

О ВЛИЯНИИ ЭРОЗИИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

В. Н. Виллюнов, А. П. Руднев
(Томск)

В настоящей работе для анализа устойчивости горения пороха в полузамкнутом объеме используется метод Я. Б. Зельдовича [1], развитый далее Б. В. Новожиловым [2, 3]. В указанных исследованиях эрозийное горение не учитывалось. В [4] намечен подход к анализу нестационарной скорости горения пороха при наличии эрозии в предположении, что коэффициент эрозии является функцией только скорости газового потока [5]. Между тем теоретические исследования [6], а также опытные данные [7] показывают, что эрозийная скорость горения зависит от комплексного безразмерного параметра

$$I = \frac{\rho W \sqrt{\lambda}}{\rho_0 u^0(p, T_0)}, \quad (1)$$

включающего скорость W , плотность ρ газового потока, скорость горения без учета эрозии $u^0(p, T_0)$, плотность пороха ρ_0 и конструктивные параметры полузамкнутого объема (через λ). Здесь λ — коэффициент сопротивления — функция числа Рейнольдса.

Постановка задачи и основные уравнения. В стационарном режиме скорость горения U^0 и температура поверхности горящего канала T_1^0 есть функции давления P , начальной температуры T_0 и параметра I , характеризующего влияние эрозии,

$$U^0 = U^0(p, T_0, I^0), \quad T_1^0 = T_1^0(p, T_0, I^0). \quad (2)$$

В качестве I^0 в (2) берется среднее по каналу значение безразмерного параметра.

Будем считать, как и в [1—4, 8—10], что единственно инерционным процессом при горении является процесс релаксации температуры в конденсированной фазе (к-фазе). Тогда, привлекая стационарную связь между скоростью горения, градиентом температуры на поверхности пороха κf^0 , температурой поверхности и начальной температурой

$$\kappa f^0 = U^0(T_1^0 - T_0), \quad (3)$$

можно перейти от формул вида (2) к формулам

$$U = U(p, f, I), \quad T_1 = T_1(p, f, I), \quad (4)$$

которые справедливы и в нестационарном режиме горения. Здесь κ — коэффициент температуропроводности к-фазы.

Для характеристики зависимости скорости горения и температуры поверхности от начальной температуры, давления и эрозии в стационарных условиях введем параметры k , ν , δ , r , μ и ϵ :

$$k = (T_1^0 - T_0) \left(\frac{\partial \ln U^0}{\partial T_0} \right)_{p, I}, \quad \nu = \left(\frac{\partial \ln U^0}{\partial \ln p} \right)_{T_0, I},$$

$$\delta = \left(\frac{\partial \ln U^0}{\partial \ln T} \right)_{p, T_0}, \quad r = \left(\frac{\partial T_1^0}{\partial T_0} \right)_{p, I},$$

$$\mu = \frac{1}{T_1^0 - T_0} \left(\frac{\partial T_1^0}{\partial \ln p} \right)_{T_0, I}, \quad \epsilon = \frac{1}{T_1^0 - T_0} \left(\frac{\partial T_1^0}{\partial \ln T} \right)_{p, T_0}.$$

Используя соотношения (2) — (4), производные скорости горения и температуры поверхности в нестационарном режиме можно выразить через приведенные выше параметры по формулам

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \ln U}{\partial \ln p}\right)_{f,I} &= \frac{v(r-1) - k\mu}{k+r-1}, & \left(\frac{\partial \ln U}{\partial \ln f}\right)_{p,I} &= \frac{k}{k+r-1}, \\ \left(\frac{\partial \ln U}{\partial \ln T}\right)_{p,f} &= \frac{\delta(r-1) - k\varepsilon}{k+r-1}, & \frac{1}{T_1^0 - T_0} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln p}\right)_{f,I} &= \frac{\mu(k-1) - vr}{k+r-1}, \\ \frac{1}{T_1^0 - T_0} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln I}\right)_{p,f} &= \frac{\varepsilon(k-1) - \delta r}{k+r-1}, & \frac{1}{T_1^0 - T_0} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln f}\right)_{p,I} &= \frac{r}{k+r-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем безразмерные: давление, скорость горения, скорость потока, приведенный эрозионный параметр, температуру в к-фазе, температуру поверхности, градиент температуры на поверхности, текущую координату в порохе и время:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{p}{p^0}, & v &= \frac{U}{U^0}, & w &= \frac{W}{W^0}, & s &= \frac{I}{I^0}, & \theta &= \frac{T - T_0}{T_1^0 - T_0}, \\ \vartheta &= \frac{T_1 - T_0}{T_1^0 - T_0}, & \varphi &= \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi}, & \xi &= \frac{U^0}{\kappa} x, & \tau &= \frac{(U^0)^2}{\kappa} t. \end{aligned}$$

Рассматривая малые отклонения нестационарного процесса горения от стационарного, в линейном приближении получим:

$$\begin{aligned} \eta &= 1 + \eta_1 \psi(\tau), & v &= 1 + v_1 \psi(\tau), & w &= 1 + w_1 \psi(\tau), \\ s &= 1 + s_1 \psi(\tau), & \theta &= [1 + \theta_1(\xi) \psi(\tau)] \exp \xi, & \vartheta &= 1 + \vartheta_1 \psi(\tau), \\ & & \varphi &= 1 + \varphi_1 \psi(\tau), \end{aligned}$$

где $\eta_1, v_1, w_1, s_1, \theta_1(\xi), \vartheta_1, \varphi_1$ по абсолютной величине много меньше единицы, $\psi(\tau)$ — функция времени.

Из соотношений (4) при учете (3) найдем:

$$\left. \begin{aligned} (k+r-1)v_1 &= [v(r-1) - k\mu] \eta_1 + k\varphi_1 + [\delta(r-1) - k\varepsilon] s_1 \\ (k+r-1)\vartheta_1 &= [\mu(k-1) - vr] \eta_1 + r\varphi_1 + [\varepsilon(k-1) - \delta r] s_1 \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Было показано [6, 7], что в линейном приближении положительная составляющая эрозионной скорости горения в стационарном режиме связана со скоростью горения без учета эрозии и параметром I формулой

$$U^0(p, T_0, I^0) = u^0(p, T_0) [1 + \beta(I^0 - I_*)], \quad (7)$$

где β — константа; I^0 — среднее по каналу значение безразмерного параметра; I_* — пороговое значение I . Необходимо иметь в виду, что при $I^0 \leq I_*$ $U^0(p, T_0, I) \equiv u^0(p, T_0)$. С помощью (1) и (3) можно перейти от формулы (7) к равенству

$$I_0 U(p, f, I) = \rho W V \sqrt{\lambda} [1 + \beta(I - I_*)], \quad (8)$$

справедливному уже и в нестационарных условиях. В линейном приближении (8) дает связь

$$v_1 = \eta_1 + w_1 - \frac{1 - \beta I_*}{1 + \beta(I^0 - I_*)} s_1. \quad (9)$$

Инерционность прогретого слоя к-фазы пороха учитывается уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (0 \geq \xi > -\infty)$$

с условиями

$$\theta(0, \tau) = \vartheta, \quad \theta(-\infty, \tau) = 0.$$

В линейном приближении имеем:

$$\begin{aligned} \theta_1'' + \theta_1' - \frac{\theta_1}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau} - v_1 &= 0, \\ \theta_1(0) = \vartheta_1, \quad \theta_1(-\infty) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Массовый расход газа из камеры связан с параметрами в критическом сечении сопла очевидным условием

$$\rho_1 W_1 F_1 = \rho_* \bar{W}_* F_* = A F_* P. \quad (11)$$

Здесь A — коэффициент истечения; ρ_1 , W_1 , F_1 — соответственно плотность потока, скорость и площадь, свободная для прохода газов, на выходе из канала; ρ_* , \bar{W}_* , F_* — аналогичные величины в критическом сечении сопла. Учитывая связь между плотностью и скоростью звука в критическом сечении

$$W_*^2 = n\Phi\rho_*^{n-1},$$

где n — показатель адиабаты; Φ — энтропийная функция, из равенств (11) найдем

$$\rho_* = (Ap)^{\frac{2}{n+1}} (n\Phi)^{-\frac{1}{n+1}}. \quad (12)$$

Численные расчеты показывают, что для реальных условий время релаксации гидродинамических величин на участке выход из канала — критическое сечение сопла мало по сравнению с временем релаксации прогретого слоя пороха. Поэтому в первом приближении полагаем, что в каждый момент времени отношение плотностей ρ_1/ρ_* определяется отношением площадей F_1/F_* . Характер функциональной зависимости находится из стационарной теории, причем эта связь будет справедливой и в нестационарных условиях. Таким образом, получаем

$$\frac{\rho_1}{\rho_*} = g\left(\frac{F_1}{F_*}\right) \quad (13)$$

(конкретный вид функции g для дальнейшего не нужен).

Из газодинамических расчетов известно, что местная скорость потока в канале $W(y)$ и скорость на выходе из канала связаны элементарным соотношением

$$W(y) = \frac{y}{L} W_1, \quad (14)$$

где L , y — соответственно длина и координата вдоль канала. Тогда, привлекая формулы (12) — (14), из (11) получим уравнение

$$n\Phi (Ap)^{n-1} = \left(\frac{2WF_1g}{F_*}\right)^{n+1},$$

которое в линейном приближении дает

$$(n+1)\omega_1 = (n-1)\eta_1. \quad (15)$$

Для замыкания к (6), (9), (10), (15) присоединим закон изменения давления в камере (температура газов считается постоянной)

$$\frac{V_0}{RT_2} \frac{dp}{dt} = \rho_0 \sigma U - AF_* p.$$

Здесь σ — поверхность горения; V_0 — свободный объем камеры; T_2 —

температура газов; R — газовая постоянная. В линейном приближении отсюда получим

$$\frac{v_1}{\eta_1} = 1 + \frac{\chi}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau}, \quad (16)$$

где χ — отношение времен релаксации камеры t_1 и прогретого слоя пороха t_2

$$\chi = \frac{t_1}{t_2}, \quad t_1 = \frac{V_0}{AF_*RT_2}, \quad t_2 = \frac{x}{(U^0)^2}.$$

Если на стационарный процесс наложены малые возмущения, то, как известно, при переходе через критический режим потеря устойчивости происходит либо при непрерывном, либо при скачкообразном изменении декремента затухания. Для исследования срыва устойчивости по первому типу положим на границе устойчивости $\psi(\tau) = \exp(i\gamma\tau)$ (γ — действительная частота). В этом случае уравнение (10) решается в квадратурах и из решения вытекает равенство [3]

$$\varphi_1 = (1 + z_1)\psi_1 - \frac{iz_1}{\gamma}v_1, \quad (17)$$

где

$$z_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{R_1} - 1 \right) + iR_1, \quad R_1 = \sqrt{\frac{i}{8} (V^2 16\gamma^2 + 1 - 1)}.$$

Решая систему алгебраических уравнений (6), (9), (15), (17), найдем

$$\frac{v_1}{\eta_1} = \frac{a + ib}{c - id}, \quad (18)$$

где коэффициенты a , b , c и d — функции частоты и физико-химических параметров пороха

$$\begin{aligned} a &= \left(1 + \frac{r\gamma N}{2R_1} \right) \left[v + \frac{2n}{n+1} \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} \delta \right] - k \frac{\gamma N}{2R_1} \left[\mu + \frac{2n}{n+1} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} \varepsilon \right], \\ b &= R_1 \left[vr - k\mu - \frac{2n}{n+1} \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} (\varepsilon k - \delta r) \right], \\ c &= 1 + \frac{r\gamma N}{2R_1} - kN + \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} \frac{1}{\gamma} \left[\delta - \frac{\gamma N}{2R_1} (\varepsilon k - \delta r) \right], \\ d &= \frac{kN}{2R_1} - rR_1 + \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} \frac{R_1}{\gamma} (\varepsilon k - \delta r), \\ N &= 1 - \frac{R_1}{\gamma}. \end{aligned}$$

С другой стороны, из (16) следует, что отношение комплексных амплитуд скорости горения и давления представляется в виде

$$\frac{v_1}{\eta_1} = 1 + i\gamma\chi. \quad (19)$$

Приравнивая правые части (18) и (19), получим комплексное уравнение, которое распадается на два вещественных

$$\left. \begin{aligned} c(c - a) + d(b + d) &= 0 \\ \chi &= \frac{1}{\gamma} \frac{ad + bc}{c^2 + d^2} \end{aligned} \right\}, \quad (20)$$

позволяющих найти частоту и аппаратурную константу χ на пределе устойчивости.

Для исследования особого случая $\gamma=0$, не содержащегося в (20), положим $\psi(\tau) = \exp(\Omega\tau)$ ($\Omega \ll 1$). Повторяя изложенный выше анализ, получим, что при $\gamma=0$ срыв устойчивости происходит при

$$\nu = 1 - \frac{n-1}{n+1} \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} \delta < 1.$$

Таким образом, эрозия налагает более жесткое ограничение на величину коэффициента давления ν .

Можно показать, что скачкообразный тип срыва устойчивости имеет место только для модели горения с постоянной температурой поверхности. Он осуществляется для

$$k = 1 + \frac{1 + \beta(I^0 - I_*)}{1 - \beta I_*} \delta > 1.$$

Любопытно, что при учете эрозии даже в случае модели горения Я. Б. Зельдовича [8] существуют стационарные режимы, устойчивые и при $k > 1$. Это, однако, совсем не означает физического расширения области устойчивости.

Результаты численного счета по формулам (20). Расчеты проводились при $I_* = 6$ и $n = 1,25$. При этом полагалось $\beta = 0$, если $\delta = 0$ и $\beta = 0,05$, если $\delta \neq 0$.

На рис. 1 представлены границы устойчивости стационарного режима горения в плоскости (k, χ) для $\nu = 2/3$, $r = \mu = \varepsilon = 0$ и разных δ : 1—4 построены соответственно для 1— $\delta = 0$; 2— $\delta = 1/3$ ($I^0 = 7$); 3— $\delta = 1/2$ ($I^0 = 14$); 4— $\delta = 2/3$ ($I^0 = 28$).

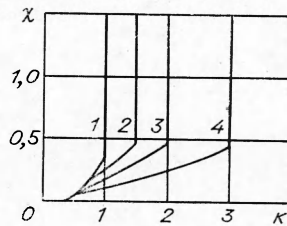


Рис. 1.

В скобках после значений δ указаны соответствующие величины безразмерного параметра I^0 , определяемые из формулы (7). При этом считается, что значение I^0 для $\delta = 0$ произвольно. Кривая 1 была получена в [9]. Учет зависимости скорости горения от эрозии приводит к расширению области устойчивости по параметру δ .

Демпфирующее влияние параметра δ более наглядно проявляется в случае модели горения с переменной температурой поверхности. На рис. 2 кривые 1—3 получены соответственно для $\delta = 0$, $\delta = 1/3$ ($I^0 = 7$), $\delta = 1/2$ ($I^0 = 14$). При этом принято $\nu = 2/3$; $r = 1/3$; $\mu = 0,1$; $\varepsilon = 0$.

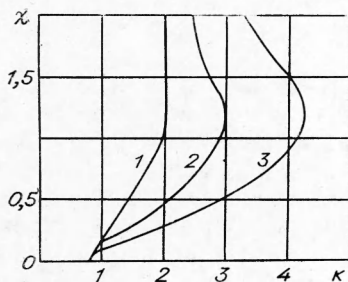


Рис. 2.

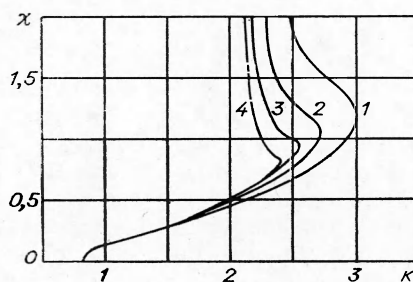


Рис. 3.

Параметр ε (рис. 3) оказывает на устойчивость горения дестабилизирующее влияние. Кривые 1—4 построены соответственно для ε , равном 0; 0,05; 0,1; 0,15 при $\nu = 2/3$, $\delta = 1/3$ ($I^0 = 7$); $r = 1/3$; $\mu = 0,1$. Влияние параметра ε тем сильнее, чем больше δ .

Численный счет по формулам (20) показал, что безразмерная критическая частота заключена в узких пределах: $\gamma = 0,1 - 2$. Поскольку

