

9. Ляпидевский В. Ю. О скорости пузырьковой детонации // ФГВ.—1990.—26, № 4.— С. 136—140.
10. Замараев Д. Н., Кедринский В. К., Мейдер Ч. Волны в химически активной пузырьковой среде // ПМТФ.—1990.—№ 2.— С. 20—27.
11. Kedrinski V., Mader Ch. // Proc. 16th Int. Symp. on Shock Tubes and Waves.—Weinheim, 1987.
12. Kedrinski V., Zamaraev F. // Proc. 17th Int. Symp. on Shock Tubes and Waves.—Bethlehem (USA), 1989.
13. Шаганов В. Ш., Вахитова Н. К. Волны в пузырьковой системе при наличии химических реакций в газовой фазе // Там же.—1989.—25, № 6.— С. 14—22.
14. Нигматулин Р. И. Основы динамики гетерогенных сред.—М.: Наука, 1978.—336 с.
15. Нигматулин Р. И., Шаганов В. Ш. // Изв. АН СССР. МЖГ.—1974.—№ 6.— С. 30—41.

г. Тюмень

Получила в редакцию 5/VII 1990,
после доработки — 8/V 1992

УДК 534.222.2

А. В. Аттетков, М. М. Бойко, Л. Н. Власова, В. С. Соловьев

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТБОРА ЭНЕРГИИ В ЗАДАЧЕ ЛАГРАНЖА

Рассмотрен метод решения задачи Лагранжа. Изучены газодинамические особенности течения продуктов взрыва, получены аналитические выражения для определяющих параметров задачи. Показано, что в исследуемой схеме взрывного метания правильное воспроизведение волновой конфигурации течения, реализуемой на стадии ускорения пластины, имеет определяющее значение при установлении ее оптимальных и предельных возможностей.

Важной характеристикой устройств взрывного метания является коэффициент отбора энергии взрывчатого вещества (ВВ) ϕ , равный отношению кинетической энергии метаемого тела $Mu_{\infty}^2/2$ к полной энергии mQ заряда ВВ (M и m — масса тела и заряда ВВ соответственно, Q — тепловой эффект химической реакции). Для класса одномерных (с плоскими волнами) газодинамических задач метания несжимаемых пластин продуктами взрыва обобщенный анализ зависимостей $u_{\infty}(M)$ и $\phi(M)$ при различных способах иницирования и режимах протекания детонационного процесса проведен в работах [1—4]. Рассмотрены схемы взрывного метания, когда одна из границ слоя ВВ — вакуум. Теоретические построения в [1—4] проводятся классическими методами газовой динамики политропного газа при показателе адиабаты $k=3$.

В [5, 6] рассмотрен метод получения аналитических решений одномерных изоэнтропических уравнений газовой динамики, основанный на использовании уравнения огибающей семейства прямолинейных ($u \pm c$)-характеристик. Полученные решения применяются в [7] для изучения газодинамических особенностей течения в задаче метания двух несжимаемых пластин продуктами взрыва.

В данной работе предложенный в [5, 6] метод используется для построения аналитического решения задачи Лагранжа [8].

В плоскости пространственно-временных переменных x, T волновая конфигурация течения показана на рис. 1 (линия 2—4—6—8—10 — траектория движения пластины). Начало координат совмещено с жесткой стенкой. В момент времени $T=0$ происходит мгновенная детонация слоя ВВ и начинается движение пластины. На рис. 1 I—III, V — области простых волн, IV, VI—XIV — области взаимодействия падающей и отраженной волн. Подчеркнем, что наличие простых волн III, V — отличительная особенность волновой конфигурации рассматриваемой задачи Лагранжа.

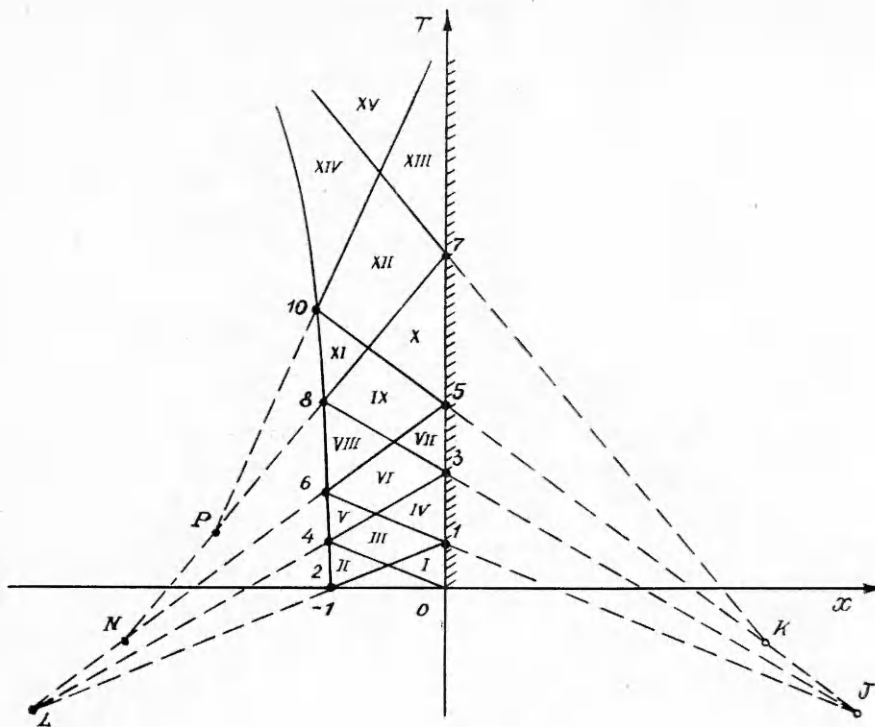


Рис. 1. Пространственно-временная диаграмма процесса.

Из анализа волновой конфигурации следует, что можно выделить две характерные стадии движения пластины, соответствующие двум различным типам решений: движение в областях простых волн, описываемых особым (римановским) решением (см. рис. 1, II, V), и движение в областях течения, описываемых общим решением одномерных изэнтропических уравнений газовой динамики (см. рис. 1, VIII, XI, XIV). Рассмотрим способы построения решений для каждой из перечисленных стадий движения пластины.

Анализ проводится в безразмерных переменных с использованием в качестве единиц толщины l слоя ВВ, скорости детонации Чепмена — Жуге, времени распространения волны детонации Чепмена — Жуге через слой ВВ толщиной l и массы слоя ВВ (на единицу площади). Соответствующие безразмерные переменные и параметры обозначим x , T , v , c , M . Нижние цифровые индексы $j = 2n$ ($n = 1, 2, \dots$) в дальнейшем, в соответствии с обозначениями рис. 1, определяют величины в точках, разграничивающих участки траектории движения пластины в различных областях течения продуктов взрыва; индексы $j = 2n - 1$ соответствуют значениям величин на жесткой стенке.

Движение в области простой волны. В области простой волны II решение задачи аналогично приведенному в работах [1—4, 7]. С учетом условия постоянства инварианта Римана $J_- = v - c$ имеем

$$\begin{aligned}
 x &= J \left\{ T - 2 \sqrt{6} M \left[\left(1 + \frac{T}{\sqrt{6} M} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\} - 1, \\
 v &= J_- \left[1 - \left(1 + \frac{T}{\sqrt{6} M} \right)^{-1/2} \right], \quad J_- = - \sqrt{\frac{3}{8}}, \\
 T_4 &= \frac{\sqrt{6}}{9M} (1 + 6M), \quad x_4 = J_- T_4, \\
 v_4 &= \frac{J_-}{1 + 3M}, \quad c_4 = - J_- \left(1 + \frac{1}{3M} \right)^{-1}.
 \end{aligned}$$

Нахождение закона и скорости движения пластины в области простой волны V сводится к решению краевой задачи

$$\frac{dv}{dT} = -\eta(v - J_-)^3, \quad \frac{dx}{dT} = v,$$

$$T = T_4 : v = v_4, \quad x = x_4,$$

откуда следует

$$x = J_- T + \frac{1}{\eta} [2\eta(T + \sqrt{6}M)]^{1/2} - (1 + 3M),$$

$$v = J_- + [2\eta(T + \sqrt{6}M)]^{-1/2},$$

$$T_6 = \eta(2 + 3M), \quad x_6 = x_J - J_+(T_6 - T_J),$$

$$v_6 = J_- + [2\eta(T_6 + \sqrt{6}M)]^{-1/2}, \quad c_6 = v_6 - J_-.$$

Здесь $\eta = 2\sqrt{6}/(9M)$, $J_+ = -J_-$; $x_J T_J$ — координаты центра отраженной от жесткой стенки волны разрежения (способ нахождения центра волны рассматривается ниже).

Движение в области взаимодействия волн. Конфигурация течения продуктов взрыва в области взаимодействия волн представляется в виде совокупности центрированных волн разрежения, центр каждой из которых находится вне анализируемой области течения [5, 6]. Для волновой конфигурации, представленной на рис. 1, закон и скорость движения пластины в каждой из областей течения определяются в виде

$$x = x_i + b_j(T - T_i) + \frac{1}{\eta c}, \quad v = \frac{x - x_i}{T - T_i} + c, \quad (1)$$

$$c = [a_j(T - T_i)^2 - 2\eta(T - T_i)]^{-1/2},$$

$$a_j = \frac{1}{c_j^2(T_j - T_i)^2} + \frac{2\eta}{T_j - T_i}, \quad b_j = \beta_j - \frac{1}{\eta c_j(T_j - T_i)}.$$

Запишем координаты центра отраженной от несжимаемой пластины волны разрежения:

$$x_k = x_i + 2\eta b_j/a_j, \quad T_k = T_i + 2\eta/a_j. \quad (2)$$

Здесь и далее нижние индексы i и k относятся соответственно к координатам центров падающей и отраженной волн разрежения; индексом j обозначены величины в точке пересечения первой характеристики $\beta = v - c$ рассматриваемого семейства с траекторией движения пластины.

Задача, таким образом, сводится к нахождению центров падающей и отраженной волн разрежения и координат точек пересечения граничных β -характеристик изучаемой области течения продуктов взрыва с траекторией движения пластины. При этом, если на стадии ускорения пластины реализуется волновая конфигурация с многократным отражением волн, координаты центра каждой из последующих волн, образуемых семейством β -характеристик, выражаются в виде

$$x_{i+1} = -x_k, \quad T_{i+1} = T_k. \quad (3)$$

Для изучаемой конфигурации течения продуктов взрыва решение задачи строится следующим образом. Последовательно используя соотношения (2), (3) и учитывая координаты центра отраженной волны разрежения, образующейся при взаимодействии простой волны с несжимаемой пластиной: $T_L = -\sqrt{6}M$, $x_L = \sqrt{6}MJ_- - 1$ [7], находим координаты центров волн разрежения областей VIII—XIV x , T -диаграммы:

$$x_J = -x_L, \quad T_J = T_L,$$

$$x_N = x_J + 2\eta b_8/a_8, \quad T_N = T_J + 2\eta/a_8,$$

$$x_K = -x_N, \quad T_K = T_N,$$

$$x_P = x_K + 2\eta b_{10}/a_{10}, \quad T_P = T_K + 2\eta/a_{10}.$$

Индекс j граничной точки траектории движения пластины	Область течения продуктов взрыва, где заканчивается набор скорости пластины (см. рис. 1)	Критическая масса пластины
6	VIII	1,005
8	XI	1,609
10	XIV	3,159
12	XVII	4,305
14	XX	6,775
16	XXIII	7,949

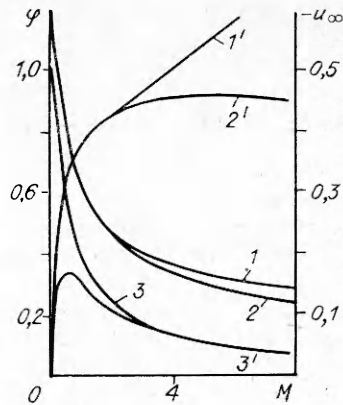


Рис. 2. Графики зависимости предельной скорости метания (1—3) и коэффициента отбора энергии (1'—3') от относительной массы пластины.

Используя решение (1), определяем параметры движения пластины в рассматриваемых областях течения продуктов взрыва: в области VIII (на участке 6—8 рис. 1 траектории движения пластины)

$$T_i = T_J, \quad x_i = x_J, \quad T_j = T_6, \quad a_j = a_6, \quad b_j = b_6, \quad c_j = c_6, \quad \beta_j = J_-,$$

$$T_8 = T_J + \frac{2\eta}{a_6 - \eta^2 (b_6 - \beta_8)^2}, \quad x_8 = x_J + \beta_8 (T_8 - T_J),$$

$$\beta_8 = -\frac{x_J}{T_3 - T_J}, \quad T_3 = T_L - \frac{x_L (T_4 - T_L)}{x_4 - x_L},$$

$$v_8 = \beta_8 + c_8, \quad c_8 = [a_6 (T_8 - T_J)^2 - 2\eta (T_8 - T_J)]^{-1/2},$$

в области XI (на участке 8—10 рис. 1)

$$T_i = T_J, \quad x_i = x_J, \quad T_j = T_8, \quad a_j = a_8, \quad b_j = b_8, \quad c_j = c_8, \quad \beta_j = \beta_8,$$

$$T_{10} = T_J + \frac{2\eta}{a_8 - \eta^2 (b_8 - \beta_{10})^2}, \quad x_{10} = x_J + \beta_{10} (T_{10} - T_J),$$

$$\beta_{10} = -\frac{x_J}{T_5 - T_J}, \quad T_5 = T_L - \frac{x_L (T_6 - T_L)}{x_6 - x_L},$$

$$v_{10} = \beta_{10} + c_{10}, \quad c_{10} = [a_8 (T_{10} - T_J)^2 - 2\eta (T_{10} - T_J)]^{-1/2}.$$

Построение решений в последующих областях течения проводится аналогичным образом.

Предельная скорость метания. Задача нахождения предельной скорости метания сводится к установлению той области течения, где пластина заканчивает набор скорости. Величина предельной скорости метания пластины и коэффициент отбора энергии определяются из выражений

$$v_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} v(T) = b_j + \sqrt{a_j}/\eta, \quad (4)$$

$$\varphi = 8Mu_\infty^2. \quad (5)$$

Влияние определяющего параметра задачи — относительной массы пластины M — на v_∞ и φ в (4), (5) неявно проявляется через коэффициенты a_j, b_j .

Результаты и их обсуждение. В таблице представлены результаты расчетов по определению индекса j граничной точки траектории движения пластины, а также соответствующие пространственно-временной диаграмме области течения продуктов взрыва, где заканчивается набор скорости пластины, и значения критической массы \bar{M}_* , характеризующие тип реализуемой на стадии ускорения пластины волновой конфигурации течения.

Критерияльным при установлении области течения продуктов взрыва, в котором пластина заканчивает набор скорости, является условие

$$v_{\infty} = \beta_i \quad (\beta_j < \beta_i \leq \beta_{j+1}),$$

где $v_{\infty} = \lim_{T \rightarrow -\infty} f(T)/T$ — угловой коэффициент наклонной асимптоты к траектории движения пластины $x = f(T)$, определяемой из решения системы (1); $\beta_i = (x_i - x_i)/(T_i - T_i)$ — уравнение β -характеристики рассматриваемого семейства с центром в точке с координатами x_i, T_i .

Графики зависимостей предельной скорости метания v_{∞} и коэффициента отбора энергии ϕ от относительной массы пластины M показаны на рис. 2 (2 — анализируемая схема взрывного метания, 3 — схема метания со свободной границей [1—4]). Отметим, что при наличии свободной границы движение пластины заканчивается в области V течения продуктов взрыва. Кривая 1 определяет значения предельной скорости метания v_{∞} в задаче Лагранжа, полученные в предположении, что набор скорости пластины заканчивается в области XI течения продуктов взрыва и имеет смысл при $M > 1,609$; при $M \leq 1,609$ предельная скорость метания достигается в области простой волны $VIII$ (см. рис. 1). Соответствующий график зависимости $\phi(M) = 8Mv_{\infty}^2$ иллюстрируется кривой 1'.

Исследования показывают, что использование различных предположений относительно реализуемой на стадии ускорения пластины конфигурации течения приводит к расхождению в значениях v_{∞} и ϕ в задаче Лагранжа (см. рис. 2, 1, 2). При этом следует подчеркнуть, что неправильное воспроизведение волновой конфигурации может привести не только к завышенному, но и физически ошибочному результату. Последний вывод непосредственно следует из анализа кривой 1' на рис. 2, где при $M \geq 4$ $\phi > 1$, что физически неверно.

Представленные результаты, таким образом, свидетельствуют о том, что правильное воспроизведение конфигурации течения продуктов взрыва имеет определяющее значение при установлении оптимальных и предельных возможностей анализируемой схемы взрывного метания. Аналогичный вывод следует и из анализа результатов исследований задачи Лагранжа в случае других схем инициирования детонационного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов А. Г., Карпенко Г. Я. О разгоне тонких пластин продуктами взрыва при различных способах инициирования ВВ // ФГВ.— 1980.— 16, № 2.— С. 84—89.
2. Кинеловский С. А. О метании плоского несжимаемого поршня продуктами детонации // ПМТФ.— 1982.— № 5.— С. 120—126.
3. Соловьев В. С., Андреев С. Г., Аттетков А. В. и др. Метание и нагружение пластин продуктами взрыва при реализации недосжатых детонационных режимов // ФГВ.— 1984.— 20, № 2.— С. 114—118.
4. Исправления к статье А. Г. Иванова, Г. Я. Карпенко // Там же.— 1981.— 17, № 1.— С. 156.
5. Аттетков А. В., Бойко М. М., Власова Л. Н. и др. Газодинамические особенности течений в задачах метания несжимаемых пластин продуктами взрыва // ПМТФ.— 1988.— № 6.— С. 51—56.
6. Аттетков А. В., Власова Л. Н., Соловьев В. С. Газодинамические особенности взаимодействия централизованной волны сжатия с несжимаемой пластиной // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1990.— № 4.— С. 166—168.
7. Аттетков А. В., Бойко М. М., Власова Л. Н. и др. Газодинамические особенности течений в задаче метания двух пластин продуктами взрыва // Там же.— 1991.— № 2.— С. 148—152.
8. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды.— М.: Наука, 1971.

г. Москва

Поступила в редакцию 19/VII 1991,
после доработки — 7/IV 1992