



## **ГЕОМЕХАНИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА В СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ ПОЛОЕ ВКЛЮЧЕНИЕ**

**А. В. Азаров, С. В. Сердюков, А. В. Патутин**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: antonazv@mail.ru, Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

Рассмотрена задача развития трещины гидроразрыва вблизи круговой полости в трехмерной однородной упругой среде. Приведены результаты численных расчетов, выполненных с помощью расширенного метода конечных элементов (XFEM), реализованного в программном пакете ABAQUS. Представлены различные варианты положения начальной дисковой трещины относительно полости. Найдены некоторые закономерности развития трехмерной трещины гидроразрыва вблизи полости.

*Гидравлический разрыв, моделирование роста трещины гидроразрыва, расширенный метод конечных элементов, горная выработка*

### **MODELING 3D HYDRAULIC FRACTURE IN A MEDIUM CONTAINING A HOLLOW INCLUSION**

**A. V. Azarov, S. V. Serdyukov, and A. V. Patutin**

*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
E-mail: antonazv@mail.ru, Krasny pr., 54, Novosibirsk 630091, Russia*

The problem of hydraulic fracture development near a circular cavity is considered in a three-dimensional homogeneous elastic medium. The results of numerical calculations using the extended finite element method (XFEM) implemented in the ABAQUS software package are presented. Different variants of the position of an initial disk fracture relative to the cavity are considered. Some patterns of a 3D hydraulic fracture development near the cavity are found.

*Hydraulic fracturing, hydraulic fracture growth simulation, extended finite element method, mine working*

Одна из технологий, применяемой при разработке полезных ископаемых, — гидравлический разрыв пласта (ГРП). С его помощью решаются такие задачи как интенсификация добычи нефти и газа [1], дегазация угольных пластов [2], разупрочнение горных пород [3, 4], создание противодиффузионных экранов вокруг горных выработок [5], определение напряженного состояния среды [6, 7]. Суть ГРП заключается в создании трещин внутри массива горной породы путем закачивания в него жидкости. Прогнозирование параметров трещин является важной задачей, так как ее решение позволяет повысить эффективность применения данной технологии.

Известно, что геометрия разрыва (траектория развития, длина, раскрытие) зависит от свойств горной породы, закачиваемой жидкости, строения среды и ее напряженного состояния, режима закачки жидкости и др. Отдельно можно выделить случай, когда трещины развиваются вблизи полостей/пустот. Такие условия могут возникать, например, при выполнении ГРП в шахтных условиях.

Некоторые вопросы развития трещин ГРП вблизи полостей/пустот рассматривались в [8–14]. В работе [8] предложена модель гидравлического разрыва в кровле горной выработки, которая имела прямоугольную форму. В [9–12] исследовалось поведение трещин ГРП вблизи полостей круговой формы в упругой среде в плоской постановке. В [13] рассматривалась задача моделирования ГРП вблизи свободной поверхности в рамках упругой и пороупругой модели, где показано, что траектории трещин в этих двух случаях различаются. В работе [14] изучалось влияние пороупругих параметров среды на трещины ГРП вблизи круговой полости.

В данной статье рассмотрена задача развития трехмерной трещины гидроразрыва в упругой однородной среде, вблизи цилиндрической полости в условиях гидростатического напряжения в среде. В первой части работы приводятся основные уравнения, используемые для моделирования ГРП, во второй — результаты численных исследований, выполненных с помощью расширенного метода конечных элементов, реализованного в программном пакете ABAQUS.

**Основные уравнения модели.** Предполагаем, что трещина гидроразрыва распространяется в однородной упругой среде, деформации которой определяются следующими уравнениями:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_0\delta_{ij} - \alpha p, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  — тензор напряжений твердой фазы тела;  $\varepsilon_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$  — тензор деформаций;  $u_i$  — смещение твердой фазы;  $\lambda, \mu$  — параметры Ламе твердой фазы (для сухой горной породы);  $\varepsilon_0$  — объемная деформация;  $p$  — давление поровой жидкости;  $\alpha$  — коэффициент Био.

Поток жидкости внутри трещины и ее раскрытие связаны уравнением неразрывности

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} = 0, \quad (2)$$

где  $d$  — раскрытие трещины;  $\vec{q} = (q_1, q_3, q_2)$ ;  $q_i = d\tilde{k}(\partial p / \partial x_i)$ ;  $\tilde{k}$  — эффективная проницаемость трещины в  $i$ -м направлении. Считаем, что жидкость является ньютоновской, а ее поток внутри трещины — течением Пуазейля. Тогда эффективная проницаемость трещины находится как

$$\tilde{k} = -\frac{d^2}{12\eta_2}, \quad (3)$$

где  $\eta_2$  — динамическая вязкость жидкости разрыва. Утечки жидкости из трещины в среду не учитываются.

Для моделирования роста трещины будет использоваться когезионная модель разрушения материала (CZM) [15, 16]. Эта модель позволяет избежать сингулярности на кончике трещины, возникающей в линейной упругой теории разрушения материала. При использовании CZM предполагается, что перед кончиком трещины существует область разупрочнения материала. Поведение материала в этой области описывается законом, который связывает возникающие напряжения и перемещения. Разрушение материала начинается при достижении заданного критического значения  $\sigma_c$ , соответствующего прочности материала. После этого вычисляются новые значения  $\bar{\sigma}_c$  и модуля упругости  $\bar{E}$  согласно заданному закону разрушения, который определяет переменную разрушения  $D$ . Расчет новых параметров материала происходит по формулам:

$$\bar{\sigma}_c = (1-D)\sigma_c, \quad \bar{E} = (1-D)E \quad (4)$$

и продолжается пока  $\bar{\sigma}_c, \bar{E}$  не станут равными нулю, что означает полное разрушение и образование трещины. Более подробно описание данного процесса разрушения приведено в [13].

Описанные уравнения, определяющие поведение горной породы, которая содержит трещину, решались численно с помощью расширенного метода конечных элементов [16–19], известного как XFEM (eXtended Finite Element Method). Главное достоинство этого метода заключается в возможности моделирования процесса роста трещины без операции перестроения сетки. В данной работе использовалась реализация XFEM в программном пакете ABAQUS.

**Численные эксперименты.** Рассмотрим задачу взаимодействия трещины гидроразрыва и цилиндрической полости. Для численных исследований взят 3d куб со стороной 10 м, который содержит сквозную круговую полость с радиусом 0.5 м (рис. 1а). В модели создана начальная дисковая трещина гидроразрыва радиусом 0.2 м. Расстояние от начальной трещины до полости изменялось в ходе численных экспериментов. При расчетах использовалась однородная упругая среда со следующими параметрами: модуль упругости  $E = 3.0$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , критическая энергия разрушения  $G_c = 120$  Н/м, критическое напряжение на разрыв  $\sigma_c = 0.75$  МПа, динамическая вязкость жидкости 0.001 Па·с. Граничные условия выбирались таким образом, чтобы внутри куба достигалось необходимое напряженное состояние, а именно: на плоскости  $y$  перемещения  $y = 0$ , на плоскости  $z — z = 0$ , на плоскости  $x — x = 0$ . На плоскости  $y = 10$  м прикладывается давление  $S_{yy}$ , на плоскости  $z = 10$  м —  $S_{zz}$ ; на плоскости  $x = 10$  м —  $S_{xx}$ . Схематичное изображение граничных условий в плоскости  $xu$  изображено на рис. 1б. На поверхность трещины, которая является свободной, прикладывается давление жидкости, рассчитанное из решение совместной задачи (1), (2). Для удобства дальнейших рассуждений на рис. 1б введены обозначения радиуса полости  $R$  и расстояния от начальной трещины до полости  $s$ .

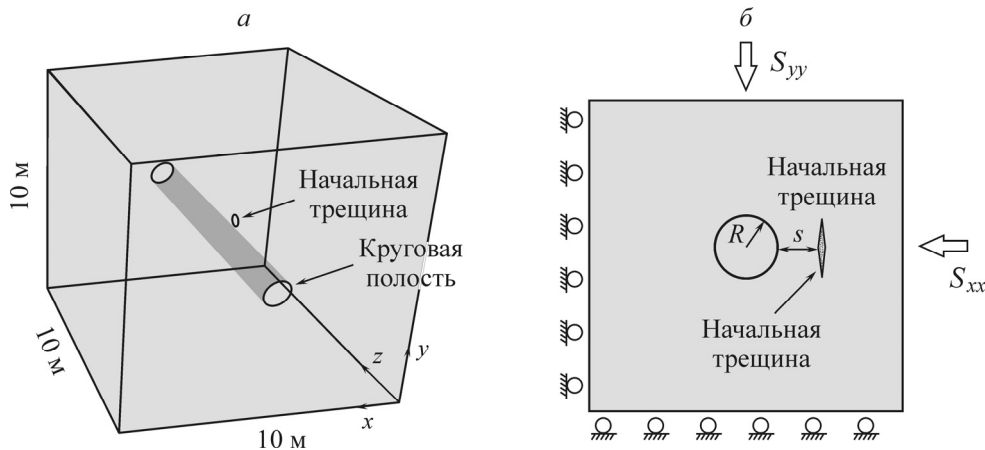


Рис. 1. а — 3d модель с цилиндрической полостью и начальной трещиной; б — схематичное изображение постановки задачи в плоскости  $xu$

На рис. 2 показана дискретизация модели. При расчетах использовалась сетка, образованная шестигранниками. Средний размер стороны дискретных элементов в области роста трещины составлял 0.055 м. На рис. 2а изображена сетка в плоскости  $xu$ , на рис. 2б — в плоскости  $x = 5$  м вблизи полости. Существующие вытянутые элементы (размер по одному из направлений много больше другого) появились вследствие построения дискретизации расчетной области, содержащей минимальное количество элементов. Такие элементы расположены на краях области и не влияют на результаты численных расчетов.

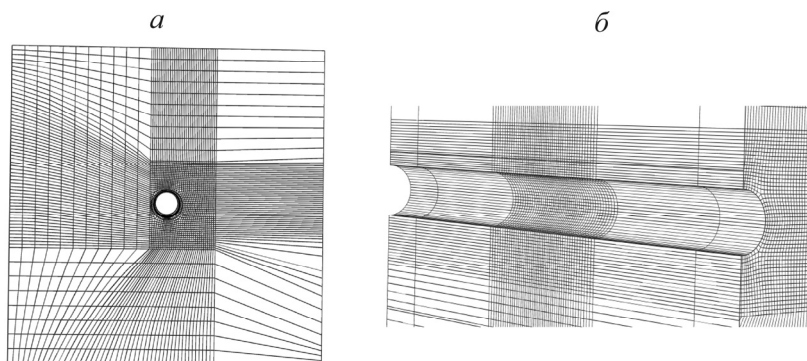


Рис. 2. Дискретизация модели: а — сетка в плоскости  $xu$ ; б — сетка в плоскости  $x = 5$  м

Результаты численных экспериментов показаны на рис. 3: в левой колонке приведены трехмерные изображения полученных трещин, в правой — их проекции на плоскость  $xu$ . Пунктирной линией обозначена проекция цилиндрической полости. Для расчетов в среде устанавливалось гидростатическое напряжение сжатия, равное 3 МПа, т. е.  $S_{xx} = S_{yy} = S_{zz} = 3$  МПа. На рис. 3а, б расстояние между начальной трещиной и полостью равно двум радиусам полости ( $s = 2R$ ), на рис. 3в, г — радиусу полости ( $s = R$ ), на рис. 3д, е соответствует половине радиуса полости ( $s = R/2$ ), на рис. 3ж, з соответствует четверти радиуса полости ( $s = R/4$ ). В первом случае (рис. 3а) было закачено  $9.13 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup> жидкости, во втором (рис. 3в) —  $4.74 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>, в третьем (рис. 3д) —  $4.05 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>, в четвертом (рис. 3е) —  $5.01 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>. Видно, что при уменьшении расстояния  $s$  трещина распространяется вдоль оси цилиндрической полости, принимая вытянутую форму. Такое поведение обусловлено тем, что вблизи границ полости радиальные напряжения меньше, чем на отдалении от нее, за счет чего достигаются благоприятные условия роста трещины отрыва. В тоже время при приближении к полости осесимметричные напряжения возрастают, не давая трещине выйти на ее границу даже при малых значениях расстояния  $s$  (рис. 3д). Если увеличивать  $s$ , то влияние полости будет снижаться, и форма трещины будет становиться ближе к дисковой (рис. 3а). При этом можно отметить, что при заданных параметрах модели, трещина незначительно распространяется вокруг полости (по радиальному направлению), как это хорошо наблюдается при рассмотрении 2d плоской задачи [11, 12, 14].

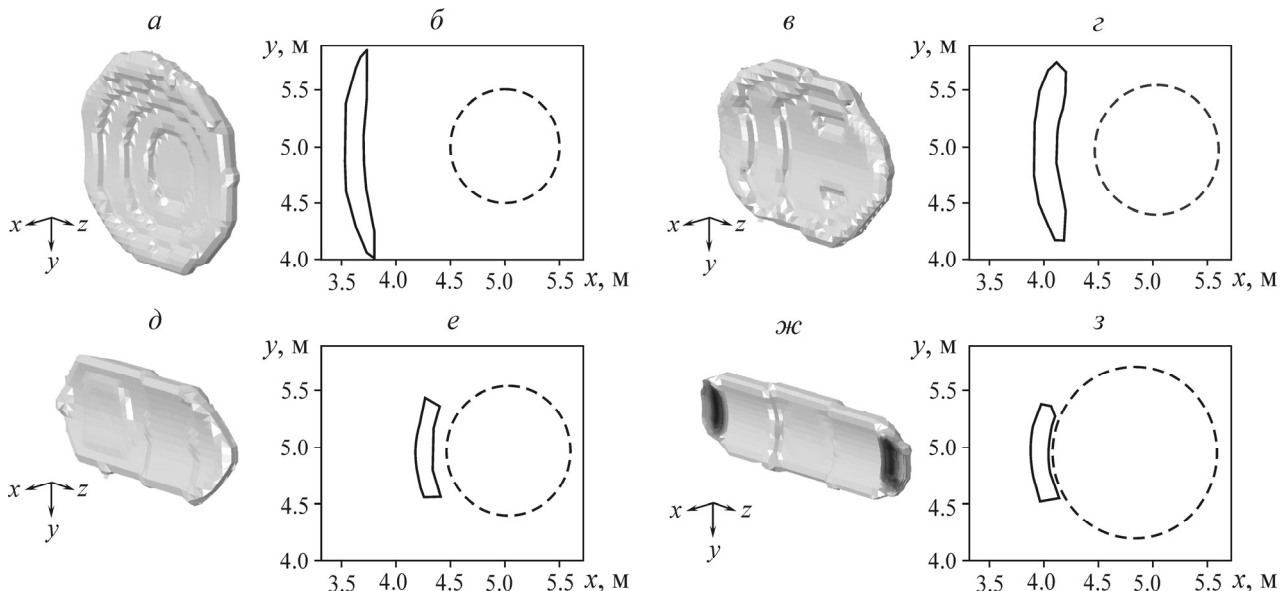


Рис. 3. 3d трещина ГРП вблизи цилиндрической полости при различных расстояниях между начальной трещиной и полостью в условиях гидростатического напряжения в среде, равного  $3 \cdot 10^6$  Па: а, в, д, ж — трехмерное изображение трещины; б, г, е, з — проекция трещины на плоскость  $xu$ ; а, б — расстояние между начальной трещиной и полостью равно двум радиусам полости; в, г — радиусу полости; д, е — половине радиуса полости; ж, з — четверти радиуса полости

В таблице приведены площади проекций трещин на плоскости  $xu$ ,  $xz$ , и  $yz$ , полученных при закачивании одинакового объема жидкости, равного  $4.05 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup> и при различных расстояниях между начальной трещиной и полостью. При расчетах в среде также устанавливалось гидростатическое напряжение, равное  $3 \cdot 10^6$  Па. Видно, что при  $s = 2R$  размеры трещины оказались меньше, чем в остальных случаях из-за большего раскрытия. Далее при  $s = R$  получены максимальные размеры трещины, которые затем снижались вместе с уменьшением расстояния  $s$  вследствие увеличения раскрытия трещины, которое, по-видимому, обусловлено ослаблением упругих свойств среды в области между трещиной и полостью (толщина материала между трещиной и поверхностью полости становится мала).

Площади проекций трещин на плоскость  $xу$ ,  $xz$  и  $уz$ , полученные при закачивании  $4.05 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$  жидкости,  $\text{м}^2$

Расстояние между начальной трещиной и полостью (в радиусах полости)	Площадь проекции трещины на плоскость		
	$xу$	$xz$	$уz$
$2R$	0.0577	0.0611	0.8162
$R$	0.1508	0.1952	1.7462
$R/2$	0.095	0.1513	1.3112
$R/4$	0.0627	0.1671	1.2374

## ВЫВОДЫ

В работе выполнены численные исследования развития трехмерной трещины гидроразрыва вблизи цилиндрической полости в упругой однородной среде. Показано, что в условиях гидростатического напряженного состояния в среде, расстояние между начальной трещиной и полостью  $s$ , оказывает значительное влияние на распространение трещины. При уменьшении данного расстояния трещина стремится распространяться вдоль оси цилиндрической полости принимая вытянутую форму. С увеличением расстояния форма трещины становится ближе к дисковой. При этом напряжения вокруг полости, возникающие из-за гидростатического давления в среде, не дают трещине выходить на границу полости.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Boak J. and Kleinberg R.** Shale gas, tight oil, shale oil and hydraulic fracturing, Future Energy, Elsevier, 2020, pp. 67–95
2. **Lekontsev Yu. M., Sazhin P. V., and Temiryayeva O. A.** Degassing of coal seam by interval-by-interval hydraulic fracturing method and equipment for its realization, Journal of Fundamental and Applied Mining Sciences, 2018, no. 5, pp. 89–92. [Леконцев Ю. М., Сажин П. В., Темиряева О. А. Дегазация угольного пласта методом поинтервального гидроразрыва и оборудование для его реализации // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. — 2018. — Т. 5. — № 2. — С. 89–92.]
3. **Lekontsev Yu. M. and Sazhin P. V.** Directional hydraulic fracturing in difficult caving roof control and coal degassing, Journal of Mining Science, 2014, no. 5, pp. 914–917. [Леконцев Ю. М., Сажин П. В. Технология направленного гидроразрыва пород для управления труднообрушающимися кровлями в очистных забоях и дегазации угольных пластов // ФТПРПИ. — 2014. — № 5. — С. 137–143.]
4. **Fan J., Dou L., He H., Du T., Zhang S., Gui B., and Sun X.** Directional hydraulic fracturing to control hard-roof rockburst in coal mines, International Journal of Mining Science and Technology, 2012, vol. 22, no. 2, pp. 177–181.
5. **Shilova T., Patutin A., and Serdyukov S.** Sealing quality increasing of coal seam gas drainage wells by barrier screening method, International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM, 2013, vol. 1, pp. 701–708.
6. **Kang H., Lv H., Gao F., Meng X., and Feng Y.** Understanding mechanisms of destressing mining-induced stresses using hydraulic fracturing, International Journal of Coal Geology, 2018, vol. 196, pp. 19–28.
7. **Cai M., Peng H., and Ji H.** New development of hydraulic fracturing technique for in-situ stress measurement at great depth of mines, Journal of University of Science and Technology Beijing, Mineral, Metallurgy, Material, 2008, vol. 15, no. 1, pp. 665–670.
8. **Xia B., Zhang X., Yu B., and Jia J.** Weakening effects of hydraulic fracture in hard roof under the influence of stress arch, International Journal of Mining Science and Technology, 2018, vol. 28, no. 6, pp. 951–958.
9. **Liu Z., Lu Q., Sun Y., Tang X., Shao Z., and Weng Z.** Investigation of the Influence of Natural Cavities on Hydraulic Fracturing Using Phase Field Method, Arabian Journal for Science and Engineering, 2019, vol. 44, no. 12, pp. 10481–10501.

10. **Chen Z., Li X., Dusseault M. W., and Weng L.** Effect of excavation stress condition on hydraulic fracture behaviour, *Engineering Fracture Mechanics*, 2020, vol. 226, pp. 106871.
11. **Azarov A. V., Serdyukov S. V., and Patutin A. V.** Investigation of hydraulic fracture growth near a mine, *Journal of Fundamental and Applied Mining Sciences*, 2019, vol. 6, no. 1, pp. 26–31. [Азаров А. В., Сердюков С. В., Патутин А. В. Исследование роста трещины гидроразрыва вблизи горной выработки // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук.* — 2019. — Т. 6. — № 1. — С. 26–31.]
12. **Martynyuk P. A. and Sher E. N.** Development of a crack close to a circular opening with an external field of compressive stresses, *Journal of Mining Science*, 1996, vol. 32, no. 6, pp. 453–463. [Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О развитии трещины вблизи кругового отверстия с учетом внешнего поля сжимающих напряжений // *ФТПРПИ.* — 1996. — № 6. — С. 19–30.]
13. **Azarov A. V., Kurlenya M. V., Serdyukov S. V., and Patutin A. V.** Features of Hydraulic Fracturing Propagation near Free Surface in Isotropic Poroelastic Medium, *Journal of Mining Science*, 2019, vol. 55, no. 1, pp. 1–8. [Азаров А. В., Курленя М. В., Сердюков С. В., Патутин А. В. Особенности развития трещины гидроразрыва вблизи свободной поверхности в изотропной поропругой среде // *ФТРПИ.* — 2019. — № 1. — С. 3–11.]
14. **Azarov A. V., Serdyukov S. V., and Patutin A. V.** Investigation of hydraulic fracture in a poroelastic medium containing a cavity, *Journal of Fundamental and Applied Mining Sciences*, 2020, vol. 7, no. 1, pp. 12–17. [Азаров А. В., Сердюков С. В., Патутин А. В. Исследования развития трещины гидроразрыва в поропругой среде, содержащей полое включение // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук.* — 2020. — Т. 7. — № 1. — С. 12–17.]
15. **Ortiz M. and Pandolfi A.** Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack-propagation analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 44, no. 9, pp. 1267–1282.
16. **Hillerborg A., Modéer M., and Petersson P. E.** Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and concrete research*, 1976, vol. 6, no. 6, pp. 773–781.
17. **Song J. H., Areias P. M. A., and Belytschko T.** A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, vol. 67, no. 6, pp. 868–893.
18. **Sukumar N. and Prévost J. H.** Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method Part I, Computer implementation, *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, no. 26, pp. 7513–7537.
19. **Belytschko T., Chen H., Xu J., and Zi G.** Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, vol. 58, no. 12, pp. 1873–1905.
20. **Salimzadeh S. and Khalili N.** A three-phase XFEM model for hydraulic fracturing with cohesive crack propagation, *Computers and Geotechnics*, 2015, vol. 69, pp. 82–92.