

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДЕТОНАЦИИ АЛЮМИНИЕВОЙ ПЫЛИ В КИСЛОРОДЕ
С УЧЕТОМ СКОРОСТНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ ЧАСТИЦ**

УДК 532.529+541.126

А. В. Федоров, Т. А. Хмель

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

На основе математической модели, описывающей детонацию аэровзвеси частиц алюминия в кислороде с учетом различия скоростей и температур компонентов, изучена задача распространения плоской детонационной волны. Проведен качественный анализ конечного стационарного состояния. Определены области существования стационарных решений и многообразия решений различных типов. Приведены численные иллюстрации течений различных типов. Проанализированы особенности структуры течения за фронтом в зависимости от параметров релаксации. Проведен расчет течения с учетом зависимости характерных времен от параметров за фронтом, и показано соответствие данных, полученных при замороженных и переменных параметрах релаксации. Установлено соответствие полученных расчетных данных известным экспериментальным результатам по ширине зон воспламенения и горения.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы детонации аэродисперсных сред, содержащих горючие частицы, представляют как теоретический, так и практический интерес в связи с развитием и использованием взрывоопасных промышленных технологий. Исследование детонации аэровзвеси частиц алюминия в кислороде проводилось в работах [1–5] на основе математической модели [1, 2], согласованной с экспериментальными данными [6] по зависимости скорости детонации от концентрации частиц. В [3–5] в предположении, что частицы достаточно малы и мгновенно увлекаются потоком газа, была принята односкоростная двухтемпературная модель течения. В [3, 4] в рамках этой модели для смесей с неполным выгоранием частиц показано, что наряду с режимами Чепмена — Жуге и пересжатыми существуют стационарные режимы недосжатой детонации со сверхзвуковым конечным состоянием. В плоскости параметров «скорость детонации, отношение характерных времен тепловой релаксации и горения $\beta = \tau_T/\tau_\xi$ » определены области существования различных стационарных режимов и область нестационарности. В [5] на основе исследования процесса взаимодействия детонационной волны (ДВ) с примыкающей волной разрежения было установлено, что самоподдерживающимися могут быть режимы Чепмена — Жуге, а также недосжатые, конечное состояние которых является сверхзвуковым как по равновесной, так и по замороженной скорости звука. Скорость детонации самоподдерживающихся режимов однозначно определялась параметром релаксации β . Здесь же показана неустойчивость свободной детонации структурно-неустойчивых стационарных режимов, определенных в «дисперси-

онном» интервале параметра релаксации.

В настоящей работе в рамках математической модели [1–4] продолжается численно-аналитическое исследование стационарных режимов, в котором принимаются во внимание конечность сил взаимодействия между фазами и обусловленное этим различие скоростей частиц и газа. Характер протекания релаксационных процессов за фронтом ДВ зависит теперь от соотношений трех характерных времен: скоростной релаксации, тепловой релаксации и горения частиц. Поскольку прогрев частиц на стадии воспламенения происходит в условиях их скоростной неравновесности, необходимо также оценить влияние перечисленных параметров на период задержки воспламенения. Критерием воспламенения в настоящей работе считается достижение частицами температуры срыва теплового равновесия T_{ign} . Величина T_{ign} условна и в предшествующих работах принималась равной 900 К.

Следует отметить, что существующие в настоящий момент экспериментальные данные по задержке воспламенения и скорости горения частиц Al имеют значительный разброс ввиду различий в условиях проведения экспериментов. Измеренные в квазистатических условиях (в пламени горелки) времена задержки воспламенения пропорциональны d^2 (d — диаметр частиц), зависят от температуры окружающего частицу газа, давления и влажности атмосферы [7]. Согласно приведенным в [7] данным различных авторов, время задержки воспламенения для частиц размером 50 мкм составляет от 10 до 16 мс, а время горения — от 6 до 12 мс. С этими данными по порядку величины (с учетом размеров частиц) соотносятся результаты [8, 9] по воспламенению в отраженных ударных волнах (УВ) в атмосфере чистого кислорода, где для более мелких частиц ($1 \div 25$ мкм) время задержки воспламенения составило от 0,2 мс при 2500 К до 0,4 мс при 1800 К. Значительно быстрее воспламеняются частицы в проходящих УВ [9, 10]. По данным [9] для тех же частиц ($1 \div 25$ мкм) время задержки воспламенения изменяется от 0,015 мс при 1040 К до 0,04 мс при 940 К. Экспериментальные исследования по воспламенению частиц диаметром $15 \div 20$ мкм в проходящих УВ в смеси, содержащей 70 % азота и 30 % кислорода [10], показали большую длительность задержки воспламенения, чем в чистом кислороде [9] — от 0,15 мс при 1800 К до 0,5 мс при 1400 К. Детальных экспериментальных исследований по воспламенению и горению за фронтом ДВ чрезвычайно мало в силу известных трудностей постановки и проведения эксперимента. Характерное время задержки воспламенения, определяемое в [6] по ширине наблюдаемых зон роста и стабилизации давления, составляет не более 0,02 мс (что коррелирует с данными [9]), а горения — примерно 0,04 мс (хлопьевидные частицы размером 40 мкм). Экспериментальные исследования детонации аэрозвесей алюминия проводились в [11, 12]. В [11] для сферических частиц (5 мкм) при скорости ДВ 1380 м/с время задержки воспламенения составляло более 0,014 мс, что соответствует [10], с учетом размера частиц. В [12] по задержке воспламенения приводятся лишь расчетные данные. Из сопоставления с данными экспериментов температура воспламенения в [12] принята равной 950 К.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим пространство, заполненное смесью частиц алюминия и кислорода. Предположим, что по смеси с постоянной скоростью распространяется плоская ДВ. Закон горения и уравнение тепловой релаксации примем в соответствии с [3]. В рамках двухскорост-

ного двухтемпературного приближения механики гетерогенных сред уравнения движения можно представить в виде трех законов сохранения для смеси в целом и трех дифференциальных уравнений для плотности, скорости и температуры одной из фаз:

$$\begin{aligned} \rho_1 u_1 + \rho_2 u_2 &= c_1, \quad \rho_1 u_1^2 + \rho_2 u_2^2 + p = c_2, \quad \rho_1 u_1 (E_1 + p/\rho_1) + \rho_2 u_2 E_2 = c_3, \\ \frac{d(\rho_2 u_2)}{dx} &= -\frac{1}{\tau_\xi} \rho (\dot{\xi} - \dot{\xi}_k) \exp\left(-\frac{E_a}{RT_2}\right) \max(0, \text{sign}(T_2 - T_{ign})), \quad u_2 \frac{du_2}{dx} = \frac{1}{\tau_u} (u_1 - u_2), \quad (1) \\ u_2 \frac{dT_2}{dx} &= \frac{1}{\tau_T} (T - T_2), \quad \rho_2 = \rho \xi, \quad p = \rho_1 RT, \quad E_1 = \frac{u_1^2}{2} + c_{v,1} T, \quad E_2 = \frac{u_2^2}{2} + c_{v,2} T_2 + Q. \end{aligned}$$

Здесь ξ — относительная массовая концентрация частиц, ξ_k — доля несгоревших частиц, E_a — энергия активации, T_{ign} — температура воспламенения частицы, Q — скорость тепловыделения химической реакции, ρ — плотность, p — давление, T — температура, E — полная энергия на единицу массы, u — скорость, c_v — теплоемкость, τ_ξ , τ_u , τ_T — характерные времена процессов горения, скоростной релаксации и тепловой релаксации соответственно. Индекс 1 относится к газу, 2 — к частицам, индекс «к» указывает на конечное состояние смеси после прохождения ДВ. Константы c_1 , c_2 , c_3 определяются по начальному состоянию смеси и скорости фронта ДВ. Введем также показатели адиабат: замороженный $\gamma_1 = c_{p,1}/c_{v,1} = 1 + R/c_{v,1}$ и равновесный $\gamma = 1 + R(1 - \xi)/c_v(\xi)$, где $c_v(\xi) = c_{v,1}(1 - \xi) + c_{v,2}\xi$.

Уравнения (1) выписаны в предположении малости объемной концентрации частиц. В модели пренебрегается также тепловыделением от низкотемпературных реакций окисления частицы, проходящих на стадии воспламенения. Процесс нарастания окисной пленки, препятствующей полному сгоранию частицы, моделируется введением члена ξ_k в уравнение для концентрации частиц (в [13] предложена модель детонации алюминиевой пыли, принимающая во внимание кинетический механизм образования зародышей конденсированного окисла).

Краевая задача для системы (1) формулируется следующим образом. При $x = -0$ параметры отвечают невозмущенному состоянию перед фронтом ДВ: $u_1 = u_2 = u_0$, $p = p_0$, $T = T_2 = T_0$, $\rho_1 = \rho_0(1 - \xi_0)$, $\rho_2 = \rho_0 \xi_0$. При $x = +0$ состояние определяется из условий на замороженной УВ в соответствии с моделью Зельдовича — Неймана — Дюринга ($u_2 = u_0$, $T_2 = T_0$, $\xi = \rho_2/(\rho_1 + \rho_2) = \xi_0$). При $x \rightarrow +\infty$ выполняются условия равновесности с учетом выгорания: $u_2 = u_1$, $T_2 = T$, $\xi = \rho_2/(\rho_1 + \rho_2) = \xi_k$. Скорость ДВ u_0 является свободным параметром задачи, определяющим конечное состояние. Минимально возможное значение $u_0 = u_{CJ}$ соответствует режиму Чепмена — Жуге (ЧЖ). При $u_0 > u_{CJ}$ возможны два конечных состояния, отвечающих пересжато- либо недосжато-режиму детонации.

Характерное время горения τ_ξ считается постоянным. Характерные времена тепловой и скоростной релаксации τ_T и τ_u в условиях скоростной неравновесности частиц и в процессе горения являются переменными, так как зависят от числа Рейнольдса частиц и их размера. Для простоты теоретического анализа на первом этапе они будут заморожены, и параметры релаксации $\alpha = \tau_T/\tau_u$ и $\beta = \tau_T/\tau_\xi$ за фронтом ДВ будут считаться постоянными. (Далее мы оценим допускаемую при этом погрешность в определении параметров течения). Поскольку для широкого диапазона размеров частиц границы изменения параметров релаксации размыты, будет проведено исследование детонационных режимов во всем пространстве параметров α и β .

В задаче определяются четыре характерные скорости звука: полностью замороженная (по скоростям и концентрациям), равная скорости распространения малых возмущений в газе $c_f^2 = \gamma_1 p / \rho_1 = \gamma_1 RT$; замороженно-равновесная (замороженная по концентрациям и равновесная по скоростям), равная замороженной скорости звука в односкоростной модели $c_{fe}^2 = \gamma_1 p / \rho = \gamma_1 (1 - \xi) RT$; равновесно-замороженная (равновесная по концентрациям и замороженная по скоростям) $c_{ef}^2 = \gamma p / \rho_1 = \gamma \bar{\mu} T$; равновесная (по скоростям и концентрациям) $c_e^2 = \gamma p / \rho = \gamma (1 - \xi) RT$. Справедливы соотношения $c_f > c_{fe} > c_e$, $c_f > c_{ef} > c_e$. В режиме ЧЖ конечная скорость смеси равна равновесной скорости звука.

АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ

Конечная особая точка. На основе качественного анализа системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений исследуем тип особенности конечного стационарного состояния (1). В переменных $\varphi_2 = \rho_2 u_2$, $\varphi_1 = \rho_1 u_1$ и $dx = \tau_T u_2 dy$ анализируемая система имеет вид

$$\frac{d\varphi_2}{dy} = -\beta\varphi_2(1 - \xi_k) + \frac{\beta\varphi_1\xi_k u_2}{u_1}, \quad \frac{du_2}{dy} = \alpha(u_1 - u_2), \quad \frac{dT_2}{dy} = T - T_2. \quad (2)$$

Здесь $\varphi_1(\varphi_2, u_2, T_2)$, $u_1(\varphi_2, u_2, T_2)$, $T(\varphi_2, u_2, T_2)$ определяются из (1) посредством следующих формул: $\varphi_1 = c_1 - \varphi_2$, $b_2 u_1^2 + b_1 u_1 + b_0 = 0$, где $b_2 = \varphi_1(\gamma_1 + 1)/(\gamma_1 - 1)$, $b_1 = (\varphi_2 u_2 - c_2)2\gamma_1/(\gamma_1 - 1)$, $b_0 = 2(c_3 - \varphi_2 E_2)$, $\varphi_1 c_{p,1} T = c_3 - \varphi_1 u_1^2/2 - \varphi_2 E_2$. Качественные свойства решений системы (2) в конечной точке определяются значениями α , β и параметров конечного состояния. Собственные числа матрицы Якоби правой части (2) при $\xi = \xi_k$, $u_1 = u_2$, $T = T_2$ удовлетворяют характеристическому уравнению

$$\lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0, \quad (3)$$

где $a_1 = \beta a_{12} + \alpha a_{11} + a_{10}$, $a_2 = \beta a_{22} + \alpha \beta a_{11} + \alpha a_{21}$, $a_3 = \alpha \beta a_{33}$, a_{ij} зависят от c_1 , c_2 , c_3 и значений характерных параметров течения в конечной точке. Ввиду громоздкости выражений приведем лишь формулы

$$a_{11} = \frac{c_{fe}^2 - u_k^2}{(c_f^2 - u_k^2)/(1 - \xi_k)}, \quad a_{33} = \frac{(\gamma_1 - 1)(c_e^2 - u_k^2)}{(\gamma_k - 1)(1 - \xi_k)(c_f^2 - u_k^2)}. \quad (4)$$

При $\alpha \rightarrow \infty$ уравнение (3) преобразуется в уравнение с малым параметром при старшей производной $\lambda^3/\alpha + a_{11}\lambda^2 + (\beta a_{11} + a_{21})\lambda + \beta a_{33} = 0$, один из действительных корней которого стремится к $\pm\infty$ в зависимости от знака a_{11} ($a_{11} < 0$ в «дисперсионном» интервале $c_{fe} < u_k < c_f$), а два остальных асимптотически приближаются к предельным, зависящим только от параметра β . В пределе $\tau_u = 0$ ($\alpha = \infty$) уравнение вырождается в квадратное и совпадает с полученным в односкоростном приближении [4].

В общем случае существует три корня, один из которых всегда действительный. Численно определим типы особых точек при различных α и β в возможных режимах детонации:

— в режиме ЧЖ ($u_k = c_e$) одно из собственных чисел равно нулю (см. (4)), и в зависимости от знаков вещественной части других корней конечная точка может быть неустойчивой (седло или узел — фокус) или устойчивой (узел или узел — фокус). Карта типов особых точек в плоскости (α, β) показана на рис. 1. На прямой, отделяющей устойчивые и неустойчивые точки в области комплексных значений корней, лежат точки типа

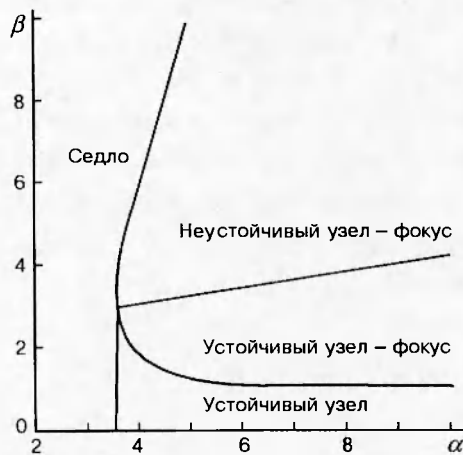


Рис. 1

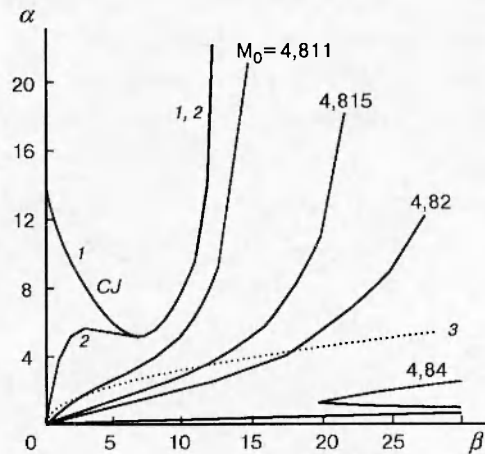


Рис. 2

Рис. 1. Карта конечных особых точек в режиме Чепмена — Жуге

Рис. 2. Линии уровня поверхности, разделяющей стационарные режимы

центр;

— в пересжатых режимах ($u_k < c_e$) одно из собственных чисел вещественно и отрицательно, а в зависимости от двух других конечная точка может быть неустойчивой (седло или седло — фокус) или устойчивой (узел или узел — фокус). При скорости детонации, близкой к скорости ЧЖ, картина подобна изображенной на рис. 1. С увеличением скорости ДВ область неустойчивости резко сокращается и исчезает;

— в недосжатых режимах конечная скорость больше равновесной скорости звука. При изменении скорости ДВ от скорости ЧЖ до некоторой критической конечное состояние остается дозвуковым по замороженной («дисперсионный» интервал). Здесь одно из собственных чисел положительно, как видно из (3), (4), и конечное состояние неустойчиво (седло, седло — фокус). В односкоростной модели стационарное решение такого типа было устойчиво относительно конечных одномерных возмущений при условии поддержки поршнем [4] и оказалось неустойчивым в свободной детонации [5];

— в недосжатых режимах вне «дисперсионного» интервала конечная скорость больше замороженной скорости звука. Здесь конечные точки устойчивы во всей плоскости (узел или узел — фокус).

Результаты проведенного анализа остаются справедливыми и в случае, когда в зоне релаксации и горения параметры α , β меняются. Характер особенности конечного состояния, так же как и местоположение конечной особой точки в плоскости (α, β) , определяются тогда конечными значениями α_k , β_k .

Условия существования стационарных режимов. В [3, 4] установлено, что не все конечные состояния достижимы и получена кривая $M_0 = \tilde{M}(\beta)$, отделяющая область нестационарности в плоскости (M_0, β) (M_0 — число Маха, определяемое по скорости ДВ). В двухскоростной модели имеется дополнительный параметр $\alpha = \tau_T/\tau_u$, поэтому в пространстве (M_0, α, β) область существования стационарных решений имеет границей по-

верхность $M_0 = \tilde{M}(\alpha, \beta)$. Ниже этой поверхности при $M_0 < \tilde{M}(\alpha, \beta)$ в решении появляется «линия записания» (нет стационарных решений). Выше поверхности стационарные решения отвечают режиму пересжатой детонации. На поверхности реализуются режимы с внутренней особой точкой (пересжатые и недосжатые). Разделяющая поверхность, полученная на основе численного анализа решений системы (1) при различных α и β , имеет сложный вид и представлена на рис. 2 линиями уровня при различных M_0 . При $M_0 = M_{CJ} = 4,809913$ стационарные решения ЧЖ существуют в области $\beta < \beta_{CJ}(\alpha)$ (выше кривой 1 на рис. 2). Кривая $\beta_{CJ}(\alpha)$ имеет асимптоту $\beta \rightarrow \beta_m, \alpha \rightarrow \infty$. Область нестационарности при данном M_0 ограничена указанной кривой и осью β . Кривая 2 на рис. 2 отвечает пересжатому режиму с близким к режиму ЧЖ числом Маха $M_0 = 4,80992$ и при $\beta > 6$ сливается с кривой 1, однако выходит из начала координат. Начиная с некоторого $M_0 > M_{CJ}$ линии уровня разделяются на две кривые, выходящие из точки $(0, 0)$. Верхняя часть кривой асимптотически уходит на бесконечность ($\beta \rightarrow \tilde{\beta}(M_0), \alpha \rightarrow \infty$), нижняя заканчивается на оси β . Область стационарности соответственно разделяется на две: между верхней ветвью и осью α и между нижней ветвью и осью β . С дальнейшим увеличением M_0 линии уровня отрываются от точки $(0, 0)$ и область нестационарности ограничивается кривой, смещающейся в сторону увеличения α и β . Область стационарности, расположенная слева, расширяется, и при $M_0 \geq M_{**}$ стационарные решения (пересжатые режимы) существуют во всей плоскости релаксационных параметров. Таким образом, в пространстве параметров M_0, α и β определены области существования режимов ЧЖ, пересжатых и недосжатых, т. е. построена карта стационарных детонационных режимов смеси.

Внутри области существования стационарных решений конечные особые точки оказались всегда устойчивыми. На разделяющей поверхности режимы ЧЖ и пересжатые устойчивы всегда, а недосжатые устойчивы вне «дисперсионного интервала» — при $M_0 > M_* > M_{CJ}$. Недосжатые режимы с неустойчивым конечным состоянием исследовались в [4] в рамках односкоростной модели, где численно были показаны возможность их существования и устойчивость при условии поддержки поршнем.

ЧИСЛЕННЫЕ ИЛЛЮСТРАЦИИ ВОЗМОЖНЫХ ТИПОВ ТЕЧЕНИЙ

Определение границ изменения параметров релаксации. Исходные данные для численных расчетов, определяющие начальное состояние смеси, тепловыделение, энергию активации и др., взяты из [1–5], что позволяет адекватно описать зависимость скорости ДВ от начальной концентрации частиц [6]. Параметры, характеризующие скорость протекания релаксационных процессов, варьировались с целью исследования их влияния на ширину зоны воспламенения и структуру ДВ. Границы их изменения устанавливались из следующих соображений.

Характерное время горения для частиц диаметром 50 мкм из сопоставления ширины зоны горения с данными [6] с учетом различия размеров и формы частиц должно составлять величину порядка $\tau_\xi = 0,04 \div 0,1$ мс. Характерное время тепловой релаксации определяется как $\tau_T = d^2 \rho_{22} c_{v,2} / 6 \lambda_1 \text{Nu}$, где число Нуссельта $\text{Nu} = 2 + 0,6 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$, ρ_{22} — собственная плотность частиц, λ_1 — теплопроводность газа. Для параметров алюминия и кислорода максимальное число Рейнольдса на фронте замороженной УВ с учетом зависимости вязкости газа от температуры составляет $\text{Re} = d|u_1 - u_2| \rho_{11} / \mu = 6700$, $\text{Pr} = 0,35$, $\tau_T = 0,36$ мс. При тех же условиях характерное время скоростной релаксации

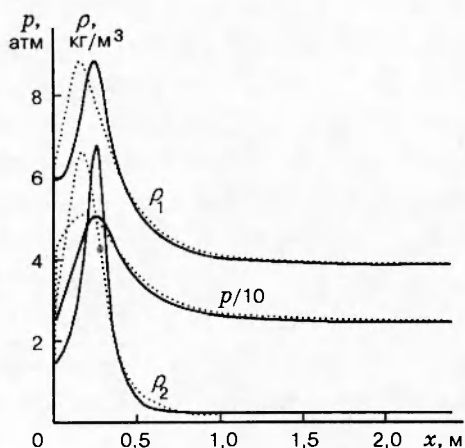


Рис. 3

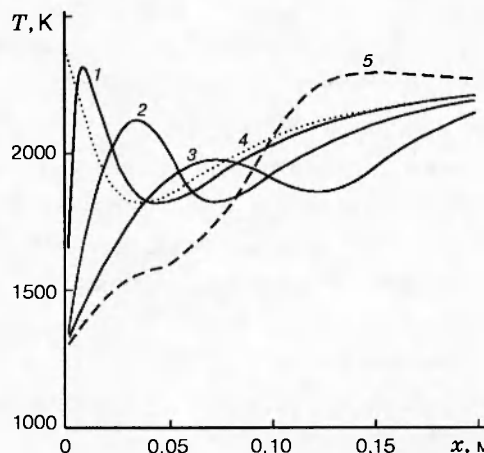


Рис. 4

Рис. 3. Структура течения за фронтом детонационной волны (давление и плотности)

Рис. 4. Температурные зависимости для газа

$\tau_u = 4d\rho_{22}/3c_D\rho_{11}|u_1 - u_2|$ ($c_d = 1,1$ при $M = 1,7$ с учетом различия температур газа и частиц) составляет $0,023$ мс. Поскольку тепловая релаксация за фронтом происходит почти на порядок медленнее, чем скоростная, скоростное равновесие, естественно, наступает до момента воспламенения частиц. По достижении скоростного равновесия $Nu = 2$, $c_D = 24/Re$ и $\tau_T = 6,5$ мс, $\tau_u = 7,5$ мс. В конечном равновесном состоянии, учитывая, что диаметр частиц уменьшился до конечного значения ($d_x^2 = d_0^3\xi_k/\xi_0$), величины характерных времен приблизительно таковы: $\tau_T = 1,08$ мс, $\tau_u = 1,35$ мс. Таким образом, во всей зоне релаксации и горения значения параметров релаксации $\alpha = \tau_T/\tau_u$ и $\beta = \tau_T/\tau_\xi$ находятся в пределах $0,8 < \alpha < 20$, $3 < \beta < 160$.

Структура течения. Критерий существования ρ -слоя. Расчеты проводились при $\tau_\xi = 0,04$ мс и различных значениях α , β , из указанного выше интервала. На рис. 3 сплошными линиями показано распределение давления и плотности газа и частиц в режиме, близком к режиму ЧЖ при $\alpha = 4,6$, $\beta = 20$. Характерным здесь является резкий рост плотности частиц в тонком слое за фронтом ДВ, как это наблюдается в некоторых задачах прохождения УВ в гетерогенных реагирующих и нереагирующих смесях [14]. Анализ влияния параметров релаксации на поведение плотности частиц позволил сформулировать

Утверждение 1. Условиями существования ρ -слоя (определим его условно, как область резкого увеличения плотности частиц, $\rho_2 > 6$) можно считать:

- $\alpha/\beta \geq 1$ при изменении α и β от 0 до 1 (характерное время стоксовой релаксации меньше характерного времени горения);
- $\alpha^2/\beta \geq 1$ в интервале $1 < \alpha \leq 7$ (характерное время стоксовой релаксации меньше среднего геометрического характерных времен тепловой релаксации и горения);
- $\alpha > 7$ независимо от β .

ЗАМЕЧАНИЕ. Перечисленные условия эквивалентны тому, что ρ -слой существует при $\tau_u < \max \{ \tau_\xi, \sqrt{\tau_T \tau_\xi}, 0,14\tau_T \}$.

На рис. 2 область с выраженным ρ -слоем находится выше кривой 3, включая все

режимы ЧЖ, а также ось α , на которой смесь релаксирует без горения.

Поведение температур. Температура частиц в зоне тепловой релаксации монотонно растет. Температурные зависимости для газа представлены на рис. 4 сплошными линиями при $\beta = 6$ и $\alpha = 4$ (кривая 3), $\alpha = 10$ (кривая 2), $\alpha = 45$ (кривая 1). Видно, что температура газа сначала возрастает за фронтом замороженной УВ, затем падает и вновь возрастает после момента воспламенения. Влияние релаксационных процессов на поведение температуры можно проследить из анализа уравнения притока тепла, являющегося следствием (1):

$$\rho_1 u_1 c_{v,1} \frac{dT}{dx} = Q_J + Q_u + Q_T + Q_p,$$

где

$$Q_J = J(e_2 - e_1) + \frac{J(u_2 - u_1)^2}{z}, \quad Q_u = \frac{1}{\tau_u} \rho_2 (u_2 - u_1)^2, \quad Q_p = -p \frac{du_1}{dx},$$

$$Q_T = -\frac{1}{\tau_T} \rho_2 c_{v,2} (T - T_2), \quad J = \begin{cases} 0, & T_2 < T_{ign}, \\ \frac{1}{\tau_\xi} \rho (\xi - \xi_k) \exp\left(-\frac{E_a}{RT_2}\right), & T_2 > T_{ign}. \end{cases}$$

На стадии воспламенения Q_J (приток тепла за счет химической реакции) не дает вклада, так как $J = 0$, а соотношение Q_u и Q_T (выделение тепла за счет сил трения и передачи тепла на нагрев частиц) определяется величиной параметра $\alpha = \tau_T/\tau_u$ и отношением протяженности зон тепловой релаксации и горения. Вклад каждого из слагаемых для $\beta = 6$, $\alpha = 10$ приведен на рис. 5. Видно, что первоначальный рост температуры газа за фронтом замороженной УВ обусловлен выделением тепла за счет скоростной релаксации. Когда скорости газа и частиц близки, но воспламенение еще не наступило, доминирует процесс передачи тепла на нагрев частиц, с чем и связано понижение температуры. После воспламенения температура возрастает вследствие выделения тепла за счет химической реакции (большого, чем расход энергии на ускорение газа).

На рис. 4 показан также результат, полученный в рамках односкоростной модели (штриховая линия 4). Из сравнения кривых 1-4 видно, что величина первого локального максимума T увеличивается с ростом α и при $\alpha \rightarrow \infty$ стремится к предельному значению 2437 К, определенному как температура на замороженной УВ в предположении скоростного равновесия (соответствующее значение в двухскоростной модели составляет 1254 К). Очевидно, что температура газа выказывает типичное поведение функции, удовлетворяющей релаксационному уравнению при стремлении параметра $1/\alpha$ к нулю. При конечных значениях α температура газа в указанной точке (так же, как и значение на замороженной УВ в равновесной по скоростям модели) тем больше, чем выше начальная концентрация частиц. При $\alpha \leq 1$ зависимость $T(x)$ в зоне релаксации представляется выпукло-вогнутой монотонной кривой, не имеющей локального максимума (на рис. 4 штриховой линией 5 обозначен результат для $\alpha = 1$, $\beta = 6$, $\tau_\xi = 0,01$). Сформулируем

Утверждение 2. Критерием появления локального максимума температуры газа на стадии воспламенения (назовем его T -изгиб) можно считать условие $\alpha > 1$ (характерное время тепловой релаксации больше характерного времени скоростной).

Скоростная релаксация. На рис. 6 показаны распределения скоростей газа и частиц и концентрации частиц при $\beta = 6$ и $\alpha = 10$ (кривые 1), $\alpha = 45$ (кривые 2) и соответству-

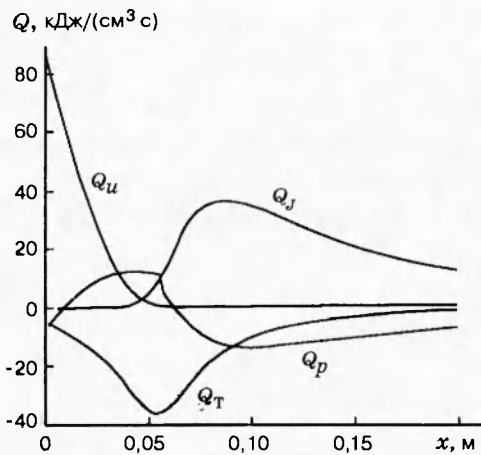


Рис. 5

Рис. 5. Тепловые характеристики для газа

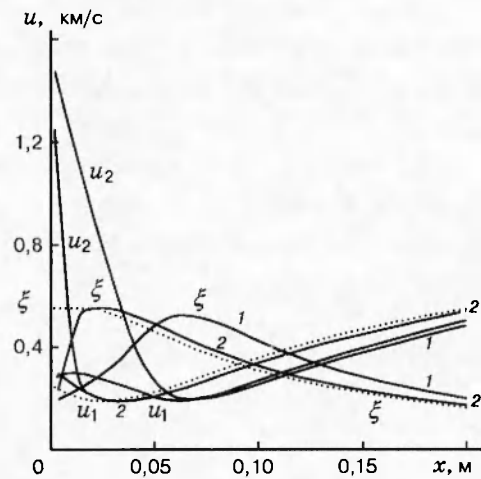


Рис. 6

Рис. 6. Распределение скоростей и концентрации частиц при различных значениях параметра α

ющие распределения в рамках односкоростной модели [3, 4] ($\alpha = \infty$, пунктирные линии). Видно, что при $\alpha = 45$ ($\alpha \gg 1$) ширина зоны скоростной релаксации много меньше ширины зоны воспламенения. На стадии воспламенения $\xi = \xi_0 u_1 / [u_2 + \xi_0(u_1 - u_2)]$, поэтому при $T_2 < T_{ign}$ в распределении концентрации имеется полочка $\xi = \xi_0$ (см. кривую 2). С дальнейшим увеличением α решение за пределами узкого слоя, ширина которого стремится к нулю, асимптотически приближается к полученному в равновесной по скоростям модели [3, 4]. Поведение скорости газа и концентрации частиц при $\alpha \rightarrow \infty$ ($\tau_u \rightarrow 0$) качественно аналогично поведению температуры газа. Вне зоны пограничного слоя, примыкающего к замороженной УВ, распределение приближается к предельному (сравнить кривые 2, пунктирные линии на рис. 6 или кривые 1, 4 на рис. 4). Внутри же пограничного слоя, ширина которого бесконечно уменьшается, имеются значительные различия в распределении параметров, обусловленные неравновесностью по скоростям.

Режимы с внутренней особой точкой. На рис. 7 и 8 показаны режимы с внутренней особой точкой ($M_0 = 4,82$, $\alpha = 10$, $\beta = 25,9057$, процесс тепловой релаксации более затянут, чем в режимах ЧЖ). Цифрой 1 отмечены решения, отвечающие перескату режиму (в особой точке имеется излом в распределении параметров газа, параметры частиц меняются плавно в силу конечного времени релаксации), цифрой 2 — недоскату, конечное состояние которого является сверхзвуковым. При переходе на сверхзвуковую ветвь решение ведет себя гладко.

Режимы с замедленной релаксацией. Если процессы тепловой и скоростной релаксации сильно затянуты в сравнении с процессом горения, то в момент воспламенения имеется резкий излом в распределении параметров газа (плотности, скорости и температуры). На рис. 9 показано распределение скоростей газа и частиц и температуры газа в перескату режиме при $M_0 = 4,86$, $\alpha = 6$, $\beta = 100$.

Аппроксимационная формула для ширины зоны воспламенения. Численное

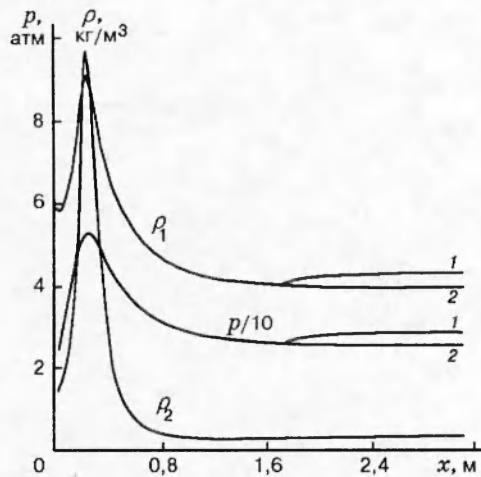


Рис. 7

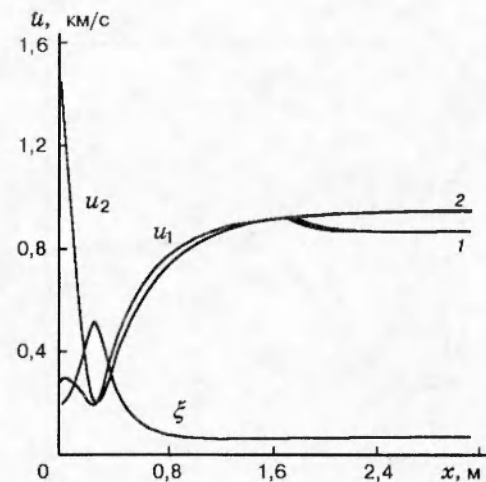


Рис. 8

Рис. 7. Распределение скоростей в режимах с внутренней особой точкой

Рис. 8. Плотности и давление в режимах с внутренней особой точкой

исследование влияния параметров релаксации на ширину зоны воспламенения l_{ign} показало, что при постоянных τ_T, τ_u с точностью до $5 \div 6 \%$ можно определить функциональную зависимость $l_{ign} = l_0 \beta / \sqrt{\alpha} = u_0 \sqrt{\tau_T \tau_u} F_0$, где $l_0 = \text{const}$ при фиксированных параметрах на УВ и постоянном τ_ξ , а F_0 зависит только от параметров начального состояния и значения T_{ign} . Для значения $T_{ign} = 900 \text{ K}$, принятого в основных расчетах, $F_0 = 0,495$.

Учет зависимости характерных времен релаксации от параметров течения. Проводился расчет течения с учетом зависимости τ_T, τ_u от параметров течения в соответствии с приведенными выше формулами. Коэффициент сопротивления аппроксимировался по формуле Хендерсона (см. [15]), учитывающей зависимость от соотношения температур газа и частиц, числа Маха частиц и числа Рейнольдса. Анализ решения при реальных значениях параметров релаксации показал, что в режиме ЧЖ конечная точка является неустойчивой (узел — фокус), а внутри области течения имеется «линия запирающая». При незначительном увеличении скорости детонации, реализуется недосжатый режим с внутренней особой точкой, конечное состояние которого является полностью сверхзвуковым. Результаты расчетов показаны на рис. 3 и 10 пунктирными линиями. Сплошной линией отмечен результат, полученный при постоянных значениях $\alpha = 4,6, \beta = 20$ (обеспечивающих согласование по ширине зон воспламенения и горения). Из сравнения плотностей газа и частиц (см. рис. 3) и температур (см. рис. 10) видно, что характерные особенности течения в зоне релаксации сохраняются: имеет место как ρ -слой, так и T -изгиб. Существенные различия наблюдаются только в зоне воспламенения, где в процессе скоростной релаксации параметры α, β значительно меняются.

Длина зоны воспламенения $\sim 0,2 \text{ м}$ ($0,13 \text{ мс}$), а зоны горения — $\sim 1,5 \text{ м}$ (1 мс), что по порядку величины (с учетом различий в размерах частиц) согласуется с экспериментальными данными [6, 9].

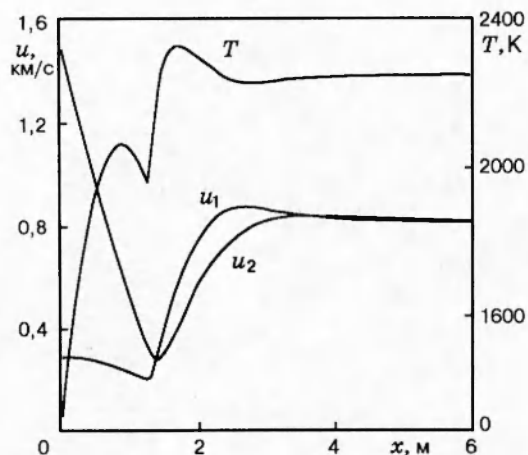


Рис. 9

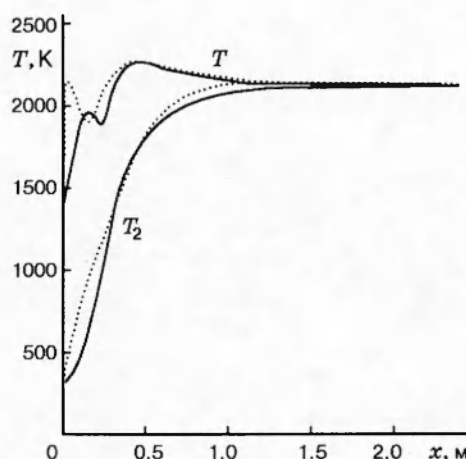


Рис. 10

Рис. 9. Структура течения в режиме с замедленными процессами тепловой и скоростной релаксации

Рис. 10. Сравнение температур при замороженных и реальных параметрах релаксации

ВЫВОДЫ

В работе на основе математической модели детонации частиц алюминия в кислороде с учетом различия скоростей и температур компонентов

- проведен качественный анализ конечного стационарного состояния, изучены типы конечных особых точек в различных режимах детонации во всей плоскости параметров релаксации α , β ;

- в пространстве параметров «скорость ДВ — отношения характерных времен (тепловой и скоростной) релаксации (считая их постоянными) и времени горения» определены области существования стационарных решений в виде режимов пересжатой детонации, поверхности режимов Чепмена — Жуге и режимов с внутренней особой точкой (недосжатых и пересжатых), а также область потери стационарности;

- приведены численные иллюстрации различных типов течений и проанализированы свойства течений в зависимости от параметров релаксации, в частности, получены условия, при которых имеет место: а) ρ -слой (резкое увеличение плотности частиц в узком слое за замороженной УВ), б) T -изгиб (локальный максимум температуры газа на стадии воспламенения);

- определена зависимость ширины зоны воспламенения от характерных времен релаксационных процессов при замороженных параметрах релаксации;

- проведен расчет течения с учетом переменной характерных времен тепловой и скоростной релаксации за фронтом и указано на соответствие данных, полученных при замороженных и реальных параметрах релаксации;

- установлено соответствие полученных расчетных данных известным экспериментальным результатам по ширине зон воспламенения и горения.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01886).

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремеева Т. А., Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. К теории идеальной и неидеальной детонации аэровзвесей. Новосибирск, 1986. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 37-86).
2. Федоров А. В. Структура гетерогенной детонации частиц алюминия, диспергированных в кислороде // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 3. С. 72–83.
3. Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Типы детонационных течений аэровзвеси алюминия в кислороде // Докл. РАН. 1995. Т. 342, № 2. С. 185–188.
4. Федоров А. В., Хмель Т. А. Типы и устойчивость детонационных течений аэровзвеси алюминия в кислороде // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 2. С. 74–85.
5. Федоров А. В., Хмель Т. А. Взаимодействие детонационных волн и волн разрежения в аэровзвеси частиц алюминия в кислороде // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 2. С. 102–110.
6. Strauss W. A. Investigation of the detonation of aluminium powder-oxygen mixtures // AIAA J. 1968. V. 6, N 12. P. 1753–1761.
7. Горение порошкообразных металлов в активных средах / П. Ф. Похил, А. Ф. Беляев, Ю. В. Фролов и др. М.: Наука, 1972.
8. Voiko V. M., Lotov V. V., Papyrin A. N. Ignition of metal powders in reflected shock waves // Arch. Combust. 1988. V. 8, N 2. P. 101–114.
9. Бойко В. М., Папырин А. Н., Поплавский С. В. Воспламенение газовзвесей дисперсных материалов за ударными волнами // Тр. I Междунар. коллоквиума по взрываемости промышленных пылей. Варшава, 1985. Ч. 2. С. 188–195.
10. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Тимофеев Б. И. и др. Воспламенение пылей за ударными волнами // III Intern. School on Explosibility of Industrial Dusts (Turawa 5–7 Nov. 1982): Papers / P. Wolanski (Ed.). Turawa, 1982. С. 5–16.
11. Tulis A. J., Selman J. R. Detonation tube studies of aluminum particles dispersed in air // 19th Symp. (Intern.) on Combustion. 1982. P. 655–663.
12. Борисов А. А., Хасайнов Б. А., Вейссьер Б. и др. О детонации взвесей алюминия в воздухе и кислороде // Хим. физика. 1991. Т. 10, № 2. С. 250–272.
13. Афанасьева Е. А., Левин В. А. Воспламенение и горение частиц алюминия за ударными и детонационными волнами // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 1. С. 8–14.
14. Korobeinikov V. P., Markov V. V., Menshov I. S. Mathematical modelling of blast wave propagation in gas particle mixtures // III Intern. School on Explosibility of Industrial Dusts (Turawa 5–7 Nov. 1982): Papers / P. Wolanski (Ed.). Turawa, 1982.
15. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Н.: Наука, 1980.

Поступила в редакцию 23/1 1997 г.