

УДК 532.546; 536.421

ВСКИПАНИЕ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ ДЕПРЕССИОННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

В. Ш. Шагапов, О. Р. Нурисламов*, А. Р. Хабибуллина**

Институт механики Уфимского научного центра РАН, 450025 Уфа

* Бирская государственная социально-педагогическая академия, 452453 Бирск

** Сургутский институт нефти и газа (филиал Тюменского государственного нефтегазового университета), 628404 Сургут

E-mails: shagapov@rambler.ru, nuris_o_r@mail.ru, aigull805@rambler.ru

В плоской одномерной и радиальной автомодельной постановках рассмотрена задача о вскипании жидкости, полностью насыщающей в исходном состоянии пористую среду, при депрессионном воздействии. Проанализировано влияние исходного состояния среды, а также понижения давления на процесс фильтрационного кипения. Выявлены режимы кипения и критерий, по которому разделяются эти режимы.

Ключевые слова: депрессионное воздействие, вскипание жидкости, пористая среда, автомодельные решения.

Введение. Интерес к исследованию течений парожидкостных систем в пористых средах обусловлен использованием их в энергетике, химических технологиях, при сушке материалов. Кроме того, для анализа масштабов последствий возможных техногенных аварий и природных катаклизмов, сопровождающихся воздействием сильных тепловых нагрузок на насыщенные водой пористые среды, необходимо проводить расчет гидродинамических и температурных полей. Наиболее важными являются задачи об извлечении тепла из геотермальных источников. Как правило, такие технологии предполагают предварительную закачку в геотермальный пласт холодной воды с последующим извлечением ее при высокой температуре или в парообразном состоянии. Также представляет интерес решение задач об инъекции теплоносителя в виде водяного пара с целью разжижения углеводородных систем, медленно текущих в пористой среде. Отмеченные выше приложения теории фильтрации парожидкостных систем рассмотрены в работах [1–15]. В данной работе в автомодельной постановке исследована задача о вскипании жидкости, насыщающей пористую среду, при депрессионном воздействии.

Пусть температура пористой среды, в исходном состоянии насыщенной жидкостью, равна T_0 , а равновесное давление вскипания, соответствующее этой температуре, — $p_s(T_0)$. Если давление p жидкости в пористой среде не ниже равновесного давления ($p \geq p_s(T_0)$), то состояние жидкости не меняется. В зависимости от решаемой задачи жидкость можно считать несжимаемой или сжимаемой. Однако если в области фильтрации давление $p < p_s(T_0)$, то процесс фильтрации жидкости будет сопровождаться парообразованием (вскипанием). Рассмотрим одномерную задачу, в которой давление на границе пористой среды ниже равновесного давления, соответствующего исходной температуре пористой

среды. Примем следующие допущения. При значении давления, меньшем равновесного значения, соответствующего исходной температуре, жидкость перед фронтом кипения мгновенно переходит в новое состояние, характеризующееся однородным распределением давления p_0 , причем $p_0 = p_s(T_0)$. Следовательно, фильтрационным течением, обусловленным понижением давления до равновесного значения, при котором упругие волны распространяются в режиме, характерном для линейно сжимаемой среды, можно пренебречь. Кроме того, будем считать, что материал скелета пористой среды и жидкость несжимаемы, а в фильтрационном течении участвует только пар. Температуры скелета, жидкости и пара в любой точке области фильтрации совпадают.

1. Основные уравнения. С учетом принятых допущений уравнение неразрывности в одномерном случае запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} m(\rho_v S_v + \rho_l S_l) + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n \rho_v m S_v v_v) = 0, \quad (1.1)$$

$$S_v + S_l = 1,$$

где m , ρ_i , S_i ($i = v, l$) — пористость, плотность и насыщенность пор i -й фазой; индексы v , l соответствуют пару и жидкости; v_v — скорость пара; значения $n = 0$ и $n = 1$ соответствуют плоской одномерной и радиальной одномерной задачам.

Так как жидкость несжимаема, уравнение состояния пара представляет собой уравнение Клапейрона — Менделеева

$$\rho_l = \text{const}, \quad p = \rho_v R_v T, \quad (1.2)$$

где p , T — давление и температура; R_v — приведенная газовая постоянная.

Как показано в [4], в большинстве случаев, представляющих наибольший практический интерес, уравнение баланса тепла в рассматриваемых системах можно записать в виде

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = m \rho_l l \frac{\partial S_l}{\partial t}, \quad (1.3)$$

$$\rho c = (1 - m) \rho_s c_s + m(\rho_v S_v c_v + \rho_l S_l c_l),$$

где c_i ($i = s, v, l$) — удельные теплоемкости (индекс $i = s$ соответствует скелету); l — удельная теплота парообразования.

Уравнения баланса тепла в виде (1.3) означают, что кондуктивный и конвективный переносы тепла несущественны, а интенсивность кипения (парообразования) полностью определяется скоростью понижения температуры. В частности, из оценок, приведенных в [4], следует, что теплопроводность может оказать существенное влияние лишь при значении коэффициента фазовой проницаемости $k_v \leq 10^{-16} \text{ м}^2$. В случае, когда абсолютная проницаемость составляет $k_0 = 10^{-12} \text{ м}^2$, этому неравенству соответствует условие $S_v \leq 0,05$. Ниже показано, что в рассматриваемой задаче данное условие выполняется лишь для тонкого слоя вблизи фронта кипения. Это не оказывает существенного влияния на общую картину процесса кипения в пористой среде.

В зависимости от конкретных физических свойств пористой породы и ее структуры, определяющих капиллярное взаимодействие кипящей жидкости со скелетом, возможны различные режимы фильтрации [16–18]. В рассматриваемой задаче можно выделить два предельных режима процесса кипения. В первом режиме пар в виде мелких включений выделяется вблизи твердых стенок в пористой среде, образуя своеобразный паровой подшипник. Экспериментальные данные [19, 20] показывают, что такая ситуация вполне реальна (ранее считалось, что существование нанопузырьков в течение достаточно длительного промежутка времени невозможно вследствие действия капиллярных сил). Поэтому явление сверхтекучести в пористой среде, описанное в [21], также вполне реально. Во втором режиме вода полностью защемлена в пористом пространстве. В этом случае перемещени-

ем воды можно пренебречь и для описания процесса фильтрации пара использовать закон Дарси в виде

$$mS_v v_v = -\frac{k_v}{\mu_v} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (1.4)$$

где μ_v , k_v — динамическая вязкость и коэффициент проницаемости пара соответственно.

Таким образом, согласно принятым выше допущениям коэффициент проницаемости жидкости равен нулю, а коэффициент проницаемости пара определяется по формуле Козени [16]. Поскольку в случае пара “живая” пористость равна mS_v , из формулы Козени получаем выражение для коэффициента проницаемости

$$k_v = k_0 S_v^3, \quad (1.5)$$

где k_0 — абсолютная проницаемость скелета.

В области, где одновременно присутствуют пар и жидкость, температура и давление связаны условием фазового равновесия, которое для состояний, далеких от критического, достаточно точно описывается зависимостью [17]

$$T = T_* \ln^{-1}(p_*/p), \quad (1.6)$$

где T_* , p_* — эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных и зависящие от конкретной среды.

Приведенные выше уравнения и зависимости (1.1)–(1.6) представляют собой замкнутую систему, описывающую гидродинамические и температурные поля в области, где фильтрация сопровождается кипением.

Для области, в которой произошло полное выкипание ($S_l = 0$), из уравнений (1.1), (1.2), (1.4), (1.5), полагая $S_v = 1$, можно получить уравнение фильтрации газа. В этом случае можно принять условие изотермичности процесса фильтрации.

Уравнение (1.1) представляется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} m(\rho_v - \rho_l)S_v + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n \rho_v m S_v v_v) = 0. \quad (1.7)$$

В случае если режим кипения жидкости не является близким к критическому, выполняется неравенство $\rho_v \ll \rho_l$. Поэтому, пренебрегая значением ρ_v , в силу того что оно мало по сравнению с ρ_l , уравнение (1.7) можно записать в виде

$$-m\rho_l \frac{\partial S_v}{\partial t} + \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n \rho_v m S_v v_v) = 0. \quad (1.8)$$

С учетом (1.3)–(1.5) из (1.8) следует

$$\frac{\rho_c}{l} T'(p) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \rho_v k_0 S_v^3 \frac{1}{\mu_v} \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (1.9)$$

Здесь T' — производная температуры по давлению.

Поскольку теплоемкость рассматриваемой системы в основном определяется скелетом пористой среды, далее будем считать $\rho c = \text{const}$. Теплота парообразования l является функцией давления. Эту зависимость можно получить, записав уравнение Клапейрона — Клаузиуса для режимов, далеких от критического ($\rho_v \ll \rho_l$):

$$T'(p) = T(p)/(\rho_v l).$$

Из этого уравнения с учетом условия состояния пара в (1.2) находим

$$l = T^2(p) R_v / (T'(p) p). \quad (1.10)$$

Подставляя (1.10) в (1.3), получаем следующее дифференциальное уравнение, описывающее зависимость текущего значения газонасыщенности от давления:

$$\frac{dS_v}{dp} = \frac{\rho c}{m\rho_l R_v} \frac{T'^2(p)p}{T^2(p)}.$$

Полагая $S_v = 0$ при $p = p_0$ и используя формулу (1.6), из этого уравнения находим

$$S_v = \frac{\rho c}{m\rho_l R_v} \frac{\ln(p_0/p)}{\ln(p_*/p) \ln(p_*/p_0)}. \quad (1.11)$$

С учетом (1.10) и уравнения состояния пара в (1.2) уравнение (1.9) окончательно можно записать в виде

$$\frac{1}{p \ln^2(p_*/p)} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_0}{\mu_v \rho c T_*} \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n p \ln \frac{p_*}{p} S_v^3(p) \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (1.12)$$

Таким образом, задача об определении гидродинамических и температурных полей сводится к решению с учетом (1.11) нелинейного уравнения (1.12) для давления.

В области течения, где жидкость полностью выкипела ($S_v = 1$), имеем уравнение пьезопроводности

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_0}{m\mu_v} \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n p \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (1.13)$$

Из выражения (1.11) следует, что текущее значение паронасыщенности S_v (или водонасыщенности S_l) однозначно определяется значением давления p . Пусть поверхность $r = r_{(b)}$ (при $n = 0$ и $n = 1$ плоскость и цилиндрическая поверхность соответственно) является границей, на которой происходит полное выкипание жидкости ($S_v = S_{v(b)} = 1$ или $S_l = S_{l(b)} = 0$). Тогда, используя (1.11), получаем уравнение для давления $p = p_{(b)}$ на этой поверхности

$$\frac{\ln(p_0/p_{(b)})}{\ln(p_*/p_{(b)}) \ln(p_*/p_0)} = m \frac{\rho_l R_v}{\rho c}. \quad (1.14)$$

Кроме того, из закона сохранения массы на поверхности $r = r_{(b)}$ следует условие

$$\left(\frac{k_v}{\mu_v} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_- = \left(\frac{k_v}{\mu_v} \frac{\partial p}{\partial r} \right)_+. \quad (1.15)$$

Здесь знаки “-” и “+” соответствуют значениям скорости фильтрации на фронте полного выкипания со стороны областей, где $S_l = 0$ и $S_l > 0$. На этой границе имеет место равенство $(k_v)_- = (k_v)_+ = k_0$. Кроме того, можно считать, что динамическая вязкость также непрерывна ($(\mu_v)_- = (\mu_v)_+ = \mu_v$). Тогда условие (1.15) записывается в виде

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_- = \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)_+.$$

Отметим, что координата границы выкипания $r = r_{(b)}$ является функцией времени, которую необходимо определить.

2. Постановка задач и решения. С учетом принятых выше предположений начальное условие для давления записывается в виде

$$t = 0, \quad r \geq 0: \quad p = p_0.$$

В плоском одномерном случае ($n = 0$) давление на границе полубесконечной области мгновенно уменьшается до значения $p_{(e)}$ и в дальнейшем поддерживается постоянным. Тогда

$$t > 0, \quad r = 0: \quad p = p_{(e)}.$$

При этом возможны два случая. В первом случае, когда значение $p_{(e)}$ не становится меньше значения $p_{(b)}$ ($p_{(b)} \leq p_{(e)} < p_0$), область полного выкипания ($S_g = 1$) отсутствует. Этот вариант постановки задачи в плоском одномерном случае рассмотрен в [4]. При $p_{(e)} < p_{(b)}$ вблизи границы $r = 0$ образуется область, в которой в пористой среде присутствует только пар.

В радиальном приближении ($n = 1$) в некоторый момент времени начинается отбор пара скважиной радиусом $r_{(w)}$ с постоянным массовым расходом $q^{(m)}$, отнесенным к единице длины скважины. Полагая, что к поверхности скважины примыкает область, в которой жидкость полностью выкипела ($S_v = 1$), это условие можно записать в виде

$$r = r_{(w)}, \quad t > 0: \quad -2\pi r_{(w)}(\rho_v m v_v)_{r=r_{(w)}} = q^{(m)}. \quad (2.1)$$

При достаточно больших временах процесса, когда радиус границы области полного выкипания $r_{(b)}$ значительно превышает радиус скважины ($r_{(b)} \gg r_{(w)}$), будем полагать, что размер скважины оказывает слабое влияние на процесс. Тогда с учетом закона Дарси (1.4) и уравнения состояния пара в (1.2), считая, что температура пара $T_{(w)}$ на стенке скважины равна $T_{(b)}$ ($T_{(b)} = T(p_{(b)})$), условие (2.1) представим в виде

$$r_{(w)} \rightarrow 0, \quad t > 0: \quad \frac{\pi k_0}{\mu_v R_v T_{(b)}} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right)_{r=r_{(w)}} = q^{(m)}.$$

Сформулированные задачи имеют автомодельные решения. Введем безразмерные и автомодельные переменные

$$P = \frac{p}{p_0}, \quad \theta = \frac{T}{T_0}, \quad \xi = \frac{r}{2\sqrt{Ht}} \quad \left(H = \frac{k_0 p_0}{m \mu_v} \right).$$

Тогда уравнения (1.12) и (1.13) принимают вид

$$0 < \xi < \xi_{(b)}: \quad -2\xi \frac{dP}{d\xi} = \frac{1}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^n P \frac{dP}{d\xi} \right); \quad (2.2)$$

$$\xi_{(b)} < \xi < \xi_{(d)}: \quad -\frac{2\xi}{P \ln^2(P_*/P)} \frac{dP}{d\xi} = \frac{\eta m}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^n P \ln \frac{P_*}{P} S_v^3 \frac{dP}{d\xi} \right). \quad (2.3)$$

При этом справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \theta_v(P) &= \theta_* \ln^{-1} \frac{P_*}{P}, \quad S_v = \gamma \frac{\ln P}{\ln(P/P_*) \ln P_*}, \quad P_* = \frac{p_*}{p_0}, \quad \theta_* = \frac{T_*}{T_0}, \\ \eta &= \frac{p_0}{\rho c T_*}, \quad \gamma = \frac{\rho c}{m \rho_l R_v}, \quad \rho_{v0} = \frac{p_0}{R_v T_0}, \quad \xi_{(j)} = \frac{r_{(j)}}{2\sqrt{Ht}} \quad (j = b, d). \end{aligned}$$

В этих переменных начальные и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \xi = \infty: \quad P &= 1 \quad (n = 0, 1), \\ \xi = 0: \quad P &= P_{(e)} \quad (n = 0), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\xi_{(w)} \rightarrow 0: \quad \left(\xi \frac{dP^2}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_{(w)}} = Q^{(m)} \quad (n = 1),$$

где

$$P_{(e)} = \frac{p_{(e)}}{p_0}, \quad Q^{(m)} = \frac{q^{(m)} \mu_v R_v T_{(b)}}{\pi k_0 p_0^2}.$$

Запишем также условия на границе области полного выкипания:

$$\xi = \xi(b): \quad P = P(b), \quad \left(\frac{dP}{d\xi}\right)_- = \left(\frac{dP}{d\xi}\right)_+ \quad (2.5)$$

$$(P(b) = p(b)/p_0).$$

Для того чтобы получить аналитическое решение уравнения (2.2), следует использовать метод линеаризации Лейбензона [16]. Выполнив такую линеаризацию, это уравнение можно записать в виде

$$-2\xi \frac{dP^2}{d\xi} = \frac{\tilde{P}}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^n \frac{dP^2}{d\xi} \right), \quad (2.6)$$

где \tilde{P} — значение безразмерного давления, в окрестности которого проводится линеаризация.

С учетом условий (2.4), (2.5) решения уравнения (2.6) принимают вид

$$\begin{aligned} n = 0: \quad P^2 &= P_{(e)}^2 + (P_{(b)}^2 - P_{(e)}^2) \int_0^{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\tilde{P}}\right) d\xi / \int_0^{\xi(b)} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\tilde{P}}\right) d\xi, \\ n = 1: \quad P^2 &= P_{(b)}^2 - Q^{(m)} \int_{\xi}^{\xi(b)} \frac{1}{\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\tilde{P}}\right) d\xi. \end{aligned} \quad (2.7)$$

В этих решениях значение $P_{(b)}$ является корнем уравнения (1.14), а неизвестный параметр $\xi_{(b)}$ (автомодельная координата границы области выкипания) необходимо определить.

Уравнение (2.3) является нелинейным. В состоянии, близком к исходному состоянию $P \rightarrow 1$ и определяемом значением $P \rightarrow 1$, для паронасыщенности имеет место асимптотика

$$S_v = \gamma(1 - P).$$

Следовательно, при $P \rightarrow 1$ коэффициент при старшей производной в уравнении (2.3) стремится к нулю по закону $(1 - P)^3$. Поэтому значение $P = 1$ в решении достигается в режиме обострения [22] (с вертикальной касательной к кривой зависимости $P(\xi)$ при конечном значении $\xi = \xi_{(d)}$). Значение $\xi_{(d)}$ определяет координату $r = r_{(d)}$ границы области закипания:

$$r_{(d)} = 2\xi_{(d)} \sqrt{Ht}.$$

Структура гидродинамических и тепловых полей области $r_{(b)} < r < r_{(d)}$ (или $\xi_{(b)} \leq \xi < \xi_{(d)}$) определяется численным решением (2.3), которое можно получить следующим образом. Решаем задачу Коши при “начальных” условиях

$$P = P(b), \quad P' = P'_{(b)} \quad \text{при} \quad \xi = \xi(b), \quad P' = \frac{dP}{d\xi}.$$

При этом значения первой производной $P'_{(b)}$ определяются из граничного условия в (2.5) с учетом аналитических решений (2.7). Тогда

$$\begin{aligned} n = 0: \quad P'_{(b)} &= \frac{P_{(b)}^2 - P_{(e)}^2}{2P_{(b)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(b)}^2}{\tilde{P}}\right) / \int_0^{\xi(b)} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\tilde{P}}\right) d\xi, \\ n = 1: \quad P'_{(b)} &= \frac{Q^{(m)}}{2P_{(b)}\xi_{(b)}} \exp\left(-\frac{\xi_{(b)}^2}{\tilde{P}}\right). \end{aligned}$$

Подбор значения $\xi_{(b)}$ продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто с заданной точностью значение $P = 1$, которому соответствует вертикальная касательная к кривой зависимости $P(\xi)$ с неизвестной координатой $\xi = \xi_{(d)}$.

3. Результаты численных расчетов. Проведены расчеты для пористой среды, насыщенной водой. Для параметров, определяющих свойства, а также исходное состояние пористой среды (за исключением случаев, оговоренных особо) и насыщающей парожидкостной системы, приняты следующие значения: $m = 0,1$, $k_0 = 10^{-12} \text{ м}^2$, $\rho_c = 2,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$, $R_v = 461,6 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $\rho_l = 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\mu_v = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $T_* \approx 4754,3 \text{ К}$, $p_* \approx 34\,320 \text{ МПа}$, $T_0 = 584 \text{ К}$ ($p_0 = p_s(T_0) = 10 \text{ МПа}$).

На рис. 1 представлены распределения давления, температуры и паронасыщенности в пористой среде при различных значениях давления $p_{(e)}$ на ее границе. Значение давления, соответствующее полному выкипанию, определяется из уравнения (1.14) и составляет $p_{(b)} \approx 2,37 \text{ МПа}$. При этом кривая 1 соответствует первому режиму ($p_{(e)} > p_{(b)}$), когда граница области полного выкипания отсутствует (насыщенность на границе пористой среды меньше единицы: $S_{v(e)} < 1$), кривая 2 — промежуточному режиму, когда граница пористой среды совпадает с границей области выкипания ($p_{(e)} = p_{(b)}$), кривая 3 — режиму, когда к границе пористой среды ($\xi = 0$) примыкает зона фильтрации чистого пара ($p_{(e)} < p_{(b)}$). Из рис. 1 следует, что понижение давления $p_{(e)}$ на границе $x = 0$ до значения, меньше-

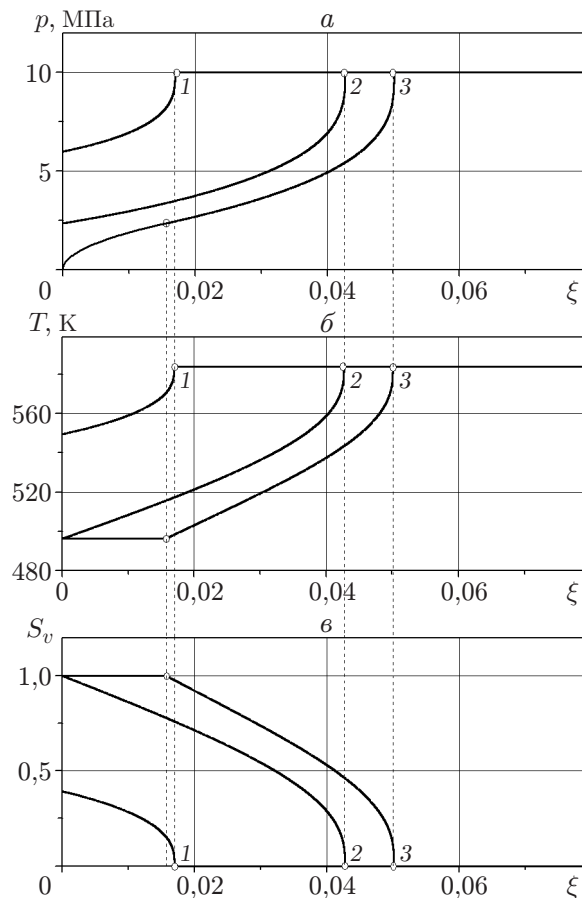


Рис. 1. Распределения давления (а), температуры (б) и паронасыщенности (в) в пористой среде при различных значениях давления $p_{(e)}$ на ее границе:
1 — $p_{(e)} = 6 \text{ МПа}$; 2 — $p_{(e)} = 2,37 \text{ МПа}$; 3 — $p_{(e)} = 0,1 \text{ МПа}$

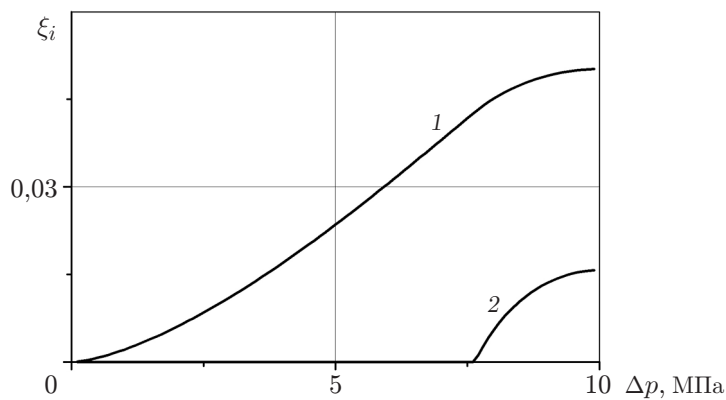


Рис. 2. Зависимости автомоделных координат фронта кипения (1) и границы области полного выкипания (2) от величины депрессии

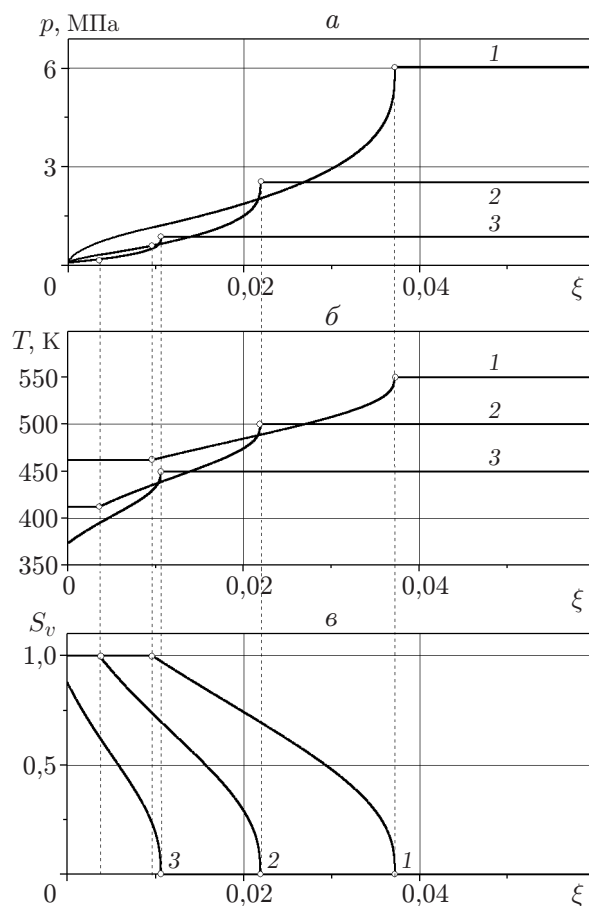


Рис. 3. Зависимости давления (а), температуры (б) и паронасыщенности (в) от автомоделной переменной ξ при различных значениях исходной температуры пористой среды:

1 — $T_0 = 550$ К; 2 — $T_0 = 500$ К; 3 — $T_0 = 450$ К

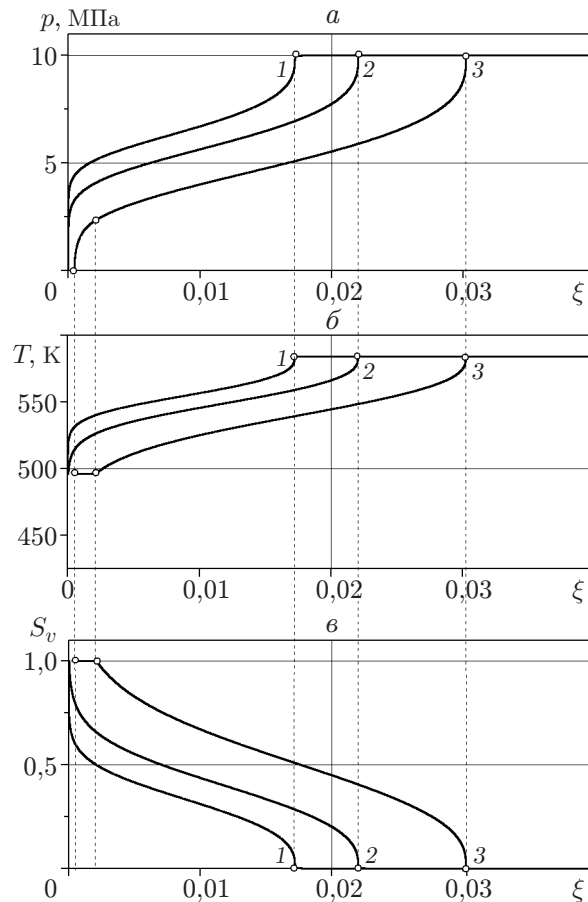


Рис. 4. Поля давления (а), температуры (б) и паронасыщенности (в) при различных значениях массового расхода пара:

1 — $q^{(m)} = 0,5$ кг/(м·с); 2 — $q^{(m)} = 1,0$ кг/(м·с); 3 — $q^{(m)} = 2,5$ кг/(м·с)

го $p_{(b)}$, не приводит к уменьшению температуры $T_{(e)}$ по сравнению со значением, соответствующим $p_{(e)} = p_{(b)}$. Предельное значение температуры $T_{(b)}$ определяется по формуле $T_{(b)} = T_* \ln^{-1}(p_*/p_{(b)})$ и в данном случае составляет $T_{(b)} = 496,2$ К.

На рис. 2 приведены зависимости автомоделных координат фронта кипения $\xi_{(s)}$ (кривая 1) и границы области полного выкипания $\xi_{(b)}$ (кривая 2) от величины депрессии Δp ($\Delta p = p_0 - p_{(e)}$).

На рис. 3 показаны зависимости давления, температуры и паронасыщенности от автомоделной переменной ξ при различных значениях исходной температуры пористой среды $p_{(e)} = 0,1$ МПа.

На рис. 4 представлены поля давления и температуры при различных значениях массового расхода пара. Видно, что при $\xi \rightarrow 0$ $p \rightarrow -\infty$, поэтому решение вблизи начала координат ($0 < \xi < \xi_{(0)}$, $\xi_{(0)}$ — значение автомоделной координаты, при котором $p = 0$), где $p \leq 0$, не имеет физического смысла. Для того чтобы это решение можно было использовать при анализе реальных ситуаций [16], область определения аналитического решения с отрицательным давлением не должна “выходить” за пределы скважины. Это означает, что должно выполняться неравенство $\xi_{(0)} \ll r_{(w)}/\sqrt{Ht}$, где $r_{(w)}$ — радиус скважины. Из этого неравенства получаем условие, определяющее длительность начального этапа решения: $t \ll t_{(0)}$, $t_{(0)} = (r_{(w)}^2/\xi_{(0)}^2)/H$. В то же время граница области полного

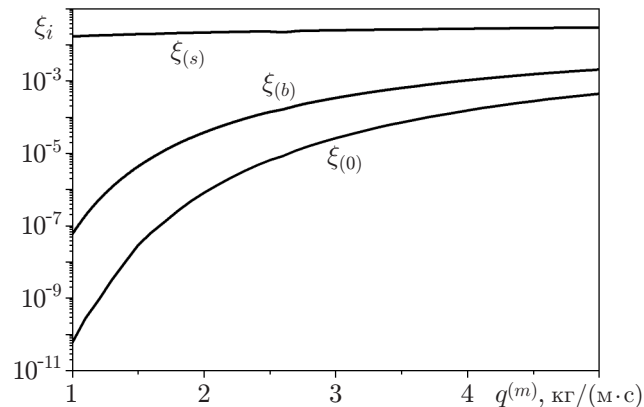


Рис. 5. Зависимости автомодельных координат фронта кипения $\xi_{(s)}$, границы области полного выкипания $\xi_{(b)}$ и границы $\xi_{(0)}$ области, на которой $p = 0$, от массового расхода пара

выкипания должна находиться вне скважины ($\xi_{(b)} \gg r_{(w)}/\sqrt{Ht}$). Следовательно, $t \gg t_{(b)}$ ($t_{(b)} = (r_{(w)}^2/\xi_{(b)}^2)/H$). Таким образом, полученные аналитические решения имеют физический смысл лишь в промежутке времени $t_{(b)} \ll t \ll t_{(0)}$.

На рис. 5 представлены зависимости автомодельных координат границ $\xi_{(0)}$, $\xi_{(b)}$, $\xi_{(s)}$ от $q^{(m)}$.

Заключение. Анализ результатов численных расчетов показывает, что в зависимости от давления на границе пористой среды возможны два режима кипения. Критерием, по которому разделяются режимы кипения, является значение давления $p_{(b)}$, определяемое характеристиками пористой среды и состоянием насыщающей жидкости. В первом режиме ($p_{(e)} > p_{(b)}$) отсутствует граница области полного выкипания. Во втором режиме ($p_{(e)} < p_{(b)}$) к границе пористой среды примыкает зона фильтрации чистого пара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. К постановке задач с движущимися границами фазовых переходов в гидротермальных пластах // ПМТФ. 1991. № 5. С. 98–102.
2. Цыпкин Г. Г. О возникновении двух подвижных границ фазовых переходов при добыче пара из гидротермального водонасыщенного пласта // Докл. АН. 1994. Т. 337, № 6. С. 748–751.
3. Цыпкин Г. Г. Математическая модель фазовых переходов вода — пар в гидротермальных пластах // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 6. С. 98–105.
4. Сыртланов В. Р., Шагапов В. Ш. Фильтрация кипящей жидкости // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32, № 1. С. 87–93.
5. Бармин А. А., Цыпкин Г. Г. О движении фронта фазового перехода при инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный паром // Докл. АН. 1996. Т. 350, № 2. С. 195–197.
6. Бармин А. А., Цыпкин Г. Г. Математическая модель инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный паром // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 6. С. 92–98.
7. Кондрашов А. В., Цыпкин Г. Г. О режимах инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный паром // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 2. С. 86–91.
8. Бармин А. А., Кондрашов А. В. Двухфронтная математическая модель инъекции воды в геотермальный пласт, насыщенный паром // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2000. № 3. С. 105.

9. **Шагапов В. Ш., Ильясов У. Р., Насырова Л. А.** Об инъекции воды в геотермальный пласт // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 127–138.
10. **Куликовский А. Г.** О фронтах испарения и конденсации в пористых средах // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 5. С. 85–92.
11. **Шагапов В. Ш., Рахматуллин И. Р., Насырова Л. А.** Задача об инъекции влажного пара в пористую среду // Теплофизика и аэромеханика. 2004. № 4. С. 607–618.
12. **Шагапов В. Ш., Ильясов У. Р., Насырова А. А.** Тепловой удар в пористой среде, насыщенной жидкостью // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 13. С. 350–360.
13. **Кондрашов А. В.** О свойствах некоторых фронтов фазовых переходов в гидротермальных пористых пластах // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 6. С. 133–144.
14. **Цыпкин Г. Г.** Течения с фазовыми переходами в пористых средах. М.: Физматлит, 2009.
15. **Шагиева Ф. И., Галеева Г. Я.** Об инъекции влажного пара в пористую среду, частично насыщенную парафином // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48, № 2. С. 257–261.
16. **Баренблатт Г. И.** Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик. М.: Недра, 1984.
17. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
18. **Collins R.** Flow of fluids through porous materials. N. Y.; L.: Reinhold Publ. Corp., 1961.
19. **Wallqvist V., Claesson P. M., Swerin A., et al.** Influence of surface topography on adhesive and long-range capillary forces between hydrophobic surfaces in water // Langmuir. 2009. V. 25, N 16. P. 9197–9207.
20. **Zhang L., Zhang X., Fan C., et al.** Nanoscale multiple gaseous layers on a hydrophobic surface // Langmuir. 2009. V. 25, N 16. P. 8860–8864.
21. **Шагапов В. Ш.** О фильтрации газированной жидкости // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 5. С. 97–106.
22. **Зельдович Я. Б., Компанец А. С.** К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры // К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры: Сб., посвящ. 70-летию А. Ф. Иоффе. М.: Изд-во АН СССР, 1950. С. 61–71.

*Поступила в редакцию 1/VI 2010 г.,
в окончательном варианте — 2/VIII 2011 г.*
