ЛИТЕРАТУРА

1. **Treatise** on materials science and technology/Ed. by H. Herman.— N. Y.: Acad. Press, 1976—1982.— V. 1—20.
2. **Обработка** поверхности и надежность материалов.— М.: Мир, 1985.
3. **Черепанов Г. П.** Механика разрушения композиционных материалов.— М.: Наука, 1983.
4. **Cherepanov G. P.** Mechanics of brittle fracture.— N. Y.: McGraw Hill, 1979.
5. **Zak A. R., Williams M. L.** Crack point stress singularities at bimaterial interface // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.— 1963.— V. 30, N 1.
6. **Писаренко Г. С., Науменко В. П., Волков Г. С.** Определение трещиностойкости материалов на основе энергетического контурного интеграла.— Киев: Наук. думка, 1978.
7. **Златин А. Н., Храпков А. А.** Полубесконечная трещина, параллельная границе упругой полуплоскости // ДАН СССР.— 1986.— Т. 291, № 4.

Поступила 10/IV 1987 г.

УДК 538.4 : 621.926.085.54—185

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МЕХАНИКИ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. Ю. Арутюнов, И. Н. Дорохов, В. В. Кафаров, В. Г. Корнийчук, В. П. Соловьев

(*Москва*)

В [1, 2] найдены уравнения термогидромеханики двухфазной полидисперсной среды, учитывающие измельчение частиц дисперсной фазы. В данной работе с помощью методов механики гетерогенных сред [3] и основных уравнений электродинамики [4] получено математическое описание процесса измельчения в электромагнитном поле (ЭМП), которое учитывает эффекты столкновения, разрушения и образования частиц дисперсной фазы и влияние ЭМП на эти эффекты.

1. Движение гетерогенной смеси трех фаз в ЭМП, из которых первая фаза несущая (жидкость или газ), а вторая и третья присутствуют в виде отдельных частиц измельчаемого материала и мелющих тел различного размера, рассматривается при допущениях, принятых в [1—3].

Введем в каждой точке объема, занятого смесью, объемные содержания фаз α_i и средние плотности ρ_i ($i = 1, 2, 3$):

$$\alpha_1 + \int\limits_0^R r f_2(r)\,dr + \int\limits_{R_1}^{R_2} \mu f_3(\mu)\,d\mu = 1, \quad \rho = \rho_1 + \int\limits_0^R \rho_2^0 r f_2(r)\,dr + \int\limits_{R_1}^{R_2} \rho_3^0 \mu f_3(\mu)\,d\mu.$$

Здесь полидисперсность второй фазы характеризуется функцией $f_2(r)dr$ (число измельчаемых частиц в единице объема, размеры (объемы) которых находятся в интервале $(r, r + dr)$), а полидисперсность третьей фазы характеризуется функцией $f_3(\mu)d\mu$ (число мелющих тел в единице объема, размеры (объемы) которых находятся в интервале $(\mu, \mu + d\mu)$); индексы 1, 2 и 3 относятся к несущей фазе, к дисперсной и к фазе мелющих тел; $R_1 > R$. Следуя [1, 2], введем понятия r-фазы как совокупности частиц, размеры которых находятся в интервале $(r, r + dr)$, и μ-фазы как совокупности мелющих тел, размеры которых находятся в интервале $(\mu, \mu + d\mu)$. Каждая фаза представляет собой заряженную, электропроводную, поляризующуюся и намагничивающуюся среду в ЭМП.

2. При построении моделей сплошных сред, взаимодействующих с ЭМП, можно использовать различные формулировки уравнений электродинамики в зависимости от постулирования выражений для локальных напряженностей поля $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2(r)$, $\mathbf{E}_3(\mu)$ и $\mathbf{H}_1$, $\mathbf{H}_2(r)$, $\mathbf{H}_3(\mu)$, однако после выбора одной из них все законы сохранения механики необходимо рассматривать с учетом выбранной формулировки. В настоящее время наи-

более употребляемая формулировка уравнений электродинамики — модель Чу [5]. Полагаем

$$\mathbf{E}_1^* + \mu_0\mathbf{H}_1 \times \mathbf{v}_1 = \mathbf{E}_1, \quad \mathbf{H}_1^* - \varepsilon_0\mathbf{E}_1 \times \mathbf{v}_1 = \mathbf{H}_1,$$
$$\mathbf{E}_2^*(r) + \mu_0\mathbf{H}_2(r) \times \mathbf{v}_2(r) = \mathbf{E}_2(r), \quad \mathbf{H}_2^*(r) - \varepsilon_0\mathbf{E}_2(r) \times \mathbf{v}_2(r) = \mathbf{H}_2(r),$$
$$\mathbf{E}_3^*(\mu) + \mu_0\mathbf{H}_3(\mu) \times \mathbf{v}_3(\mu) = \mathbf{E}_3(\mu), \quad \mathbf{H}_3^*(\mu) - \varepsilon_0\mathbf{E}_3(\mu) \times \mathbf{v}_3(\mu) = \mathbf{H}_3(\mu).$$

Тогда уравнения электродинамики примут вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_1 + \frac{\partial\mu_0\mathbf{H}_1}{\partial t} = \frac{\partial\mu_0\mathbf{M}_1}{\partial t} - \operatorname{rot}(\mu_0\mathbf{M}_1\mathbf{v}_1) - \boldsymbol{\psi}_1 - \lambda_1\mathbf{v}_1,$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H}_1 - \frac{\partial\varepsilon_0\mathbf{E}_1}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{P}_1}{\partial t} + \operatorname{rot}(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{v}_1) + \mathbf{i}_1 + \gamma_1 + \eta_1\mathbf{v}_1,$$
$$\operatorname{div}(\mu_0\mathbf{H}_1) = \lambda_1 - \operatorname{div}(\mu_0\mathbf{M}_1), \quad \operatorname{div}(\varepsilon_0\mathbf{E}_1) = q_1 + \eta_1 + \operatorname{div}\mathbf{P}_1,$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_2(r) + \frac{\partial\mu_0\mathbf{H}_2(r)}{\partial t} = \frac{\partial\mu_0\mathbf{M}_2(r)}{\partial t} - \operatorname{rot}[\mu_0\mathbf{M}_2(r) \times \mathbf{v}_2(r)] - \boldsymbol{\psi}_2(r) - \lambda_2(r)\mathbf{v}_2(r),$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H}_2(r) - \frac{\partial\varepsilon_0\mathbf{E}_2(r)}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{P}_2(r)}{\partial t} + \operatorname{rot}[\mathbf{P}_2(r \times \mathbf{v}_2(r)] + \mathbf{i}_2(r) + \gamma_2(r) + \eta_2(r)\mathbf{v}_2(r),$$
$$\operatorname{div}(\mu_0\mathbf{H}_2(r)) = \lambda_2(r) - \operatorname{div}(\mu_0\mathbf{M}_2(r)),$$
$$\operatorname{div}(\varepsilon_0\mathbf{E}_2(r)) = q_2(r) + \eta_2(r) + \operatorname{div}\mathbf{P}_2(r),$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_3(\mu) + \frac{\partial\mu_0\mathbf{H}_3(\mu)}{\partial t} = \frac{\partial\mu_0\mathbf{M}_3(\mu)}{\partial t} - \operatorname{rot}[\mu_0\mathbf{M}_3(\mu) \times \mathbf{v}_3(\mu)] - \boldsymbol{\psi}_3(\mu) - \lambda_3(\mu)\mathbf{v}_3(\mu),$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H}_3(\mu) - \frac{\partial\varepsilon_0\mathbf{E}_3(\mu)}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{P}_3(\mu)}{\partial t} + \operatorname{rot}[\mathbf{P}_3(\mu) \times \mathbf{v}_3(\mu)] + \mathbf{i}_3(\mu) + \gamma_3(\mu) + \eta_3(\mu)\mathbf{v}_3(\mu),$$
$$\operatorname{div}(\mu_0\mathbf{H}_3(\mu)) = \lambda_3(\mu) - \operatorname{div}(\mu_0\mathbf{M}_3(\mu)),$$
$$\operatorname{div}(\varepsilon_0\mathbf{E}_3(\mu)) = q_3(\mu) + \eta_3(\mu) - \operatorname{div}\mathbf{P}_3(\mu),$$

где $\mathbf{E}_1^*$, $\mathbf{E}_2^*(r)$, $\mathbf{E}_3^*(\mu)$, $\mathbf{H}_1^*$, $\mathbf{H}_2^*(r)$, $\mathbf{H}_3^*(\mu)$ — эффективные значения локальных напряженностей электрического и магнитного поля в несущей, r- и μ-фазах, измеренных в системе отсчета, движущейся со скоростями $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2(r)$, $\mathbf{v}_3(\mu)$; ε_0, μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемость; $\boldsymbol{\psi}_1$, $\boldsymbol{\psi}_2(r)$, $\boldsymbol{\psi}_3(\mu)$, λ_1, $\lambda_2(r)$, $\lambda_3(\mu)$ — магнитные токи и заряды в каждой фазе соответственно; γ_1, $\gamma_2(r)$, $\gamma_3(\mu)$, η_1, $\eta_2(r)$, $\eta_3(\mu)$ — дополнительные электрические токи и заряды в каждой фазе; $\mathbf{i}_1$, $\mathbf{i}_2(r)$, $\mathbf{i}_3(\mu)$, q_1, $q_2(r)$, $q_3(\mu)$ — электрические токи и заряды в фазах; $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2(r)$, $\mathbf{P}_3(\mu)$, $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2(r)$, $\mathbf{M}_3(\mu)$ — векторы поляризации и намагниченности в фазах.

3. Введем вероятность $A(r, \mu, \xi)$ разрушения частицы r-фазы двумя мелющими телами ξ и μ-фазы при их столкновении и плотность распределения $B(r, \gamma, \mu, \xi)$ вероятности образования частицы r-фазы при разрушении частицы γ-фазы двумя мелющими телами ξ и μ-фазы при их столкновении.

Тогда уравнения сохранения массы несущей, r- и μ-фаз примут вид

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1\mathbf{v}_1) = 0; \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_3^0\mu f_3(\mu)\,d\mu\right] + \operatorname{div}\left[\rho_3^0\mu f_3(\mu)\,\mathbf{v}_3(\mu)\,d\mu\right] = 0; \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_2^0 r f_2(r)\,dr\right] + \operatorname{div}\left[\rho_2^0 r f_2(r)\,\mathbf{v}_2(r)\,dr\right] = \tag{3.3}$$
$$= -\left[\rho_2^0 r f_2(r)\,dr\right]\int_{R_1}^{R_2}\int_{\mu}^{R_2} A(r, \mu, \xi)\,d\xi\,d\mu + \int_r^R\int_{R_1}^{R_2}\int_{\mu}^{R_2} A(\gamma, \mu, \xi) B(r, \gamma, \mu, \xi) f_2(\gamma)\,d\xi\,d\gamma\,dr.$$

Первое слагаемое правой части (3.3) характеризует уменьшение массы r-фазы за счет разрушения частиц объемом r, а второе — увеличение r-фазы за счет образования частиц объемом r при разрушении частиц объемом γ. Уравнения сохранения импульсов фаз в дифференциальной форме имеют вид, аналогичный [1].

4. Запишем уравнения сохранения моментов импульсов фаз в форме

$$\rho_1 \frac{dJ_1\omega_1}{dt} = \operatorname{div} G_1 + I \times \tau_1 - \int_0^R \rho_2^0 r f_2(r) \mathbf{L}_{12} dr - \int_{R_1}^{R_2} \rho_3^0 \mu f_3(\mu) \mathbf{L}_{13} d\mu +$$

$$+ \int_{R_1}^{R_2}\int_{\mu}^{R_2} \rho_3^0 \mu K(\mu, \xi) f_3(\mu) f_3(\xi) J_3(\mu) [\omega_3(\mu) - \omega_3^*(\mu, \xi)] d\xi\, d\mu +$$

$$+ \int_0^R \int_{R_1}^{R_2}\int_{\mu}^{R_2} \rho_2^0 r f_2(r) A(r, \mu, \xi) J_2(r) \omega_2(r) d\xi\, d\mu\, dr -$$

$$- \int_0^R \rho_2^0 r \int_r^R \int_{R_1}^{R_2}\int_{\mu}^{R_2} A(\gamma, \mu, \xi) B(r, \gamma, \mu, \xi) f_2(\gamma) J_2(r) \omega_2'(r, \gamma, \mu, \xi) \times$$

$$\times d\mu\, d\gamma\, d\xi\, dr + \rho_1 \mathbf{p}_1 \times \mathbf{E}_1^* + \mu_0 \rho_1 \mathbf{m}_1 \times \mathbf{H}_1^*,$$

$$f_2(r) \frac{d\omega_2(r) J_2(r)}{dt} = f_2(r) \mathbf{L}_{12} - \frac{1}{\rho_2^0 r} \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{L}_{23}(r, \mu)\, d\mu +$$

$$+ \int_r^R \int_{R_1}^{R_2}\int_{\mu}^{R_2} A(\gamma, \mu, \xi) B(r, \gamma, \mu, \xi) f_2(\gamma) J_2(r) [\omega_2'(r, \gamma, \mu, \xi) - \omega_2(r)] d\xi\, d\mu\, d\gamma +$$

$$+ f_2(r) \mathbf{p}_2(r) \times \mathbf{E}_2^*(r) + \mu_0 f_2(r) \mathbf{m}_2(r) \times \mathbf{H}_2^*(r),$$

$$f_3(\mu) \frac{d\omega_3(\mu) J_3(\mu)}{dt} = f_3(\mu) \mathbf{L}_{13} + \frac{1}{\rho_3^0 \mu} \int_0^R \mathbf{L}_{23}(r, \mu)\, dr +$$

$$+ \int_{R_1}^{R_2} K(\mu, \xi) f_3(\mu) f_3(\xi) J_3(\mu) [\omega_3^*(\mu, \xi) - \omega_3(\mu)] d\xi +$$

$$+ f_3(\mu) \mathbf{p}_3(\mu) \times \mathbf{E}_3^*(\mu) + \mu_0 f_3(\mu) \mathbf{m}_3(\mu) \times \mathbf{H}_3^*(\mu).$$

Здесь J_1, $J_2(r)$, $J_3(\mu)$ — моменты инерции на единицу массы соответственно несущей, r- и μ-фаз; ω_1, $\omega_2(r)$, $\omega_3(\mu)$ — векторы скорости углового вращения несущей, r- и μ-фаз; $\omega_3^*(\mu, \xi)$ — вектор скорости углового вращения мелющего тела объемом μ после неупругого столкновения с мелющим телом объемом ξ; $\omega_2'(r, \gamma, \mu, \xi)$ — вектор скорости углового вращения частицы объемом r, образовавшейся при разрушении частицы объемом γ; $\mathbf{L}_{12}$, $\mathbf{L}_{13}$, $\mathbf{L}_{23}(r, \mu)$ — моменты взаимодействия на единицу массы между фазами; G_1 — тензор моментных напряжений в несущей фазе.

5. Примем гипотезу аддитивности основных термо- и электродинамических характеристик по массам фаз. Проводя рассуждения, аналогичные [1—3], получим дифференциальные уравнения для внутренних энергий фаз:

$$\rho_1 \frac{dU_1}{dt} = \int_0^R \rho_2^0 r f_2(r) q_{21}(r)\, dr + \int_{R_1}^{R_2} \rho_3^0 \mu f_3(\mu) q_{31}(\mu)\, d\mu - \operatorname{div} q_1 - p\rho_1 \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\rho_1^0}\right) +$$

$$+ \int_0^R \rho_2^0 r f_2(r) \mathbf{f}_{21} [\mathbf{v}_2(r) - \mathbf{v}_1]\, dr + \int_{R_1}^{R_2} \rho_3^0 \mu f_3(\mu) f_{31} [\mathbf{v}_3(\mu) - \mathbf{v}_1]\, d\mu +$$

$$+\int_0^R \rho_2^0 r f_2(r)\,\mathbf{L}_{12}[\omega_1-\omega_2(r)]\,dr+\int_{R_1}^{R_2}\rho_3^0\mu f_3(\mu)\,\mathbf{L}_{13}[\omega_1-\omega_3(\mu)]\,d\mu+$$

$$+\tau_1:\mathrm{Grad}\,\omega_1-\omega_1(I\times\tau_1)+$$

$$+\int_0^R\int_{R_1}^{R_2}\int_\mu^{R_2}\rho_2^0 r f_2(r)\,A(r,\mu,\xi)\left\{\frac{[\mathbf{v}_2(r)-\mathbf{v}_1]^2}{2}+\frac{J_2(r)\,[\omega_2(r)-\omega_1]^2}{2}\right\}d\xi\,d\mu\,dr+$$

$$+\int_{R_1}^{R_2}\int_\mu^{R_2}\rho_3^0\mu K(\mu,\xi)\,f_3(\mu)\,f_3(\xi)\left\{\frac{[\mathbf{v}_3(\mu)-\mathbf{v}_1]^2}{2}+\frac{J_3(\mu)\,[\omega_3(\mu)-\omega_1]^2}{2}\right\}d\xi\,d\mu+$$

$$+\mathbf{i}_1^*\mathbf{E}_1+\left(\rho_1\frac{d\mathbf{p}_1}{dt}-\omega_1\times\rho_1\mathbf{p}_1\right)\cdot\mathbf{E}_1^*+\left(\rho_1\frac{d\mu_0\mathbf{m}_1}{dt}-\omega_1\times\rho_1\mu_0\mathbf{m}_1\right)\cdot\mathbf{H}_1^*,$$

$$\rho_2^0 r f_2(r)\frac{dU_2(r)}{dt}=-\rho_2^0 r f_2(r)\,q_{21}(r)-\int_{R_1}^{R_2}q_{23}(r,\mu)\,d\mu+$$

$$+\int_0^R\int_{R_1}^{R_2}\int_\mu^{R_2}A(\gamma,\mu,\xi)\,B(r,\gamma,\mu,\xi)\,f_2(\gamma)\,[U_2(\gamma)-U_2(r)]\,d\xi\,d\mu\,d\gamma-$$

$$-p\rho_2^0 r f_2(r)\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\rho_2^0}\right)+\int_{R_1}^{R_2}f_{32}(r,\mu)\,[\mathbf{v}_3(\mu)-\mathbf{v}_2(r)]\,d\mu+$$

$$+\int_{R_1}^{R_2}\mathbf{L}_{23}(r,\mu)\,[\omega_2(r)-\omega_3(\mu)]\,d\mu+$$

$$+\rho_2^0 r\int_r^R\int_{R_1}^{R_2}\int_\mu^{R_2}A(\gamma,\mu,\xi)\,B(r,\gamma,\mu,\xi)\,f_2(\gamma)\left\{\frac{[\mathbf{v}_2'(r,\gamma,\mu,\xi)-\mathbf{v}_2(r)]^2}{2}-\right.$$

$$-\frac{[\mathbf{v}_2(r,\gamma,\mu,\xi)-\mathbf{v}_1]^2}{2}+\frac{J_2(r)\,[\omega_2'(r,\gamma,\mu,\xi)-\omega_2(r)]^2}{2}-$$

$$\left.-\frac{J_2(r)\,[\omega_2'(r,\gamma,\mu,\xi)-\omega_1]^2}{2}\right\}d\xi\,d\mu\,d\gamma+\int_{R_1}^{R_2}\int_\mu^{R_2}\rho_2^0 r f_2(r)\,A(r,\mu,\xi)\left\{\frac{\varkappa\varepsilon_0}{2\rho_2}[\mathbf{E}_1^2+\right.$$

$$+\mathbf{E}_2^2(r)+\mathbf{E}_3^2(\mu)]+\frac{\varkappa\mu_0}{2\rho_2}[\mathbf{H}_1^2+\mathbf{H}_2^2(r)+\mathbf{H}_3^2(\mu)]+\mu_0\mathbf{m}_2(r)\,\mathbf{H}_2^*(r)+$$

$$\left.+\mathbf{p}_2(r)\,\mathbf{E}_2^*(r)\right\}d\xi\,d\mu-\rho_2^0 r\int_r^R\int_{R_1}^{R_2}\int_\mu^{R_2}A(r,\mu,\xi)\,B(r,\gamma,\mu,\xi)\,f_2(\gamma)\left\{\frac{\varkappa\mu_0}{2\rho_2}[\mathbf{H}_1^2+\right.$$

$$+\mathbf{H}_2^2(r)+\mathbf{H}_3^2(\mu)]+\frac{\varkappa\varepsilon_0}{2\rho_2}[\mathbf{E}_1^2+\mathbf{E}_2^2(r)+\mathbf{E}_3^2(\mu)]+\mu_0\mathbf{m}_2(r)\,\mathbf{H}_2^*(r)+$$

$$\left.+\mathbf{p}_2(r)\,\mathbf{E}_2^*(r)\right\}d\xi\,d\mu\,d\gamma+\mathbf{i}_2^*(r)\,\mathbf{E}_2(r)+\left[\rho_2^0 r f_2(r)\frac{d\mathbf{p}_2(r)}{dt}-\right.$$

$$\left.-\omega_2(r)\times\rho_2^0 r f_2(r)\,\mathbf{p}_2(r)\right]\cdot\mathbf{E}_2^*(r)+\left[\rho_2^0 r f_2(r)\frac{d\mu_0\mathbf{m}_2(r)}{dt}-\right.$$

$$\left.-\omega_2(r)\times\rho_2^0 r f_2(r)\,\mu_0\mathbf{m}_2(r)\right]\cdot\mathbf{H}_2^*(r),$$

$$\rho_3^0\mu f_3(\mu)\frac{dU_3(\mu)}{dt}=-\rho_3^0\mu f_3(\mu)\,q_{31}(\mu)+\int_0^R q_{23}(r,\mu)\,dr-$$

$$
- p\rho_3^0 \mu f_3(\mu) \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\rho_3^0}\right) + \int_0^R \int_\mu^{R_2} \rho_2^0 r f_2(r) A(r, \mu, \xi) U_2(r)\, d\xi\, dr -
$$

$$
- \int_0^R \rho_2^0 r \int_r^R \int_\mu^{R_2} A(\gamma, \mu, \xi) B(r, \gamma, \mu, \xi) f_2(\gamma) U_2(\gamma)\, d\xi\, d\gamma\, dr +
$$

$$
+ \int_{R_1}^{R_2} \rho_3^0 \mu K(\mu, \xi) f_3(\mu) f_3(\xi) \left\{ \frac{[\mathbf{v}_3^*(\mu, \xi) - \mathbf{v}_1]^2}{2} - \frac{[\mathbf{v}_3^*(\mu, \xi) - \mathbf{v}_3(\mu)]^2}{2} + \right.
$$

$$
\left. + \frac{J_3(\mu)[\boldsymbol{\omega}_3^*(\mu, \xi) - \boldsymbol{\omega}_1]^2}{2} - \frac{J_3(\mu)[\boldsymbol{\omega}_3^*(\mu, \xi) - \boldsymbol{\omega}_3(\mu)]^2}{2} \right\} d\xi + \mathbf{i}_3^*(\mu)\, \mathbf{E}_3^*(\mu) +
$$

$$
+ \left[\rho_3^0 \mu f_3(\mu) \frac{d\mathbf{p}_3(\mu)}{dt} - \boldsymbol{\omega}_3(\mu) \times \rho_3^0 \mu f_3(\mu) \mathbf{p}_3(\mu) \right] \cdot \mathbf{E}_3^*(\mu) +
$$

$$
+ \left[\rho_3^0 \mu f_3(\mu) \frac{d\mu_0 \mathbf{m}_3(\mu)}{dt} - \boldsymbol{\omega}_3(\mu) \times \rho_3^0 \mu f_3(\mu) \mu_0 \mathbf{m}_3(\mu) \right] \mathbf{H}_3^*(\mu),
$$

где знак (:) — скалярное произведение двух тензоров; q_1 — внешний поток тепла на единицу объема смеси; $q_{21}(r)$, $q_{31}(\mu)$, $q_{23}(r, \mu)$ — удельные потоки тепла между фазами; $U_2(r)$, $U_2(\gamma)$ — внутренняя энергия частиц дисперсной фазы объемом r и γ.

Таким образом, получили математическое описание системы (несущая фаза, измельчаемые частицы, мелющие тела, ЭМП), которое описывает движение трехфазной, заряженной, поляризуемой и намагничиваемой смеси в ЭМП с учетом измельчения.

6. Из гипотезы аддитивности следует аддитивность энтропии смеси. Тогда, используя соотношения Гиббса, запишем выражение для субстанциональной производной энтропии смеси

$$
(6.1) \qquad \rho \frac{DS}{Dt} = \rho \frac{D_i S}{Dt} + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=i+1}^{3} \sigma_1(i, j) + \sigma_2 + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=i+1}^{3} \sigma_3(i, j) +
$$

$$
+ \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=i+1}^{3} \sigma_4(i, j) + \sigma_5 + \sigma_6 + \sigma_7 + \sum_{i=1}^{3} \sigma_8(i) + \sum_{i=1}^{3} \sigma_9(i) + \sigma_{10} + \sigma_{\text{p}} + \sigma_{\text{o}}.
$$

Последние два слагаемых в (6.1) характеризуют производство энтропии смеси за счет разрушения и образования частиц. Движущие силы разрушения частиц r-фазы и образования частиц r-фазы при разрушении частиц γ-фазы имеют вид

$$
(6.2) \qquad X_{\text{p}} = \rho_2^0 r \left[\frac{F_2(r)}{T_2(r)} - \frac{F_1}{T_1} \right] + \rho_2^0 r U_2(r) \left[\frac{1}{T_3(\mu)} - \frac{1}{T_2(r)} \right] +
$$

$$
+ \rho_2^0 r \left\{ \frac{[\mathbf{v}_2(r) - \mathbf{v}_1]^2}{2} + \frac{J_2(r)[\boldsymbol{\omega}_2(r) - \boldsymbol{\omega}_1]^2}{2} \right\} +
$$

$$
+ \left\{ \frac{\rho_2 r \varkappa \varepsilon_0}{2T_2(r)\rho_2} [\mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2(r) + \mathbf{E}_3^2(\mu)] + \frac{\rho_2^0 r \varkappa \mu_0}{2\rho_2 T_2(r)} [\mathbf{H}_1^2 + \mathbf{H}_2^2(r) + \mathbf{H}_3^2(\mu)] + \right.
$$

$$
\left. + \frac{\rho_2^0 r}{T_2(r)} [\mu_0 \mathbf{m}_2(r) \mathbf{H}_2^*(r) + \mathbf{p}_2(r) \mathbf{E}_2^*(r)] \right\};
$$

$$
(6.3) \qquad X_{\text{o}} = \rho_2^0 r \left\{ \left[\frac{F_2(\gamma)}{T_2(\gamma)} - \frac{F_1}{T_1} \right] + \left[\frac{F_2(r)}{T_2(r)} - \frac{F_2(\gamma)}{T_2(\gamma)} \right] + \right.
$$

$$
+ \rho_2^0 r U_2(\gamma) \left[\frac{1}{T_3(\mu)} - \frac{1}{T_2(r)} \right] + \rho_2^0 r \left\{ \frac{[\mathbf{v}_2'(r, \gamma, \mu, \xi) - \mathbf{v}_1]^2}{2T_2(r)} - \right.
$$

$$
- \frac{[\mathbf{v}_2'(r, \gamma, \mu, \xi) - \mathbf{v}_2(r)]^2}{2T_2(r)} + \frac{J_2(r)[\boldsymbol{\omega}_2'(r, \gamma, \mu, \xi) - \boldsymbol{\omega}_1]^2}{2T_2(r)} -
$$

$$- \frac{I_2(r)\left[\omega_2'(r,\gamma,\mu,\xi) - \omega_2(r)\right]^2}{2T_2(r)}\Bigg\} + \Bigg\{\frac{\rho_2^0 r\varkappa\varepsilon_0}{2\rho_2 T_2(r)}\left[\mathbf{E}_1^2 + \mathbf{E}_2^2(r) + \mathbf{E}_3^2(\mu)\right] +$$

$$+ \frac{\rho_2\varkappa\mu_0}{2\rho_2 T_2(r)}\left[\mathbf{H}_1^2 + \mathbf{H}_2^2(r) + \mathbf{H}_3^2(\mu)\right] + \frac{\rho_2^0 r}{T_2(r)}\left[\mu_0\mathbf{m}_2(r)\,\mathbf{H}_2^*(r) + \mathbf{p}_2(r)\,\mathbf{E}_2^*(r)\right]\Bigg\}.$$

Экспериментальные исследования [6, 7] показали зависимость процесса измельчения в ЭМП от прочности частиц дисперсной фазы, энергии мелющих тел и энергии электромагнитного поля, что согласуется со структурой полученных выражений (6.2), (6.3) для движущих сил.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кафаров В. В., Дорохов И. Н. и др.** Движение полидисперсной двухфазной смеси с учетом дробления включений // ТОХТ.— 1983.— Т. 17, № 3.
2. **Кафаров В. В., Дорохов И. И., Арутюнов С. Ю.** Системный анализ процессов химической технологии // Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов.— М.: Наука, 1985.
3. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
4. **Тэй К. Т.** К вопросу об электродинамике движущихся сред // ТИИЭР.— 1964.— Т. 52, № 3.
5. **Fano B. M., Chu L. T., Adler R. B.** Electromagnetic fields, energy and forces.— N. Y.: Wiley, 1960.— Selection A 1.5.1.
6. **Власов В. А., Котлярова Н. Б.** Оптимальные условия измельчения материалов в электромагнитном аппарате // Стекло и керамика.— 1984.— № 3.
7. **Абросимов В. А., Кузнецов Ю. Н. и др.** Новый метод диспергирования пигментных суспензий // Лакокрасочные материалы и их применение.— 1980.— № 4.

Поступила 6/V 1987 г.

УДК 620.172 : 620.171.3

О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЖЕСТКОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Б. И. Абашкин, И. Х. Забиров, Е. Ф. Крапивина, В. И. Семенов

(Москва)

Изучению влияния температуры на откольную прочность конструкционных материалов посвящен ряд работ. В связи с определенными техническими трудностями, возникающими при осуществлении интенсивного ударного нагружения и проведении необходимых измерений в условиях высоких температур, в [1] не учитывалось влияние температуры предварительного нагрева на вид уравнения состояния, а в [2] указывалось на незначительность снижения значений давлений и растягивающих напряжений за счет изменения свойств материалов при высоких температурах.

В данной работе приведена формула оценки динамической жесткости для материала по известному его коэффициенту теплового расширения и предложена экспериментальная методика получения этой зависимости для любого материала путем исследования откольного разрушения при соударении холодного и горячего образцов в газовой пушке, а также приведены результаты сопоставления расчетов и экспериментов для алюминиевого сплава АМг6.

При экспериментальном изучении температурной зависимости откольной прочности материалов по схеме высокоскоростного соударения ударника с горячей мишенью из рассматриваемого материала возникает необходимость определения слабо возрастающей функции температуры

$$f(T) = \frac{Z_0}{Z_T} = \frac{(1+3\alpha T)\,C_0}{(1+3\alpha T_0)\,C_T} \simeq (1+3\alpha\Delta T)\frac{C_0}{C_T} \simeq \frac{C_0}{C_T}, \tag{1}$$

где введены обозначения для динамической жесткости (импеданса) $Z = \rho C$, разности температур $\Delta T = T - T_0$, линейного коэффициента теплового расширения α, скорости плоской продольной упругой волны в материале $C = [E(1-\nu)/\rho(1+\nu)(1-2\nu)]^{1/2}$, ρ, E, ν — плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона, индексом нуль отмечены величины при температуре 20 °С.