала и нагрев неэффективен. Имеется, следовательно, некоторый оптимальный коэффициент поглощения, при котором (при фиксированной мощности источника) может быть получен наибольший размер прогретой зоны. Очевидно, существует также и оптимальное время нагрева (при каждом значении α), при котором отношение объема прогретой зоны к затраченной энергии максимально.

Определение этих оптимальных параметров, а также уточнение других величин, характеризующих процесс высокочастотного нагрева пласта, и является целью данной работы.]

Модель и система уравнений. Исследование проводилось на двумерной осесимметричной модели, изображенной на рис. 1. Нефтяной пласт толщины H заключен между плоскостями, перпендикулярными оси z (верхняя плоскость отмечена линией β). Сверху и снизу пласт окружает неограниченная среда, ее теплофизические характеристики отличаются от характеристик пласта. В скважину, поверхность которой обозначена



Р и с. 1

линией 2, помещен источник 1 мощностью несколько десятков или сотен киловатт, излучающий электромагнитные волны в радиальном направлении. Вследствие объемного поглощения электромагнитной энергии вокруг скважины происходит разогрев пласта и прилегающих пород.

Кривые 4—8 — изотермы температурного поля в некоторый момент времени (см. ниже).

Коэффициент поглощения электромагнитного излучения α считается постоянным, т. е. не зависящим от времени, координат и температуры, так что поглощение излучения происходит по закону Бугера — Ламберта. Однако, как уже говорилось, коэффициент зависит от частоты электромагнитного излучения и его величина может быть установлена до начала процесса разогрева. Фильтрационным движением нефти и связанным с ним конвективным переносом тепла, а также теплообменом на поверхности скважины пренебрегается.

В рамках указанной модели процесс нагрева пласта и прилегающих пород описывается двумерным уравнением теплопроводности с объемным источником

$$(1) \quad \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\alpha W \psi(z)}{2\pi r} \exp[\alpha(b-r)],$$

$$b \leq r < \infty, \quad -\infty < z < \infty,$$

где плотность ρ , теплоемкость c и теплопроводность λ различны в пласте и в прилегающих породах и, следовательно, являются функциями z ; b — радиус скважины, W — линейная мощность излучателя (ватт на единицу длины по оси z), функция $\psi(z)$ характеризует распределение поглотенной мощности электромагнитного излучения по высоте. В идеальном случае, который рассматривается в данной работе, когда электромагнитная волна «канализует» вдоль пласта, не проникая в прилегающие породы, функция $\psi(z)$ имеет вид

$$(2) \quad \psi(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } -H/2 \leq z \leq H/2, \\ 0 & \text{при } z < -H/2, z > H/2. \end{cases}$$

Последнее слагаемое в формуле (1) выражает плотность объемного тепловыделения, возникающего вследствие поглощения электромагнитного излучения. Действительно, изменение интенсивности излучения I вдоль координаты r может быть представлено как

$$(3) \quad dI = -(1/r)I dr - \alpha I dr,$$

где первый член выражает уменьшение интенсивности вследствие геометрической расходимости излучения, а второй — вследствие поглощения. В результате интегрирования (3) в предположении $\alpha = \text{const}$ и с учетом того, что на поверхности скважины интенсивность $I_0 = W/2\pi b$, получается

$$I = \frac{W}{2\pi r} \exp[\alpha(b-r)], \quad r \geq b;$$

произведение $\alpha I(r)$ дает плотность объемного тепловыделения.

Процесс плавления парафина или разложения газогидрата учитывается следующим образом. Считается, что теплоемкость c внутри пласта имеет особенность при температуре фазового перехода T_s :

$$(4) \quad c(T) = c_0 + L\delta(T - T_s)$$

(L — скрытая теплота фазового перехода, δ — дельта-функция, которая при численных расчетах заменяется «ступенькой» конечной ширины $2\Delta T_s$ [5]). Так как значения теплоемкости при температурах ниже и выше T_s различны (c_0 и c_1 соответственно), функцию $c(T)$ можно записать в форме

$$(5) \quad c(T) = \begin{cases} c_0 & \text{при } T < T_s - \Delta T_s, \\ (c_0 + c_1)/2 + L/2\Delta T_s & \text{при } T_s - \Delta T_s \leq T \leq T_s + \Delta T_s, \\ c_1 & \text{при } T > T_s + \Delta T_s. \end{cases}$$

Таким образом, рассматриваемая задача существенно нелинейна, ее можно отнести к классу задач Стефана. Ее граничные условия таковы:

$$(6) \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=b} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z \rightarrow +\infty} \rightarrow 0.$$

Для численного решения уравнения (1) его удобно привести к безразмерному виду. Если в качестве единицы длины взять глубину проникновения излучения $l = 1/\alpha$, а в качестве единицы температуры — температуру фазового перехода T_s , то (1) может быть записано в следующей безразмерной форме:

$$(7) \quad C \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Lambda x \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\Lambda \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \right) + \frac{Q}{x} \exp(\bar{\beta} - x) \\ (x = r\alpha, \zeta = z\alpha, \beta = b\alpha, \tau = \alpha^2 a_0 t, \theta = T/T_s);$$

$$(8) \quad Q = W\psi(z)/2\pi\lambda_0 T_s, \quad C = \rho c/\rho_0 c_0, \quad \Lambda = \lambda/\lambda_0, \quad a_0 = \lambda_0/\rho_0 c_0,$$

ρ_0, λ_0 — плотность и теплопроводность пласта.

Метод решения. Для решения сформулированной задачи был применен неявный метод переменных направлений с итерациями по нелинейной зависимости теплоемкости от температуры (5) на неравномерной сетке [5, 6].

Согласно этому методу, решение двумерного уравнения (7) ищется путем последовательного решения одномерных задач вдоль x и вдоль ζ . Шаг $\Delta\tau$ разбивается на два полушага, и уравнение (7) преобразуется в два уравнения, решаемые последовательно:

$$(9) \quad C_{ij} \frac{\theta_{ij}^{k+1/2} - \theta_{ij}^k}{0,5\Delta\tau} = \frac{\Lambda_j x_{i+1} (\theta_{i+1,j}^{k+1/2} - \theta_{ij}^{k+1/2})/\Delta x_i - \Lambda_j x_i (\theta_{i,j}^{k+1/2} - \theta_{i-1,j}^{k+1/2})/\Delta x_{i-1}}{x_i \Delta x_i} + \\ + \frac{\Lambda_{j+1} (\theta_{i,j+1}^k - \theta_{ij}^k)/\Delta \zeta_j - \Lambda_j (\theta_{ij}^k - \theta_{i,j-1}^k)/\Delta \zeta_{j-1}}{\Delta \zeta_j} + \frac{Q}{x_i} \exp(\bar{\beta} - x_i)$$

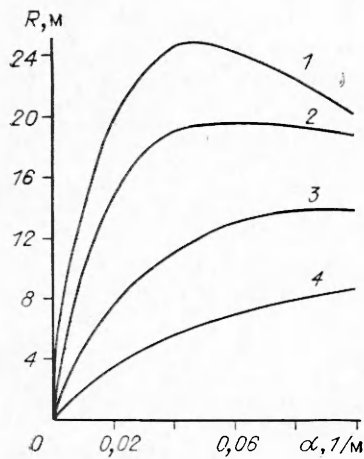
— первый полушаг,

$$(10) \quad C_{ij} \frac{\bar{\theta}_{ij}^{k+1} - \theta_{ij}^{k+1/2}}{0,5\Delta\tau} = \frac{\Lambda_j x_{i+1} (\bar{\theta}_{i+1,j}^{k+1} - \theta_{ij}^{k+1/2})/\Delta x_i - \Lambda_j x_i (\theta_{i,j}^{k+1/2} - \theta_{i-1,j}^{k+1/2})/\Delta x_{i-1}}{x_i \Delta x_i} + \\ + \frac{\Lambda_{j+1} (\bar{\theta}_{i,j+1}^{k+1} - \theta_{ij}^{k+1/2})/\Delta \zeta_j - \Lambda_j (\theta_{ij}^{k+1/2} - \theta_{i,j-1}^{k+1/2})/\Delta \zeta_{j-1}}{\Delta \zeta_j} + \frac{Q}{x_i} \exp(\bar{\beta} - x_i)$$

— второй полушаг.

Каждое из этих уравнений решается методом прогонки по соответствующему направлению: (9) — по направлению x (находятся $\theta_{ij}^{k+1/2}$ по известным θ_{ij}^k), (10) — по направлению ζ (определяются $\bar{\theta}_{ij}^{k+1}$ по известным $\theta_{ij}^{k+1/2}$). При этом на каждом полушаге строится итерационный процесс, в котором учитывается зависимость C от температуры, заданная формулой (5).

По изложенному алгоритму была составлена программа на Фортране ЕС ЭВМ. Расчеты производились на ЭВМ ЕС 1045. Сетка 50×50 ; шаг сетки при удалении от источника по обеим координатам возрастал таким образом, что размеры области, охваченные сеткой, по обеим координатам были много больше 1, чем обеспечивалось выполнение граничных условий (6). Начальная температура среды полагалась постоянной.



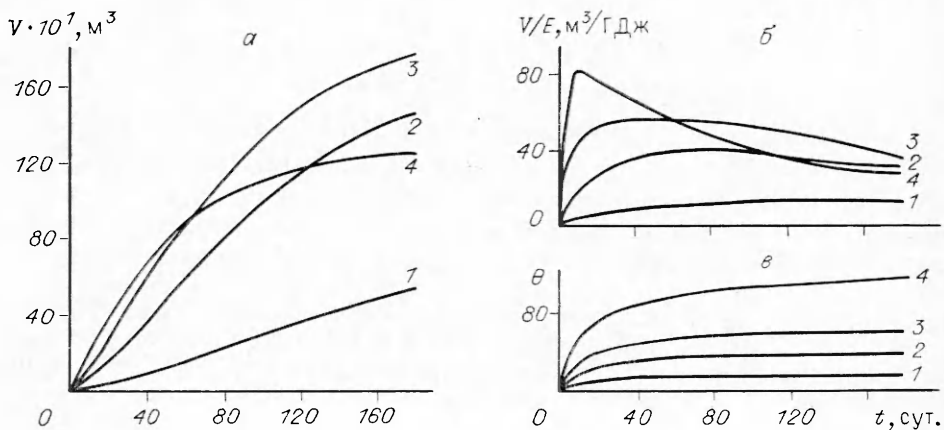
Р и с. 2

Результаты и обсуждение. Результаты расчетов даны на рис. 1—4 для наглядности в размерном виде, так как безразмерных параметров много (Λ , C , Q , β , $L/2\Delta T_s c_0$) и их использование при представлении результатов мало увеличивает общность. Использовались значения параметров, характерные для материалов нефтяной технологии: в пласте $\rho_0 = 10^3$ кг/м³, $\lambda_0 = 1$ Вт/(м·К), $c_0 = 2,1$ кДж/(кг·К), $L = 160$ кДж/кг, $T_s = 50$ °С, в прилегающих породах $\rho = 2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\lambda = 2,4$ Вт/(м·К), $c = 0,8$ кДж/(кг·К). Коэффициент поглощения варьировался в пределах 0,01 ... 0,1 1/м, что характерно для электромагнитных волн метрового и дециметрового диапазона. Толщина пласта 1 м, мощность источника 315 КВт. Пересчет результатов для других значений параметров легко может быть произведен с помощью (8).

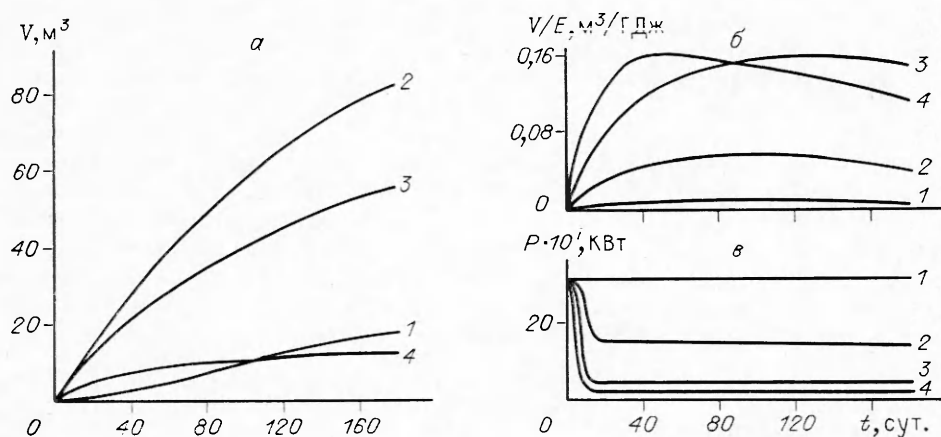
На рис. 1, который использовался выше для описания модели, приведен характерный вид изотерм температурного поля ($\alpha = 0,01$ 1/м, через 25 сут после начала нагрева): кривая 4 изображает изотерму 100 °С, 5 — 70, 6 — 50 (фронт плавления), 7 — 30, 8 — 10 °С.

Расстояние R , на которое продвигается фронт плавления по оси r , зависит, как уже говорилось, от коэффициента поглощения α . Эта зависимость приведена на рис. 2 для моментов времени 180, 90, 30 и 10 сут (кривые 1—4). Время нагрева 180 сут, хотя и недостаточно для установления стационарного температурного поля, велико с практической точки зрения; более длительные времена нагрева особого интереса не представляют. Расчеты подтверждают сделанные ранее в [1—4] оценки максимального радиуса прогрева до нескольких десятков метров. Кривая 4 на рис. 2 имеет четкий максимум при $\alpha = 0,05$ 1/м (оптимальное значение). Физический смысл оптимума обсуждался выше.

На рис. 3 изображена динамика важнейших параметров процесса прогрева пласта для различных значений: a — рост объема расплавленной зоны в пласте $V(t)$; b — отношение расплавленного объема V к энергии E , излученной источником с момента начала прогрева; v — рост температуры $\theta_0 = (T - T_0)/(T_s - T_0)$ (T_0 — начальная температура среды) на поверхности скважины в точке $z = 0$, имеющей наибольшую температуру. Кривые 1—4 — $\alpha = 0,01; 0,03; 0,05; 0,1$ 1/м. При максимальном $\alpha = 0,1$ 1/м фронт плавления вначале движется быстро, но в дальней-



Р и с. 3



Р и с. 4

шем его движение замедляется, так как глубина проникновения электромагнитных волн мала ($l = 10$ м), и проплавление на глубины, большие l , идет в основном за счет теплопроводности. При минимальном $\alpha = 0,01$ 1/м энергия источника распределяется на слишком большой объем и нагрев идет медленно. Оптимальное значение $\alpha = 0,05$ 1/м обеспечивает, как уже говорилось, наибольшие R и V при достаточно больших временах нагрева. Кривые V/E характеризуют эффективность процесса нагрева с другой точки зрения — получение наибольшего расплавленного объема при наименьших энергозатратах — и имеют четкие максимумы, определяющие оптимальные (с этой точки зрения) времена нагрева при заданных α . Максимум отношения V/E достигается при наибольшем α , однако абсолютное значение V при этом, как видно из рис. 3, невелико. Таким образом, данные рис. 3 позволяют выбрать наиболее выгодную технологию нагрева для конкретных практических задач и условий.

При непрерывном нагреве может быть достигнут большой радиус проплавления и объем расплавленной зоны, однако поверхность скважины при этом (см. рис. 3, в) сильно нагревается — ее температура достигает сотен и тысяч градусов. Необходимо отметить, что в реальных условиях температура будет ниже, так как сильный нагрев без доступа кислорода приведет к разложению нефти вблизи скважины, удалению ее легких компонентов и, вследствие этого, к дополнительным потерям тепла. Однако в рассматриваемой модели эти процессы не учитываются. В тех случаях, когда сильный нагрев недопустим, представляет интерес моделирование такого режима нагрева, при котором температура поверхности скважины не превышает некоторого заданного значения, что может достигаться путем периодического выключения и включения источника или плавного уменьшения его мощности после достижения в точке $z = 0$ заданной максимальной температуры. Глубина проплавления при этом, конечно, оказывается существенно меньше. Динамика процесса нагрева в таком режиме при максимальной температуре поверхности скважины $\theta_0 = 4,2$ представлена на рис. 4. Смысл рис. 4, а, б тот же, что и рис. 3, а, б, а на рис. 4, в показано, каким образом должна изменяться мощность источника, чтобы температура поверхности, достигнув значения $\theta_0 = 4,2$, в дальнейшем оставалась на этом уровне. Кривые 1—4 — $\alpha = 0,002; 0,01; 0,1; 1,0$ 1/м. Как видно из рис. 4, движение фронта плавления слабее зависит от α , поэтому при расчетах взят более широкий диапазон значений α . Эффективность нагрева — отношение V/E (рис. 4, б) — для более высоких α выше, так как та же глубина проплавления достигается при меньшей средней мощности (рис. 4, в), поскольку при малом α значительная часть энергии тратится на бесполезный разогрев области

$r \gg R$. Кривые V/E на рис. 4, б, как и на рис. 3, б, имеют максимумы, определяющие оптимальное время нагрева.

Выводы. Выполнено численное исследование на двумерной модели с учетом нелинейной зависимости теплоемкости $c(T)$ процесса нагрева нефтяного пласта. Показано, что эффективность прогрева существенно зависит от правильного выбора параметров, в частности от коэффициента поглощения α , определяемого частотой излучения. Определены оптимальные значения α , а также оптимальные времена прогрева. Выполненные расчеты подтверждают возможность применения высокочастотного электромагнитного прогрева нефтяных пластов для интенсификации добычи высоковязкой нефти и борьбы с осложнениями в скважинах и могут быть использованы для разработки практических рекомендаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саяхов Ф. Л., Чистяков С. Н., Бабалин Г. А., Федоров Б. Н. Расчет прогрева призабойной зоны нефтяных скважин высокочастотными электромагнитными полями // Изв. вузов. Нефть и газ. — 1972. — № 2.
2. Саяхов Ф. Л., Фатыхов М. А., Кузнецов О. Л. Исследование электромагнитно-акустического воздействия на распределение температуры в нефтеводонасыщенной горной породе // Изв. вузов. Нефть и газ. — 1981. — № 3.
3. Зыонг Нгок Хай, Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. К теории фильтрации жидкости в пористой среде при объемном нагреве высокочастотным электромагнитным полем // ПММ. — 1987. — Т. 51, вып. 1.
4. Зыонг Нгок Хай, Мусаев И. Д., Нигматулин Р. И. Автомодельные решения задачи тепло- и массопереноса в насыщенной пористой среде с объемным источником тепла // ПММ. — 1987. — Т. 51, вып. 6.
5. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977.
6. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984.

г. Тюмень

Поступила 21/II 1989 г.

УДК 517.95

С. Е. Михайлов

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

В настоящее время широкое распространение получили численные методы решения краевых задач для уравнений математической физики, основанные на использовании фундаментальных решений, т. е. решений, описывающих реакцию бесконечного пространства или плоскости на сосредоточенное воздействие. К таким методам можно отнести прямой и непрямой методы граничных интегральных уравнений [1], а также метод источников, в котором решение краевой задачи строится путем суперпозиции сосредоточенных воздействий в пространстве, располагаемых на некоторой поверхности, охватывающей исследуемую область [2]. Для уравнений стационарной и нестационарной теплопроводности изотропной среды подобные решения известны (см. [1] и имеющиеся там ссылки) как для двумерного и трехмерного случаев, так и для осесимметричной задачи. К изотропному случаю могут быть сведены плоские и пространственные уравнения теплопроводности для прямолинейно-анизотропной среды. Известны трехмерные фундаментальные решения уравнений теории упругости для среды с прямолинейной анизотропией [3] и для прямолинейно-анизотропной наследственно-упругой среды [4, 5].

В данной работе строятся осесимметричные фундаментальные решения стационарных и нестационарных уравнений теплопроводности для цилиндрически-анизотропных сред путем сведения их к соответствующим уравнениям для изотропной среды. Представлены предельные соотношения для характеристических значений параметров. В качестве одного из предельных случаев получены фундаментальные решения стационарных и нестационарных уравнений плоских задач теплопроводности для прямолинейно-анизотропной среды.

Уравнения нестационарной теплопроводности в произвольной анизотропной среде имеют вид

$$(0.1) \quad \operatorname{div} \mathbf{q} + cT_{,t} = Q, \quad \mathbf{q} = -\chi \nabla T.$$