

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИМЕТИЛМЕТАКРИЛАТА

Л. А. Мержиевский, М. С. Воронин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, merzh@hydro.nsc.ru

Для описания поведения полиметилметакрилата  $(C_5O_2H_8)_n$  под действием нагрузки построена модель упруговязкого тела максвелловского типа, принципиальной особенностью которой является включение в определяющие соотношения времени релаксации касательных напряжений в форме непрерывной зависимости от параметров, характеризующих состояние среды. Аналитический вид зависимости выбран на основе учета микро- и мезоструктурных механизмов необратимого деформирования. Другой отличительной особенностью модели является уравнение состояния среды, включающее зависимость внутренней энергии от первого и второго инвариантов тензора деформаций. Такой подход позволяет получить единообразное математическое описание всех физических состояний полимеров. При верификации модели особое внимание уделено сравнению результатов расчетов и экспериментальных данных для температуры ударно-сжатого материала и затухания ударной волны при взаимодействии с догоняющей и боковыми волнами разрежения. Сравнение свидетельствует об адекватности описания ударно-волновых процессов в полиметилметакрилате с помощью построенной модели.

Ключевые слова: полиметилметакрилат, ударное сжатие, моделирование, максвелловский подход.

### ВВЕДЕНИЕ

В процессе деформирования под действием внешней нагрузки полимерные среды демонстрируют сложное поведение, связанное с особенностями их строения. Эти особенности проявляются в многообразии структурных механизмов деформирования, реализующихся на разных структурных уровнях. Для аморфных полимеров различают три физических состояния — стеклообразное, высокоэластическое и вязкотекучее [1]. Каждому из них соответствует свой набор микро-, мезо- и макроструктурных механизмов необратимого деформирования. При этом последовательно активируются механизмы деформирования, связанные не только с гибкостью макромолекул и конформационными переходами, но и с перемещениями и перестройками надмолекулярных образований. В квазистатических процессах переход из одного физического состояния в другое происходит при изменении температуры и сопровождается изменением микроскопических и макроскопических свойств.

При построении моделей динамического

деформирования полимеров используются разные подходы. Наиболее широкое распространение получили реологические модели, учитывающие ярко выраженный релаксационный характер поведения полимеров при деформировании [2]. В этом случае за основу принимаются канонические модели Максвелла [3] и Фойгта [4], а для согласования в количественном плане получаемых результатов с экспериментальными данными строятся модели, содержащие в качестве структурных элементов несколько последовательно и параллельно соединенных элементов упругости и вязкости [5]. Таким образом, формально в модель вводится несколько времен релаксации, каждое из которых соответствует определенному релаксационному механизму. По сути, это означает введение в модель дополнительных эмпирических постоянных (подгоночных констант).

При ударно-волновом нагружении, сопровождающемся возрастанием энтропии и температуры, релаксационные переходы и возможная деструкция полимеров проявляются в форме структурно-фазовых превращений, находящих свое отражение на виде ударной адиабаты [6] (см. рис. 3). При расчете движения ударной волны и ее взаимодействия с волнами разрежения неучитывание таких структурно-фазовых превращений приводит к неточности

Работа выполнена при поддержке интеграционного проекта СО РАН № 115.

описания процесса, в частности — к занижению темпа затухания. Это явно проявляется в случае сравнения расчетов по традиционным моделям процесса распространения и затухания ударных волн в полиметилметакрилате (ПММА), для которого расчетные значения давления на фронте затухающей волны могут в три раза превышать экспериментально определяемые [7]. Интерес к таким задачам связан с широким применением ПММА в конструкциях, подвергающихся интенсивным силовым и тепловым воздействиям. При исследовании ударно-волновых и детонационных процессов плексиглас зачастую применяется в качестве элементов экспериментальных сборок и эталонного материала с известной ударной адиабатой. В частности, его часто используют как инертную преграду при исследовании чувствительности взрывчатых веществ с помощью так называемого ГАП-теста [8]. В этой связи становится актуальным построение и апробация моделей, адекватно описывающих поведение ПММА в условиях ударно-волнового нагружения. Результаты ряда работ по построению таких моделей, в основном базирующихся на принципах нелинейной вязкоупругости, обобщены в [9]. Экспериментальной основой этих работ стали данные [10, 11]. Несколько иной подход использован в [12]: здесь результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными по ударной адиабате и распространению ударных импульсов [10].

В настоящей работе для описания поведения полиметилметакрилата  $(C_5O_2H_8)_n$  построена модель упруговязкого тела максвелловского типа, принципиально отличающаяся от других включением в определяющие соотношения времени релаксации касательных напряжений в форме непрерывной зависимости от параметров, характеризующих состояние среды. Аналитический вид зависимости выбран на основе учета микро- и мезоструктурных механизмов необратимого деформирования. Второй отличительной особенностью модели является уравнение состояния среды, включающее зависимость энергии от первого и второго инвариантов тензора деформаций. Такой подход позволяет получить единое математическое описание всех физических состояний полимеров. Подход апробирован на моделях деформирования поликристаллических сред, для которых он показал хорошие результаты в описании ударно-волновых

процессов [13].

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ

Используемая в работе форма полной системы уравнений модели упруговязкой среды максвелловского типа построена в [14]. Основные уравнения (движения и энергии) в дифференциальной форме в общем случае имеют вид:

$$\frac{du_i}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial r_j} = 0, \quad \frac{dE}{dt} - \frac{\sigma_{ij}}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial r_j} = 0.$$

К ним добавлены уравнения, описывающие эволюцию компонентов тензора эффективных упругих деформаций. В случае, когда в качестве меры эффективных деформаций выбран метрический тензор  $G = \|g_{ij}\|$ , эволюционные уравнения записываются в виде

$$\frac{dG}{dt} + GW + W_0G + \frac{1}{\tau} \left( G + \frac{3\rho}{2R} I \right) = 0.$$

Здесь  $g_{ij}$  — компоненты метрического тензора эффективных упругих деформаций,

$$W = \left\| \frac{\partial u_i}{\partial r_j} \right\|, \quad W_0 = \left\| \frac{\partial u_j}{\partial r_i} \right\|, \quad R = \frac{\partial \rho}{\partial g_{kk}},$$

$\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений,  $u_i$  — компоненты вектора скорости,  $\rho_0, \rho$  — начальная и текущая плотность,  $E$  — удельная упругая энергия,  $\tau$  — время релаксации касательных напряжений,  $t$  — время,  $r_j$  — пространственные координаты,  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $I$  — единичный тензор,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_k \frac{\partial}{\partial r_k},$$

$$\rho = \rho_0 \sqrt{\det G}, \quad \sigma_{ij} = -2\rho g_{ik} \frac{\partial E}{\partial g_{ki}}.$$

Выбор метрического тензора в качестве меры конечных деформаций не является принципиальным, возможна формулировка эволюционных уравнений и для других тензоров конечных деформаций. В данном случае уравнение неразрывности (закон сохранения массы) является следствием приведенных уравнений. Система замыкается уравнением, связывающим изменение удельной внутренней энергии  $E$  с компонентами нешарового тензора деформаций и энтропией  $S$ :

$$E = E(g_{ij}, S),$$

и зависимость для времени релаксации касательных напряжений

$$\tau = \tau(g_{ij}, S),$$

с помощью которой учитываются микроструктурные механизмы необратимого деформирования. Для рассматриваемой модели эти уравнения можно считать уравнениями состояния среды, включающими учет диссипации энергии за счет работы на сдвиговых деформациях и отражающими кинетику установления термодинамически равновесного состояния в процессе деформирования.

В используемом далее одномерном случае система имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho r^\nu)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u r^\nu)}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial(\rho u r^\nu)}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho u^2 - \sigma_1)r^\nu]}{\partial r} + \nu r^{\nu-1}\sigma_2 &= 0; \\ \frac{\partial[\rho(E + u^2/2)r^\nu]}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho u(E + u^2/2) - \sigma_1 u)r^\nu]}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial h_2}{\partial t} + u \frac{\partial h_2}{\partial r} - \frac{\nu(3-\nu)u}{2} \frac{u}{r} &= -\frac{d_2}{\tau}; \quad d_i = h_i - q; \\ \frac{\partial h_3}{\partial t} + u \frac{\partial h_3}{\partial r} - \frac{\nu(\nu-1)u}{2} \frac{u}{r} &= -\frac{d_3}{\tau}; \quad (1) \\ q &= \frac{1}{3}(h_1 + h_2 + h_3); \\ \sigma_i &= \rho \frac{\partial E}{\partial h_i}; \quad T = \frac{\partial E}{\partial S}; \quad E = E(\delta, \Delta, S); \\ \tau &= \tau(\delta, \Delta, S); \quad \delta = \frac{\rho}{\rho_0} = \exp(-h_1 - h_2 - h_3); \\ \Delta &= \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2). \end{aligned}$$

Здесь  $\nu$  — показатель симметрии ( $\nu = 0$  — плоский,  $\nu = 1$  — цилиндрический,  $\nu = 2$  — сферический случай),  $u$  — скорость,  $h_i$  — логарифм относительного удлинения элемента среды вдоль главных осей (компонента тензора деформаций Генки),  $h_i = \ln(k_i)$ , где  $k_i$  — коэффициент сжатия/растяжения элемента среды вдоль координатных осей,  $T$  — температура,  $\delta$ ,  $\Delta$  — первый и второй инварианты тензора деформаций. Уравнения записаны в главных осях тензоров напряжения и деформаций (в данном случае они совпадают).

## УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Для описания ударно-волновых и высокотемпературных процессов в широком диапазоне термодинамических параметров в кристаллических и поликристаллических средах наибольшее распространение получили уравнения состояния на основе подхода Ми — Грюнайзена [15, 16]. Согласно этому полуэмпирическому подходу какой-либо термодинамический потенциал (например, внутренняя или свободная энергия) представляется в виде суммы холодной (упругой) составляющей, соответствующей сжатию вещества при 0 К, и тепловых членов, определяемых термическим возбуждением. Основной гипотезой при таком построении является предположение о том, что атомы среды совершают малые колебания относительно положения равновесия и их можно рассматривать как систему гармонических осцилляторов. Тепловые составляющие, в свою очередь, представляются в виде суммы слагаемых, отражающих вклад теплового движения атомов или молекул кристаллической решетки и термически возбужденных электронов. Конкретный вид отдельных слагаемых зависит от степени общности строящегося уравнения. При относительно невысоких температурах уравнения состояния содержат две неизвестные функции  $P_x(V)$  и  $\gamma(V)$  (упругая составляющая давления и коэффициент Грюнайзена), связанные дифференциальным уравнением [15, 16]. На практике эти функции строятся независимо на основе общетеоретических представлений и конкретизируются с использованием экспериментальных данных, обычно — ударных адиабат. С ростом температуры тепловые колебания атомов становятся ангармоничными, что требует соответствующего учета в уравнениях состояния [17].

Хорошие результаты в описании экспериментальных данных и реальных процессов в поликристаллических телах, полученные с использованием данного подхода, стали основанием для его распространения и на аморфные среды. При этом возник ряд дополнительных особенностей, связанных со строением аморфных полимерных сред. Необходимо учитывать наличие двух основных типов связей и, соответственно, двух типов колебаний, вносящих вклад в тепловую составляющую термодинамического потенциала. В соответствии с этим вводятся два параметра (коэффициента) Грюнайзена [18] — термодинамический, соответ-

ствующий внутрицепным колебаниям, и решеточный, отражающий вклад межцепных колебаний. При записи полуэмпирических уравнений состояния строятся единые зависимости, включающие оба вклада, что обеспечивается соответствующим выбором коэффициентов [17, 19, 20].

Используя принципы, сформулированные в [15], и ограничиваясь диапазоном давлений до  $\approx 100$  ГПа, представим свободную энергию в виде

$$F = F_x + F_d + F_T + F_e,$$

где  $F_x$ ,  $F_d$ ,  $F_T$ ,  $F_e$  — упругая (холодная), девиаторная, тепловая и электронная составляющие соответственно. Обычно упругая составляющая выбирается в форме потенциала взаимодействия или эмпирического соотношения, верифицируемого по экспериментальным данным. В рассматриваемом случае использовалась зависимость вида

$$F_x(\delta) = V_0 \left( \frac{a\delta^{m-1}}{m-1} + \frac{b\delta^{n-1}}{n-1} \right) - F_{x0}, \quad \delta = \frac{\rho}{\rho_0},$$

из которой следует

$$P_x(\delta) = a\delta^m + b\delta^n - P_{x0}.$$

Здесь  $a$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $F_{x0}$ ,  $P_{x0}$  — постоянные, значения которых определяются по методике, аналогичной изложенной в [19], с использованием данных, аккумулированных в [21]. Девиаторное слагаемое выбрано в форме линейной зависимости от  $\Delta$ , оправдавшей себя при построении аналогичных уравнений состояний поликристаллических сред [22]

$$F_d(\delta, \Delta) = K(\delta)\Delta, \quad K(\delta) = 2c_l^2\delta\xi_0,$$

где  $c_l$  — поперечная скорость звука,  $\xi_0$  — константа.

При построении зависимости для тепловой составляющей необходимо учесть, что в колебательных спектрах полимеров выделяют ту часть спектрального распределения, которая соответствует колебательным модам цепей (акустическая ветвь), и ту, которая соответствует модам звеньев и его элементов (оптическая ветвь). Наибольшую трудность представляют анализ и определение всех колебательных мод оптической ветви, поскольку в полимерах

со сложным звеном их число может быть весьма большим. Возможно упрощенное феноменологическое описание, принципы которого, изложенные в [23], были использованы при построении зависимости для  $F_T$ .

Окончательная формулировка теплового слагаемого предлагаемого нами уравнения состояния, а также некоторые его следствия имеют вид

$$F_T(\delta, T) = R_m T \sum_{i=1}^3 N_i \ln(1 - \exp(-x_i)),$$

$$x_i = \frac{\theta_i(\delta)}{T}, \quad \theta_i = \theta_{0i} \delta^{\gamma_{0i}},$$

откуда следует

$$E_T(\delta, T) = R_m \sum_{i=1}^3 \frac{N_i \theta_i}{\exp x_i - 1} = \sum_{i=1}^3 E_i^T,$$

$$P_T(\delta, T) = \rho_0 \delta \left( \sum_{i=1}^3 \gamma_{0i} E_i^T \right),$$

$$S_T(\delta, T) =$$

$$= R_m \sum_{i=1}^3 N_i \left( \frac{x_i}{\exp x_i - 1} - \ln(1 - \exp(-x_i)) \right),$$

где  $R_m$  — универсальная газовая постоянная, деленная на молярную массу,  $\theta_{0i}$  — характеристические температуры, определяемые экспериментально,  $\gamma_{0i}$  имеют смысл аналогов коэффициента Грюнайзена для соответствующих колебательных мод,  $N_i$  — интерполяционные константы, удовлетворяющие условию  $\sum N_i = N$ ,  $N$  — полное число колебательных мод.

Электронная составляющая аппроксимирована традиционным соотношением

$$E_e(\delta, T) = \frac{1}{2} \beta(\delta) T^2, \quad \beta(\delta) = \beta_0 \delta^{-\Gamma_e}.$$

Параметры в зависимостях выбирали из условия наилучшего описания всей совокупности доступных экспериментальных данных, большая часть которых содержится в [6, 19–21]. Ниже приведены найденные значения параметров в уравнении состояния, с использованием которых выполнены описываемые далее расчеты:

$$\rho_0 = 1.2 \text{ г/см}^3, \quad a = -38.32, \quad b = 38.16, \\ m = 2.67, \quad n = 2.88, \quad c_l = 1.4, \quad \xi_0 = 3,$$

$$R_m = \frac{R}{\mu} = \frac{8.3144 \cdot 10^{-3}}{100.1164} \text{ кДж}/(\text{г} \cdot \text{К}), \gamma_1 = 0.1, \\ \gamma_2 = 1.70, \gamma_3 = 0.6, N_1 = 12.10, N_2 = 12.65, \\ N_3 = 20.23, \theta_1 = 3.72 \cdot 10^3 \text{ К}, \theta_2 = 2.83 \cdot 10^2 \text{ К}, \\ \theta_3 = 1.42 \cdot 10^3 \text{ К}, \beta_0 = 0.9 \cdot 10^6 \text{ кДж}/(\text{г} \cdot \text{К}), \\ \Gamma_e = 2/3.$$

### ЗАВИСИМОСТЬ ДЛЯ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Принципиальное значение для адекватного описания реальных свойств полимерных материалов имеет учет релаксационных процессов, происходящих при внешних воздействиях [1, 2]. В построенной модели это осуществляется через зависимость времени релаксации касательных напряжений от параметров, характеризующих состояние среды. Происходящие при механических воздействиях релаксационные переходы связаны с различными формами теплового движения структурных элементов полимера, характеризующимися своим спектром времен релаксации. Как всякий термофлуктуационный процесс, релаксация характеризуется энергией активации  $E_i^a$ , а для соответствующего времени  $\tau_i$  можно использовать формулу Больцмана — Аррениуса

$$\tau_i = \tau_{0i} \exp \frac{E_i^a}{kT},$$

где  $\tau_{0i}$  — характерное время релаксационного перехода. Полное время релаксации можно представить в виде суммы слагаемых, соответствующих механизмам релаксации на разных структурных уровнях:

$$\tau = \sum_i \tau_i = \sum_i \tau_{0i} \exp \frac{E_i^a}{kT}.$$

При нагружении полимера возникающие напряжения изменяют энергию активации, понижая потенциальный барьер релаксационного перехода. Учет этого обстоятельства приводит к соотношению

$$\tau = \sum_i \tau_{0i} \exp \frac{E_i^a - \alpha_{0i} \sigma_{int}}{kT},$$

где  $\sigma_{int}$  — интенсивность касательных напряжений,  $\alpha_{0i}$  — эффективный активационный объем, трактуемый как объем активированного структурного элемента [18]. В общем случае  $\alpha_{0i}$  можно рассматривать как функцию температуры и скорости деформации,  $E_i^a$  является

более сложной функцией характеристик процесса. Анализ основных релаксационных механизмов [24–26] и предварительные расчеты показали, что в формуле для  $\tau$  достаточно ограничиться двумя слагаемыми.

Значения энергии активации выделенных механизмов приведены в [26]. Для конкретизации других параметров зависимости была использована методика, разработанная и апробированная ранее для поликристаллических сред [27]. В ее основе лежит решение задачи о деформировании тонкого стержня, результатом которого является диаграмма деформирования данного материала. Полученное решение (диаграмма) зависит от параметров в формуле для времени релаксации. Сравнивая расчетные диаграммы или их элементы с экспериментальными (например, минимизируя функционал среднеквадратичных отклонений характерных величин), можно отыскивать значения входящих в зависимость параметров. Главная из возникающих проблем заключается в малом количестве известных экспериментальных диаграмм полимеров, в том числе и ПММА, полученных при высоких скоростях деформирования, соответствующих условиям ударно-волнового нагружения. Положение осложняется тем, что при нагружении со скоростями деформирования выше  $10^3 \text{ с}^{-1}$  происходит разрушение образца на участке упругого деформирования (метод разрезного стержня Гопкинсона) [28], так что в экспериментах удается зарегистрировать лишь небольшой такой участок. В силу этого параметры зависимости для времени релаксации приходится дополнительно корректировать при расчете ударной адиабаты ПММА.

### РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Расчет диаграмм деформирования.** Рассчитанные с выбранными значениями параметров зависимости для времени релаксации диаграммы деформирования представлены на рис. 1, 2 в сравнении с экспериментальными данными [5, 29]. К сожалению, в экспериментах диапазон скоростей деформирования ограничен величиной  $\approx 10^3 \text{ с}^{-1}$ . Приведенные далее результаты решения задач ударно-волнового деформирования свидетельствуют о применимости построенной зависимости и в этом случае.

**Ударная адиабата и адиабата разрежения.** Основной характеристикой поведения материала при ударно-волновом нагружении является

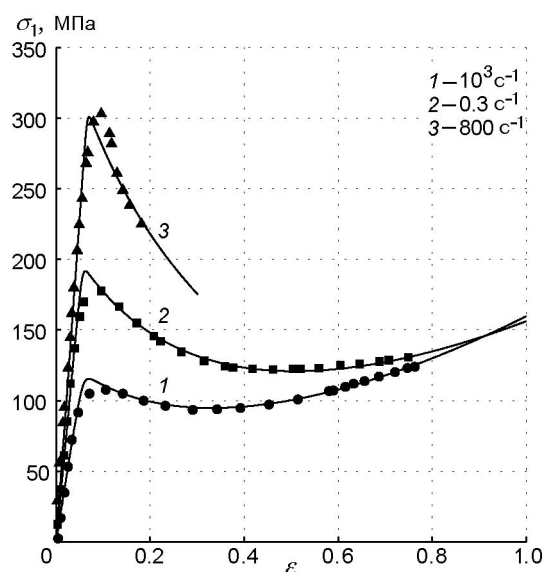


Рис. 1. Диаграммы деформирования ПММА: сплошные линии — расчет, точки — эксперимент [5]

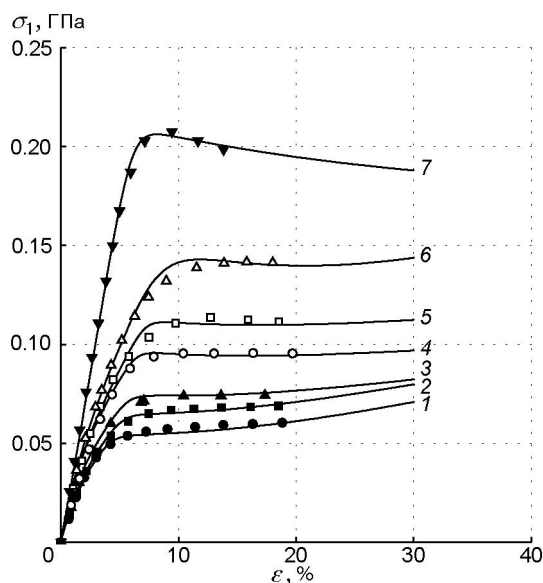


Рис. 2. Диаграммы деформирования ПММА: сплошные линии — расчет, точки — эксперимент [29]; 1–7 — скорости деформаций  $2 \cdot 10^{-4}$ ,  $2 \cdot 10^{-3}$ ,  $2 \cdot 10^{-2}$ ,  $2 \cdot 10^{-1}$ , 3, 45,  $760 \text{ c}^{-1}$  соответственно

ся ударная адиабата. На рис. 3 в координатах «массовая скорость  $U$  — скорость ударной волны  $D$ » нанесены экспериментальные точки ударной адиабаты (данные [6, 19, 21, 30]) и приведены результаты расчета. Расчет включал как вычисление параметров ударно-

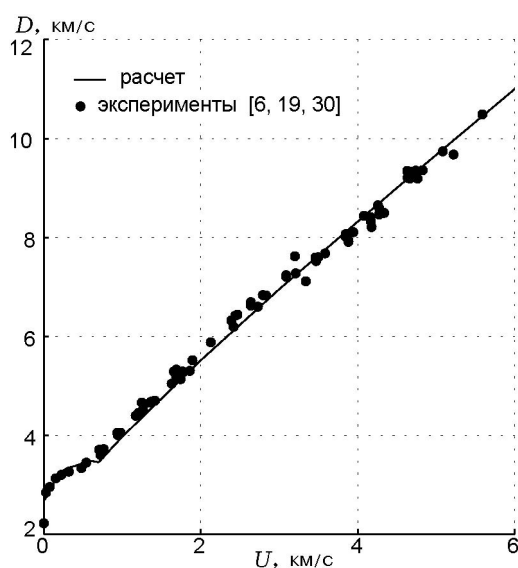


Рис. 3. Ударная адиабата

го сжатия по построенному уравнению состояния, так и прямой численный расчет распространения плоской стационарной ударной волны в полупространстве по сформулированной модели. Одной из целей прямого моделирования была проверка корректности использованной численной методики. Результаты расчетов практически совпадают. Как следует из рисунка, ударная адиабата в координатах ( $D-U$ ) может быть представлена в форме трех, как минимум, линейных зависимостей, соответствующих возрастанию амплитуды ударной волны. Это является следствием обсуждавшихся выше структурных переходов. Построенная модель, таким образом, отражает присущие ПММА особенности поведения, связанные с эволюцией микроструктурных механизмов.

На рис. 4 в координатах ( $\sigma_1-U$ ) показаны ударная адиабата и адиабаты разгрузки из некоторых состояний на ударной адиабате, а также экспериментальные данные [6, 19, 21, 30] и адиабаты разгрузки, построенные по уравнению состояния [19, 21].

Одним из наиболее сложных для описания параметров ударного сжатия является температура ударно-сжатого вещества. Первые измерения температуры ПММА за фронтом ударной волны проведены в [31]. Полученные там данные отличаются от результатов последующих измерений [32]. Сравнение экспериментальных данных с вычисляемыми по уравнению состояния — один из важнейших тестов для строящихся уравнений. Такое сравне-

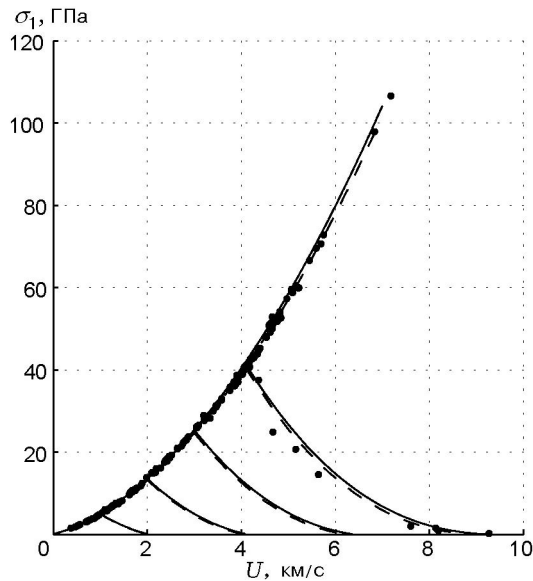


Рис. 4. Ударная адиабата и адиабаты разгрузки:

сплошные линии — расчет, точки — экспериментальные данные [6, 19, 21, 30], штриховые линии — адиабаты разгрузки, построенные по уравнению состояния [19, 21]

ние иллюстрирует рис. 5. Значительный разброс экспериментальных данных [31–33] свидетельствует, в первую очередь, о том, что проблема корректного измерения температуры ударно-сжатых материалов еще не решена. Этим объясняется различие значений измеренных температур и, как следствие этого, различие результатов расчетов температуры по разным уравнениям состояния, демонстрируемое на рис. 5. Результаты расчетов по нашему уравнению состояния занимают промежуточное положение и в точности соответствуют экспериментальным данным для диапазона умеренных амплитуд ударных волн.

#### Распространение стационарных ударных волн.

Существенную информацию о поведении среды несут профили фронтов стационарных ударных волн. На рис. 6 приведены рассчитанные профили распространяющихся стационарных ударных волн трех амплитуд, величина которых выбрана так, чтобы состояние за фронтом оказывалось стеклообразным, высокоэластическим и вязкотекучим (соответственно линии 1–3 на рис. 6). Решалась начально-краевая задача с заданной постоянной скоростью на одной из границ в плоской одномерной постановке. В первом случае структура фронта удар-

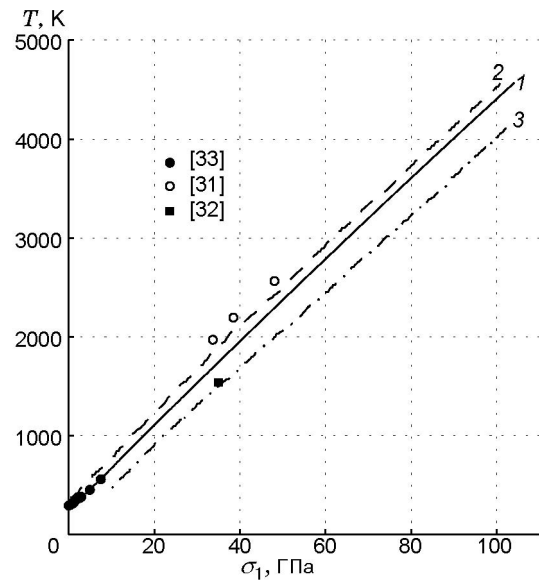


Рис. 5. Температура в зависимости от амплитуды ударной волны:

1 — расчет по уравнению состояния, построенному в данной работе, 2, 3 — расчет по уравнениям состояния [20, 30], точки — эксперимент

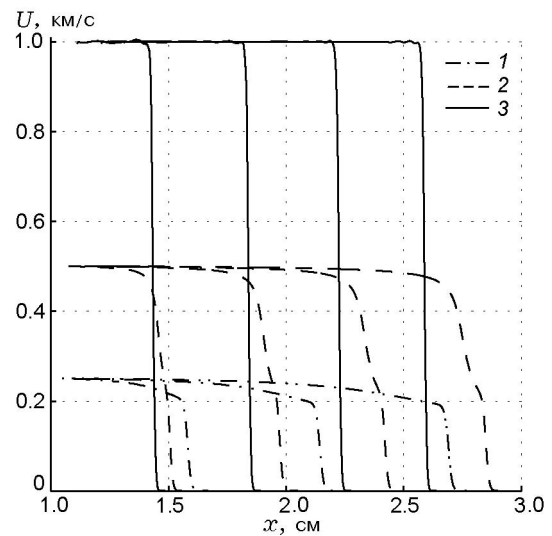


Рис. 6. Профили стационарных ударных волн

ной волны состоит из резкого скачка (упругого) и последующего релаксационного участка, переводящего материал в окончательное состояние за фронтом. Во втором наблюдается двухволновая конфигурация, при которой фронт распадается на упругий предвестник и пластическую волну, в третьем происходит скачкообразный переход в конечное состояние. В этом случае релаксационные процессы успева-

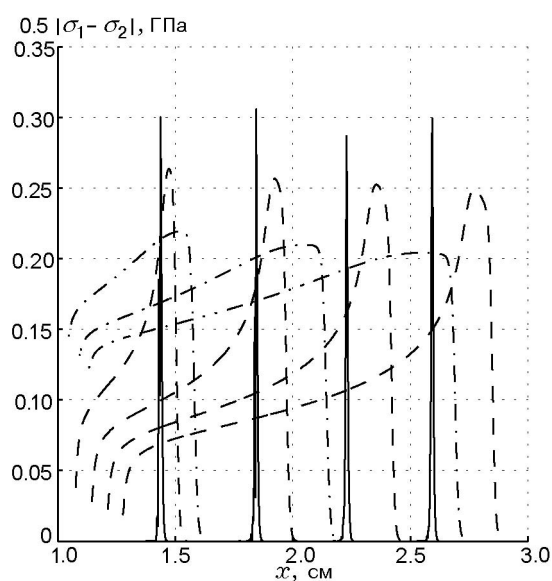


Рис. 7. Изменение касательного напряжения во фронте ударной волны

ют проходить во фронте ударной волны. Сказанное подтверждает рис. 7, где показана эволюция касательных напряжений в каждой из ударных волн.

**Соударение пластин.** В экспериментальных исследованиях ударная волна в исследуемом образце чаще всего создается с помощью удара пластины, разогнанной до высокой скорости. Для независимой проверки применимости построенной модели в расчетах ударно-волновых процессов были решены задачи, воспроизводившие экспериментальные постановки [10, 11] по изучению ударно-волновых процессов в полиметилметакрилате. В первом случае моделировался удар плексигласового ударника (пластины) по плексигласовой мишени. В экспериментах с помощью лазерного интерферометра записывалась зависимость массовой скорости от времени на контактной границе между мишенью и плексигласовым окном, выделенной с помощью напыления тонкого слоя алюминия. Проведено сравнение полученных профилей ударных импульсов трех различных амплитуд на фиксированном расстоянии от поверхности соударения с рассчитанными (рис. 8). Расчет адекватно воспроизводит все особенности экспериментальных профилей. Во втором случае исследовалась эволюция волны сжатия с заданным фронтом, форма которого показана на врезке рис. 9. Для создания волны использовался ударник из кварцевого стек-

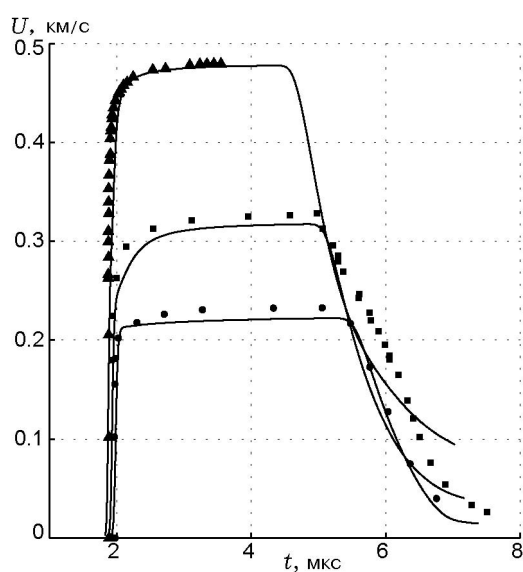


Рис. 8. Расчетные (линии) и экспериментальные [10] (точки) профили распространяющихся ударных импульсов

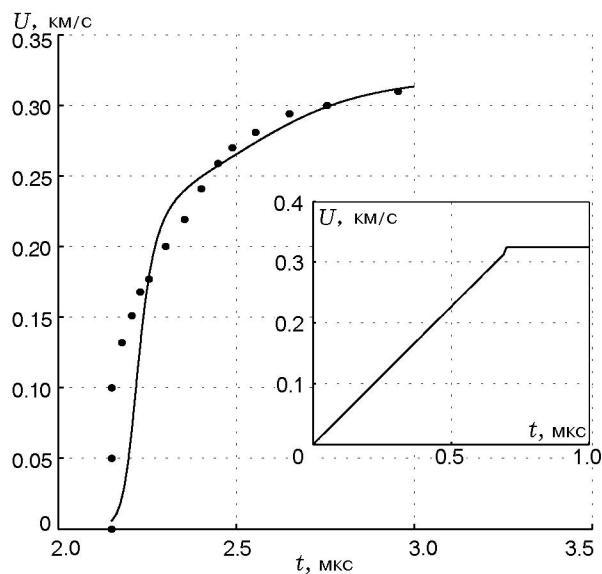


Рис. 9. Эволюция фронта волны сжатия: линия — расчет, точки — экспериментальные данные [10]

ла. В расчете вводимый в образец импульс задавался в качестве граничного условия. Это не влияло на форму фронта импульса, поскольку его эволюция отслеживалась в условиях, когда сигнал от контактной границы образец — ударник не достигал фронта волны. Сравнение экспериментально зафиксированной и рассчитанной формы фронта волны на расстоянии



6.35 мм от поверхности соударения (см. рис. 9) показало некоторые незначительные отличия расчета от эксперимента, которые можно объяснить различием марок полиметилметакрилата, использованного в этих экспериментах и экспериментах по получению диаграмм деформирования, на которых базировалось построение зависимости для времени релаксации.

**Затухание ударной волны.** Задача о затухании ударной волны при взаимодействии с догоняющей волной разрежения представляет особый интерес с точки зрения проверки применимости моделей для описания ударно-волновых процессов. Как показали исследования [7, 34], многие модели, используемые для описания ударно-волновых процессов, в действительности неверно передают характер затухания амплитуды ударных волн при взаимодействии с догоняющей волной разрежения. Это означает, что применение таких моделей для решения задач ударно-волнового деформирования может привести к существенным количественным и качественным отличиям конечных результатов от наблюдающихся на практике (в экспериментах).

Одним из факторов, влияющих на темп затухания, является геометрия процесса (плоская, цилиндрическая, сферическая). Сказанное иллюстрирует рис. 10, где приведены результаты расчета затухания для всех перечисленных типов симметрии, полученные при эквивалентных начальных данных. Естественно, основой для проверки адекватности модели являются соответствующие экспериментальные данные. В доступной литературе отсутствуют сведения об экспериментах по исследованию затухания волн, созданных ударом пластин. В [35, 36] исследовалось затухание ударной волны в ПММА, вызванной подрывом на поверхности плексигласового цилиндра заряда взрывчатого вещества, диаметр которого меньше диаметра образца. Данные этих экспериментов приведены на рис. 11 для сравнения с результатами расчета. Здесь в качестве граничных условий задавалась скорость движения контактной поверхности в зависимости от времени, начальное значение которой определялось из решения задачи о распаде разрыва между продуктами детонации и образца. Полагалось, что скорость убывает в соответствии с изоэнтропой продуктов детонации. Результаты расчета в плоском случае начиная с расстояния  $\approx 3$  см существенно отклоняются от экспериментальных точек

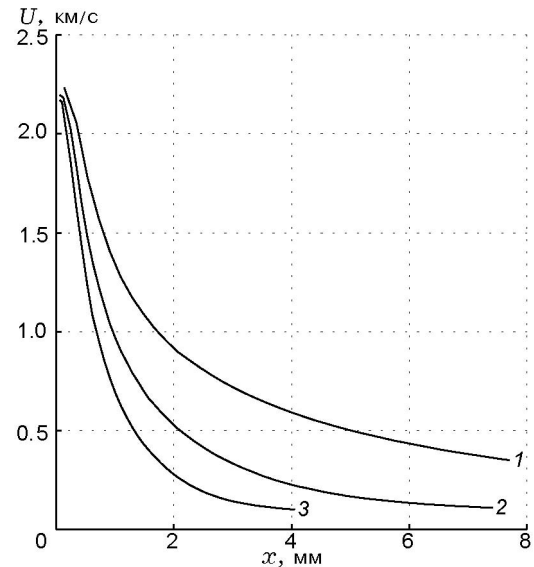


Рис. 10. Затухание ударной волны при плоской (1), цилиндрической (2), сферической (3) симметрии задачи

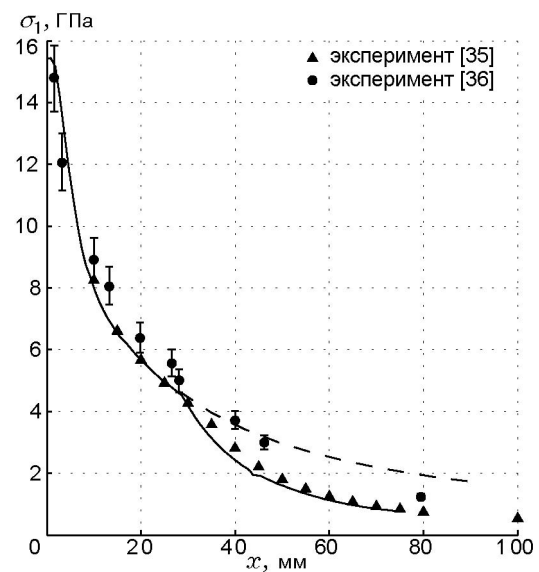


Рис. 11. Затухание ударной волны

из [35] (штриховая линия на рис. 11), но хорошо согласуются с данными [36]. Простая оценка с использованием скорости звука в сжатом веществе при размерах заряда ВВ, использованного в [35], показывает, что приблизительно на этом расстоянии происходит смыкание боковых волн разрежения на оси симметрии. Естественно предположить, что в этот момент меняется тип симметрии задачи и затухание происходит уже как в случае со сферической сим-

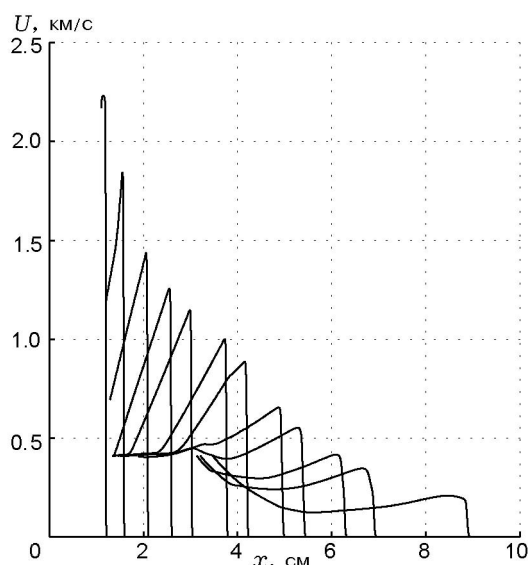


Рис. 12. Профили затухающей ударной волны в моменты времени 0.333, 1, 2.06, 3.12, 4.12, 5.93, 7.04, 9.11, 10.4, 13.1, 15.5, 21.3 мкс

метрий. Соответствующее изменение в расчете дает сплошную кривую, достаточно близкую к данным эксперимента. Так как в [36] использовались заряды большего диаметра, процесс описывается в рамках плоского приближения. Трансформация распространяющегося по образцу импульса в первом случае показана на рис. 12.

## ВЫВОДЫ

В работе сформулирована модель динамического деформирования полиметилметакрилата, базирующаяся на максвелловских воззрениях о механизмах необратимого деформирования сплошных сред. При построении необходимых для замыкания модели уравнения состояния и зависимости для времени релаксации касательных напряжений учтены особенности и многообразие взаимодействий внутри молекулярных цепей и между образующими полимер цепями. Для конкретизации замыкающих соотношений использованы экспериментальные данные о диаграммах динамического деформирования и об ударной адиабате ПММА. Проведено тщательное сравнение результатов расчетов по сформулированной модели с соответствующими экспериментальными данными. Расчеты корректно воспроизводят диаграммы деформирования, ударную адиабату и адиабаты разгрузки. Осо-

бое внимание уделено сравнению расчетов и экспериментальных данных для температуры ударно-сжатого материала и затухания ударной волны при взаимодействии с догоняющей и боковыми волнами разрежения. Сравнение результатов решения конкретных задач с соответствующими экспериментальными данными свидетельствует об адекватности описания ударно-волновых процессов в полиметилметакрилате с помощью построенной модели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бартенев Г. М., Френкель С. Я. Физика полимеров. — Л.: Химия, 1990.
2. Степанов В. А., Песчанская Н. Н., Шпейсман В. В. Прочность и релаксационные явления в твердых телах. — Л.: Наука, 1984.
3. Максвелл Д. К. Строение тел: статьи и речи. — М.: Наука, 1968. — С. 182–192.
4. Voigt W. Ueber innere Reibung fester Körper, insbesondere der Metalle // Annalen der Physik. — 1892. — Bd 283. — S. 671–693.
5. Mulliken A. D., Boyce M. C. Mechanics of the rate-dependent elastic-plastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates // Intern. J. Solids and Structures. — 2006. — V. 43, N 5. — P. 1331–1356.
6. Трунин Р. Ф., Гударенко Л. В., Жерноклетов М. В., Симаков Г. В. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. — Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001.
7. Кузьмицкий И. В. О влиянии фазовых превращений на фронте ударной волны в ПММА на темп затухания волны и ее структуру // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны. — Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005. — С. 289–300.
8. Salyer T. R., Hill L. G., Kin Lam. Confined PBX 9501 Gap reinitiation studies // Proc. Shock Compression of Condensed Matter Conf. — 2009. — P. 245–248.
9. Schuler K. W., Nunziato J. W., Walsh E. K. Recent results in nonlinear viscoelastic wave propagation // Intern. J. Solids and Structures. — 1973. — V. 9. — P. 1237–1281.
10. Barker L. M., Hollenbach R. E. Shock-wave studies of PMMA, fused silica, and sapphire // J. Appl. Phys. — 1970. — V. 41, N 10. — P. 4208–4226.
11. Schuler K. W. Propagation of steady shock waves in polymethyl methacrylate // J. Mech. Phys. Solids. — 1970. — V. 18. — P. 277–293.
12. Menikoff R. Constitutive model for polymethyl methacrylate at high pressure // J. Appl. Phys. — 2004. — V. 96, N 12. — P. 7696–7704.

13. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д. Численное моделирование ударно-волновых процессов в металлах // Физика горения и взрыва. — 1984. — Т. 20, № 5. — С. 114–122.
14. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. — М.: Наука, 1978.
15. Зельдвич Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Физматгиз, 1963.
16. Жарков В. Н., Калинин В. А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. — М.: Наука, 1968.
17. Бушман А. В., Фортгов В. Е. Модели уравнения состояния вещества // Успехи физ. наук. — 1983. — Т. 140, вып. 2. — С. 177–232.
18. Козлов Г. В., Сандитов Д. С. Ангармонические эффекты и физико-механические свойства полимеров. — Новосибирск: Наука, 1994.
19. Бушман А. В., Жерноклетов М. В., Ломоносов И. В. и др. Исследование плексигласа и тефлона в волнах повторного ударного сжатия и изоэнтропической разгрузки. Уравнение состояния полимеров при высоких плотностях энергии // Докл. АН. — 1993. — Т. 329, № 5. — С. 581–584.
20. Хищенко К. В. Температура и теплоемкость полиметилметакрилата за фронтом сильных ударных волн // Теплофизика высоких температур. — 1997. — Т. 35, № 6. — С. 1002–1005.
21. <http://www.ficp.ac.ru/rusbank/>.
22. Мержиевский Л. А. Моделирование динамического сжатия поликристаллического  $Al_2O_3$  // Физика горения и взрыва. — 1998. — Т. 34, № 6. — С. 85–94.
23. Morris C. E., Fritz J. N., McQueen R. G. The equation of state of polytetrafluoroethylene to 80 GPa // J. Chem. Phys. — 1984. — V. 80, N 10.
24. Bauwens-Crowet C. The compression yield behaviour of polymethyl methacrylate over a wide range of temperatures and strain-rates // J. Mater. Sci. — 1973. — V. 8. — P. 968–979.
25. Richeton J., Daridon L., Remond Y. A formulation of the cooperative model for the yield stress of amorphous polymers for a wide range of strain rates and temperatures // Polymer. — 2005. — V. 46. — P. 6035–6043.
26. Берштейн В. А., Егоров В. М., Емельянов Ю. А. Взаимосвязь основных релаксационных переходов в полимерах // Высокомолекулярные соединения. — 1985. — Т. (А) XXVII, № 11. — С. 2451–2456.
27. Мержиевский Л. А., Шамонин С. А. Построение зависимости времени релаксации касательных напряжений от параметров состояния среды // ПМТФ. — 1980. — № 5. — С. 170–179.
28. Fleck N. A., Stronge W. J., Liu J. H. High strain-rate response of polycarbonate and polymethyl methacrylate // Proc. Roy. Soc. Lond. A. — 1990. — V. 429. — P. 459–479.
29. Chou S. C., Robertson K. D., Rainey J. H. The effect of strain rate and heat developed during deformation on the stress-strain curve of plastics // Experimental Mechanics. — 1973. — V. 13, N 10. — P. 422–432.
30. Гударенко Л. Ф., Жерноклетов М. В., Киршанов С. И., Ковалев А. Е., Куделькин В. Г., Лебедева Т. С., Ломайкин А. И., Мочалов М. А., Симаков Г. В., Шуйкин А. Н., Воскобойников И. М. Экспериментальные исследования свойств ударно-сжатого карбогала. Уравнения состояния карбогала и оргстекла // Физика горения и взрыва. — 2004. — Т. 40, № 3. — С. 104–116.
31. Кормер С. Б. Оптические исследования свойств ударно сжатых конденсированных диэлектриков // Успехи физ. наук. — 1968. — Т. 94, вып. 4. — С. 641–687.
32. Бордзиловский С. А., Караханов С. М. Измерение яркостной температуры и сопутствующих оптических характеристик ударно-сжатого полиметилметакрилата при 35 ГПа // Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике: тез. докл. VII междунар. конф. — Новосибирск, 2010. — С. 196–197.
33. Rosenberg Z., Parton Y. Direct measurement of temperature in shock-loaded polymethylmethacrylate with very thin copper thermistors // J. Appl. Phys. — 1984. — V. 56, N 7. — P. 1921–1926.
34. Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д. О выборе модели для описания затухания ударных волн в металлах // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 1. — С. 99–105.
35. Liddiard T. P., Jr. The compression of polymethyl methacrylate by low amplitude shock waves // Proc. of Fourth Symp. on Detonation. — 1965. — P. 214–221.
36. Bourne N. K., Milne A. M., Biers R. A. Measurement of the pressure pulse from a detonating explosive // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2005. — V. 38. — P. 1984–1988.