

УДК 539.374

КОНЕЧНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПАНЕЛИ В РЕЖИМАХ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ И СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

В. В. Глаголев, Л. В. Глаголев, А. А. Маркин

Тульский государственный университет, 300600 Тула, Россия
E-mails: vadim@tsu.tula.ru, len4ic92@gmail.com, markin@tsu.tula.ru

Рассматривается конечное деформирование панели под действием давления. Предложена постановка задачи в перемещениях с представлением условий равновесия через истинные напряжения в лагранжевых координатах. Доказано, что исходные уравнения удовлетворяются при однородной кривизне панели в процессе деформирования. Использование предложенного ранее определяющего соотношения позволило установить дифференциальную связь между законами изменения давления и кривизны со временем при произвольной скорости деформирования. Рассмотрены идеально пластический и сверхпластический режимы деформирования. Получены зависимости давления от кривизны и времени деформирования, при которых имеет место режим сверхпластичности. Установлено, что в этом случае диапазон устойчивого изменения кривизны не зависит от скорости деформирования, а величина порогового напряжения не влияет на время достижения заданной кривизны панели.

Ключевые слова: конечные деформации, сверхпластичность, идеальная пластичность, режим устойчивого деформирования, логарифмический модуль скоростного упрочнения.

DOI: 10.15372/PMTF20190619

Введение. Сверхпластичность (СП) — свойство металлических материалов с мелкозернистой структурой, заключающееся в сильном деформировании без разрушения под действием малых нагрузок. При этом необходимо поддерживать определенные для данного материала температуру и скорость деформирования. Условия реализации сверхпластических деформаций изложены во многих работах [1–9]. На основе анализа экспериментальных данных предложены различные феноменологические модели, связывающие процессы деформирования и нагружения [10–14]. Как правило, в указанных моделях описываются скалярные характеристики материалов и отсутствуют инвариантные тензорные формы записи определяющих соотношений, учитывающие геометрическую нелинейность. При использовании степенных показателей скорости деформации предполагается, что скорости деформации безразмерны, однако не указывается, каким образом осуществляется переход к безразмерным скоростям. В данной работе используется определяющее соотношение СП, предложенное в [15, 16]. Данное соотношение описывает процессы конечного деформирования в широком диапазоне скоростей от значений, близких к нулю (идеально пластический

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 18-31-20053, 19-41-710001р-а).

© Глаголев В. В., Глаголев Л. В., Маркин А. А., 2019

материал), до значений, соответствующих выходу на режим сверхпластической скорости деформирования. Постоянные, входящие в это соотношение, имеют физический смысл и определяются по известным экспериментальным данным [14, 17, 18]. В работах [9, 12, 19–21] рассмотрены постановки и решения краевых задач в рамках модели Бекфена, которая не учитывает изменения логарифмического модуля скоростного упрочнения. В [22] проведен анализ режимов сверхпластической формовки, а в [23] построена модель сверхпластического деформирования прямоугольной мембраны с помощью модели Пэжины. Основное внимание в [23] уделено анализу влияния порогового напряжения на параметры деформирования при постоянном давлении. В отличие от подходов, рассмотренных в работах [23, 24], в предлагаемом подходе используется геометрически нелинейная постановка в перемещениях с учетом растяжения срединной поверхности панели. При этом условия равновесия представлены в лагранжевых координатах. В безразмерном виде получены зависимости давления от кривизны и времени при деформировании в режиме СП.

1. Постановка задачи и кинематические характеристики движения панели.

Рассматривается прямоугольная (в начальном состоянии) панель, отнесенная к материальным декартовым координатам X_1, X_2, ξ . При этом $-l_0/2 \leq X_1 \leq l_0/2$, $0 \leq X_2 \leq b_0$, $-h_0/2 \leq \xi \leq h_0/2$. Полагается, что длина панели существенно больше ее ширины: $b_0 \gg l_0$. Панель нагружается по поверхности $\xi = -h_0/2$ следящим давлением P (рис. 1). Перемещения плоскостей $X_1 = \pm l_0/2$ равны нулю. Плоскости $X_2 = 0$ и $X_2 = b_0$ свободны от внешней нагрузки. В начальном состоянии пространственные координаты x_1, x_2, x_3 совпадают с материальными, при этом $x_1|_{t=t_0} = X_1$, $x_3|_{t=t_0} = \xi$.

Вследствие значительной длины панели и неподвижности боковых границ полагаем, что в процессе деформации выполняется условие $x_2 = X_2$.

Текущее положение материальных точек панели задаем радиус-вектором $\mathbf{R}(X_1, X_2, \xi, t)$. Так как начальная толщина панели значительно меньше ее остальных размеров, используем обобщенную гипотезу Кирхгофа — Лява

$$\mathbf{R}(X_1, X_2, \xi, t) = \mathbf{R}_{sr}(X_1, X_2, t) + \xi \lambda_3(X_1, X_2, t) \mathbf{n}, \quad (1.1)$$

где $\mathbf{R}_{sr}(X_1, t) = x_1(X_1, X_2, t) \mathbf{e}_1 + X_2 \mathbf{e}_2 + x_3(X_1, X_2, t) \mathbf{e}_3$ — радиус-вектор точек срединной поверхности; $\lambda_3(X_1, t)$ — относительное изменение толщины панели в направлении нормали.

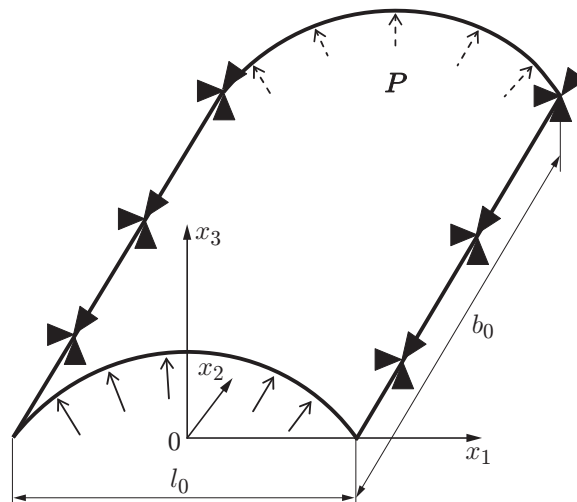


Рис. 1. Срединная поверхность цилиндрической панели

Введем следующие обозначения: $h(X_1, X_2, t) = \lambda_3(X_1, t)h_0(X_1)$ — текущая толщина панели; $h_0(X_1)$ — начальная толщина панели; $\lambda_1 = |\partial \mathbf{R}_{sr} / \partial X_1|$ — относительное удлинение срединной поверхности. Единичный материальный базис на срединной поверхности выражается через пространственный базис следующим образом:

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \cos \gamma \mathbf{e}_1 - \sin \gamma \mathbf{e}_3, \quad \boldsymbol{\tau}_2 = \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{n} = \sin \gamma \mathbf{e}_1 + \cos \gamma \mathbf{e}_3 \quad (1.2)$$

(γ — угол поворота материального базиса относительно начального).

Вектор $\boldsymbol{\tau}_1$, касательный к срединной линии, определяется из выражения

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \mathbf{R}_{sr}}{\partial X_1} = \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{\partial x_1}{\partial X_1} \mathbf{e}_1 + \frac{\partial x_3}{\partial X_1} \mathbf{e}_3 \right).$$

Из последнего выражения и (1.2) получаем соотношения, определяющие движение срединной поверхности панели:

$$\frac{\partial x_3}{\partial X_1} = -\lambda_1 \sin \gamma; \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial X_1} = \lambda_1 \cos \gamma. \quad (1.4)$$

Из закона движения (1.1) следует, что при малых по сравнению с единицей отношениях толщины панели к радиусу кривизны неоднородностью деформированной метрики по толщине можно пренебречь. В результате ковариантные и контравариантные векторы материального базиса в материальных декартовых координатах принимают вид [25]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\vartheta}_1 &= \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial X^1} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial X_1} = \lambda_1 \boldsymbol{\tau}_1, & \boldsymbol{\vartheta}_2 &= \mathbf{e}_2, & \boldsymbol{\vartheta}_3 &= \lambda_3 \mathbf{n}, \\ \boldsymbol{\vartheta}^1 &= \frac{1}{\lambda_1} \boldsymbol{\tau}_1, & \boldsymbol{\vartheta}^2 &= \mathbf{e}_2, & \boldsymbol{\vartheta}^3 &= \frac{1}{\lambda_3} \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Следует отметить, что в работах [25, 26] для идентификации материальных декартовых координат использовался верхний индекс i . В данной работе принимается $X_i = X^i$.

Для построения определяющих соотношений необходимы выражения для компонент тензора градиента поля скоростей. Используем представление пространственного тензора-градиента в материальных декартовых координатах [25, 26]:

$$\nabla \mathbf{V} = \boldsymbol{\vartheta}^i \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial X^i} = \boldsymbol{\vartheta}^i \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial X_i}.$$

В рассматриваемом случае с учетом (1.5) получаем

$$\nabla \mathbf{V} = \frac{\boldsymbol{\tau}_1}{\lambda_1} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial X_1} + \frac{\mathbf{n}}{\lambda_3} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \xi}. \quad (1.6)$$

Так как в данном представлении операции дифференцирования по времени и координатам переставимы, то

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial X_1} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial X_1} \right) = \dot{\boldsymbol{\vartheta}}_1, \quad \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \xi} \right) = \dot{\boldsymbol{\vartheta}}_3. \quad (1.7)$$

Дифференцируя по времени (1.2), выражения для скоростей векторов единичного материального базиса представим в следующем виде:

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}_1 = -\dot{\gamma} \mathbf{n}, \quad \dot{\mathbf{n}} = \dot{\gamma} \boldsymbol{\tau}_1. \quad (1.8)$$

Из (1.5)–(1.8) находим диадное представление поля скоростей

$$\nabla \mathbf{V} = \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_1 + \frac{\dot{\lambda}_3}{\lambda_3} \mathbf{n} \mathbf{n} - \dot{\gamma} \boldsymbol{\tau}_1 \mathbf{n} + \dot{\gamma} \mathbf{n} \boldsymbol{\tau}_1. \quad (1.9)$$

Симметричная составляющая градиента (1.9) является тензором деформации скорости:

$$\bar{W} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{V} + \mathbf{V} \nabla) = \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_1 + \frac{\dot{\lambda}_3}{\lambda_3} \mathbf{n} \mathbf{n}. \quad (1.10)$$

В предположении, что материал является несжимаемым, относительные удлинения срединной поверхности и компоненты тензора деформации скорости (1.10) удовлетворяют следующим условиям:

$$\lambda_2 = 1, \quad \lambda_1 \lambda_3 = 1, \quad W_{11} = (\ln \lambda_1)^\bullet, \quad W_{22} = 0, \quad W_{33} = -(\ln \lambda_1)^\bullet. \quad (1.11)$$

Из (1.11) получаем выражения для скорости формоизменения и длины траектории формоизменения (параметр Одквиста)

$$\dot{S} = (\tilde{W} \cdot \cdot \tilde{W})^{1/2} = \sqrt{2} W_{11} = \sqrt{2} (\ln \lambda_1)^\bullet, \quad S = \sqrt{2} \ln \lambda_1, \quad (1.12)$$

где \tilde{W} — девиатор тензора деформации скорости.

Радиус кривизны срединной линии панели ρ связан с углом поворота нормали формулой

$$\frac{\partial \gamma}{\partial X_1} = \frac{\lambda_1}{\rho}. \quad (1.13)$$

Таким образом все кинематические характеристики панели могут быть выражены через относительное удлинение λ_1 и кривизну срединной линии.

2. Условия равновесия и поле перемещений. Напряженное состояние панели, так же как и деформированное, полагаем однородным по толщине. Компоненты тензора истинных напряжений в базисе $\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2, \mathbf{n}$ обозначим через $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$. Полагаем, что на поверхность панели $\xi = -0,5h_0$ действует равномерно распределенная нагрузка с вектором напряжения

$$\mathbf{P} = -\mathbf{n}P(t). \quad (2.1)$$

Условие равновесия в пространственных координатах запишем в виде [25]

$$\nabla \cdot \bar{\sigma}(x_1, x_2, x_3, t) = 0,$$

где $\nabla = \mathbf{e}^i \partial / \partial x^i$ — пространственный (эйлеров) набла-оператор.

Следуя [26], запишем условие равновесия, представив тензор истинных напряжений в виде функции материальных координат $\bar{\sigma}(X_1, X_2, X_3, t)$.

В условии равновесия используется приведенное в [25] выражение для пространственного оператора

$$\nabla = \boldsymbol{\varepsilon}^i \frac{\partial}{\partial X^i} = \boldsymbol{\varepsilon}^i \frac{\partial}{\partial X_i}.$$

В результате условие равновесия принимает вид

$$\nabla \cdot \bar{\sigma} = \boldsymbol{\varepsilon}^i \cdot \frac{\partial \bar{\sigma}(X_1, X_2, X_3, t)}{\partial X^i} = \boldsymbol{\varepsilon}^i \cdot \frac{\partial \bar{\sigma}(X_1, X_2, X_3, t)}{\partial X_i} = 0, \quad (2.2)$$

где $\bar{\sigma} = \sigma_{11} \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_1 + \sigma_{22} \boldsymbol{\tau}_2 \boldsymbol{\tau}_2 + \sigma_{33} \mathbf{n} \mathbf{n}$ — диадное представление тензора напряжений. В рассматриваемом случае на основе формул (1.2), (1.5) получаем три условия равновесия

$$\frac{\partial (h_0 \sigma_{11} \lambda_2 \lambda_3)}{\partial X_1} = 0, \quad h_0 \lambda_3 \sigma_{11} \frac{\partial \gamma}{\partial X_1} - \lambda_1 P = 0, \quad \sigma_{33} + \frac{1}{2} P = 0. \quad (2.3)$$

Использование в уравнениях равновесия (2.3) материальной координаты X_1 позволяет описывать изменение со временем напряженно-деформированного состояния в окрестности фиксированных материальных точек и учитывать историю деформирования.

Поле перемещений срединной плоскости удовлетворяет законам (1.3), (1.4):

$$\frac{\partial u_1}{\partial X_1} = \lambda_1 \cos \gamma - 1, \quad \frac{\partial u_3}{\partial X_1} = \lambda_1 \sin \gamma. \quad (2.4)$$

В первом уравнении системы (2.3) $\lambda_2 = 1$, поэтому оно обращается в тождество, если величины σ_{11} и λ_3 не зависят от координаты X_1 , а являются функциями времени. Таким образом, решения систем (2.3), (2.4) следует искать, полагая распределение λ_1 и ρ однородным. Интегрируя при таком условии выражение (1.13), получаем закон распределения угла поворота

$$\gamma = \frac{\lambda_1}{\rho} \left(X_1 - \frac{l_0}{2} \right) + \gamma_k, \quad (2.5)$$

где $\gamma_k = \gamma|_{X_1=l_0/2}$ — угол поворота нормали на краю панели.

Перемещения $u_1(X_1)$, $u_3(X_1)$ определяем из системы (2.4) при условии (2.5). В силу симметрии задачи относительно плоскости (x_2, x_3) должны выполняться следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \gamma|_{X_1=0} = 0, \quad \gamma|_{X_1=l_0/2} = \gamma_k, \\ u_1|_{X_1=0} = 0, \quad u_1|_{X_1=l_0/2} = 0, \quad u_3|_{X_1=l_0/2} = 0, \quad \frac{\partial u_3}{\partial X_1}|_{X_1=0} = 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Интегрируя первое уравнение системы (2.4) при граничных условиях (2.6), получаем

$$u_1 = \rho \sin \left(\frac{\lambda_1}{\rho} \left(X_1 - \frac{l_0}{2} + \gamma_k \right) \right) - X_1. \quad (2.7)$$

При этом в силу условия $u_1|_{X_1=l_0/2} = 0$ имеет место связь между радиусом кривизны и углом поворота нормали на краю панели

$$\sin \gamma_k = l_0 / (2\rho) = \alpha, \quad (2.8)$$

где α — безразмерная кривизна.

Из (2.5), (2.8) определяем окружное удлинение как функцию кривизны. Полагая в (2.5) $\gamma|_{X_1=0} = 0$, получаем

$$\lambda_1 = 2\gamma_k \rho / l_0.$$

Подставляя в это соотношение $\gamma_k = \arcsin \alpha$ из (2.8), имеем

$$\lambda_1 = \alpha^{-1} \arcsin \alpha. \quad (2.9)$$

Из второго уравнения (2.3) с учетом выражений (1.13), (2.9) находим закон изменения окружного напряжения

$$\sigma_{11} = \frac{l_0}{2h_0} P \alpha^{-2} \arcsin \alpha. \quad (2.10)$$

Заметим, что зависимость (2.10) является следствием условий равновесия с учетом конечных деформаций и справедлива для любых моделей материалов.

3. Пластическое и сверхпластическое деформирование панели. Для описания свойств материала, несжимаемого в пластическом [27, 28] и сверхпластическом режимах деформирования, используем определяющее соотношение [15]

$$\tilde{\sigma} = \tau_s \exp \left(2m_0 \operatorname{arctg} \left(\frac{\dot{S}}{\dot{S}_0} \right) \right) \frac{\dot{W}}{\dot{S}}. \quad (3.1)$$

Здесь $\tilde{\sigma}$ — девиатор напряжений; τ_s — предел текучести; \dot{S}_0 — скорость сверхпластичности; m_0 — параметр материала, связанный с логарифмическим модулем скоростного упрочнения m выражением

$$m = \frac{d \ln (\tau / \tau_s)}{d \ln (\dot{S} / \dot{S}_0)} = \frac{2m_0(\dot{S} / \dot{S}_0)}{1 + (\dot{S} / \dot{S}_0)^2}.$$

Следовательно, при сверхпластическом деформировании, когда $\dot{S} = \dot{S}_0$, параметр m_0 совпадает с логарифмическим модулем скоростного упрочнения. В случае пластического деформирования соотношение (3.1) переходит в закон Прандтля — Рейса

$$\tilde{\sigma} = \tau_s \frac{\tilde{W}}{\dot{S}}. \quad (3.2)$$

Используя выражения для компонент тензора деформации скорости (1.11) и закон (3.1), определим зависимость между компонентами тензора напряжений. Вследствие отсутствия деформации вдоль оси x_2 и в силу условия несжимаемости $\tilde{W}_{22} = 0$ получаем $\tilde{\sigma}_{22} = 0$, $\tilde{\sigma}_{33} = -\tilde{\sigma}_{11}$. В то же время из (2.3) следует $\sigma_{33} = \tilde{\sigma}_{33} + \sigma_0 = -0,5P$. Отсюда находим $\sigma_0 = -\tilde{\sigma}_{33} - 0,5P = \tilde{\sigma}_{11} - 0,5P$. В результате выражения для компонент тензора напряжений принимают вид

$$\sigma_{11} = \tilde{\sigma}_{11} + \sigma_0 = 2\tilde{\sigma}_{11} - 0,5P, \quad \sigma_{22} = \sigma_0 = \tilde{\sigma}_{11} - 0,5P. \quad (3.3)$$

Используя (3.1), (1.12), находим выражение для окружного напряжения

$$\sigma_{11} = \sqrt{2} \tau_s \exp(2m_0 \operatorname{arctg}(\dot{S} / \dot{S}_0)) - 0,5P. \quad (3.4)$$

Подставляя выражение (3.4) в формулу (2.10), получаем зависимость давления от кривизны

$$P = \frac{2\sqrt{2} \tau_s \exp(2m_0 \operatorname{arctg}(\dot{S} / \dot{S}_0))}{1 + (l_0/h_0)\alpha^{-2} \arcsin \alpha}. \quad (3.5)$$

Из выражений (1.12), (2.9) находим представление скорости формоизменения через кривизну

$$\dot{S} = \sqrt{2} (\alpha^{-1} \arcsin \alpha)^{\bullet}. \quad (3.6)$$

С использованием системы (3.5), (3.6) можно решить прямую задачу: определить по заданному закону изменения кривизны со временем $\alpha(t)$ соответствующий закон изменения давления $P(t)$. Обратная задача состоит в определении закона изменения кривизны по заданному закону изменения давления со временем. Вторая задача более сложная, так как сводится к интегрированию существенно нелинейного уравнения.

Рассмотрим режим идеально пластического деформирования. Полагая в законе (3.5) $\dot{S} = 0$, получаем

$$P^{(p)} = \frac{2\sqrt{2} \tau_s}{1 + (l_0/h_0)\alpha^{-2} \arcsin \alpha} = 2\sqrt{2} \hat{P}(\alpha) \tau_s, \quad (3.7)$$

где $\hat{P}(\alpha) = (1 + (l_0/h_0)\alpha^{-2} \arcsin \alpha)^{-1}$ — безразмерное давление.

Представляет интерес определение закона изменения давления, необходимого для поддержания режима сверхпластичности, когда скорость формоизменения совпадает со скоростью сверхпластичности: $\dot{S} = \dot{S}_0$. В этом случае из (3.5) получаем

$$P^{(s)} = 2\sqrt{2} \hat{P}(\alpha) \tau_s \exp(m_0 \pi / 2). \quad (3.8)$$

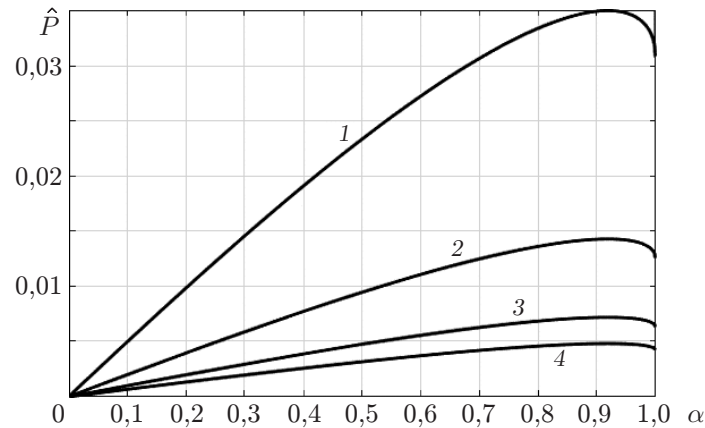


Рис. 2. Зависимость безразмерного давления от безразмерной кривизны панели при различных значениях отношения l_0/h_0 :

1 — $l_0/h_0 = 20$, 2 — $l_0/h_0 = 50$, 3 — $l_0/h_0 = 100$, 4 — $l_0/h_0 = 150$

Из закона (3.8) следует, что пороговое значение интенсивности напряжений τ_0 связано с пределом текучести зависимостью

$$\tau_0 = \tau_s \exp(m_0\pi/2).$$

На рис. 2 показана зависимость безразмерного давления от безразмерной кривизны панели при различных значениях отношения l_0/h_0 . Из зависимостей давления от кривизны панели в режимах идеально пластического и сверхпластического деформирования (3.7), (3.8) следует пропорциональность величин $P^{(p)}$, $P^{(s)}$ безразмерному давлению. Поэтому критическое значение безразмерной кривизны не зависит от скорости СП и является одним и тем же как в режиме СП, так и в режиме идеальной пластичности. На рис. 2 видно, что $\alpha_k \simeq 0,9$. Величина критического давления уменьшается с уменьшением толщины панели. После достижения критического значения кривизны процесс деформирования становится неустойчивым, так как сопровождается уменьшением давления.

Закон изменения кривизны со временем в режиме СП определяем из зависимости (3.6):

$$S = \sqrt{2}(\alpha^{-1} \arcsin(\alpha) - 1) = \dot{S}_0 t = \hat{t} \quad (3.9)$$

(\hat{t} — безразмерное время).

Из уравнения (3.9) определяем зависимость безразмерной кривизны от безразмерного времени (рис. 3).

Из определения безразмерного давления и зависимости $\alpha(\hat{t})$ находим зависимость безразмерного давления от безразмерного времени $\hat{P}(\hat{t})$ (рис. 4). На рис. 4 видно, что при различных значениях скорости СП безразмерное критическое время одинаково: $t_k \simeq 0,35$. Однако размерное время достижения критического значения давления зависит от скорости СП и определяется в соответствии с (3.9) по формуле

$$t_k = \sqrt{2}(\alpha_k^{-1} \arcsin(\alpha_k) - 1)/\dot{S}_0, \quad (3.10)$$

где α_k — критическое значение безразмерной кривизны.

Из формулы (3.10) следует, что при изменении внешнего давления в режиме сверхпластичности величина порогового напряжения не влияет на время достижения заданной кривизны панели.

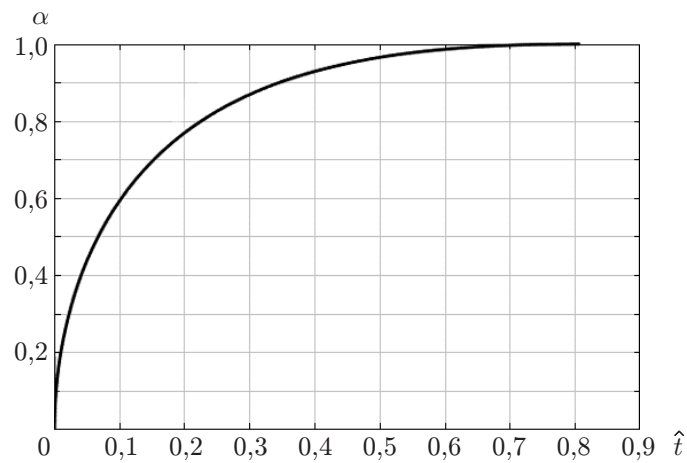


Рис. 3. Зависимость безразмерной кривизны панели от безразмерного времени

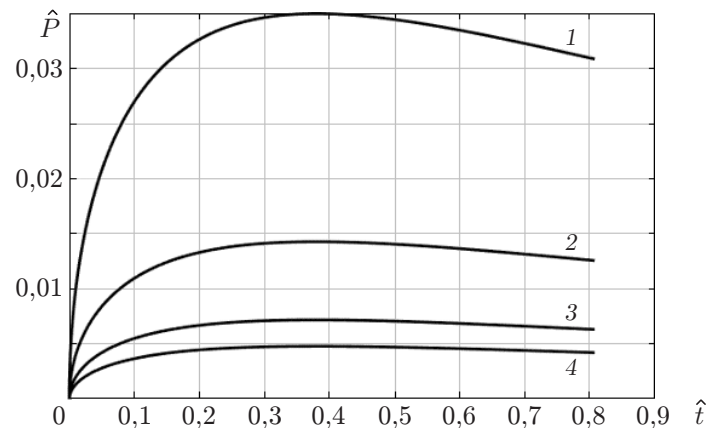


Рис. 4. Зависимость безразмерного давления от безразмерного времени при различных значениях отношения l_0/h_0 :
 1 — $l_0/h_0 = 20$, 2 — $l_0/h_0 = 50$, 3 — $l_0/h_0 = 100$, 4 — $l_0/h_0 = 150$

Заключение. Представление характеристик процесса СП деформирования панели в безразмерном виде позволяет определить необходимые размерные параметры процесса (предел текучести, скорость СП, максимальное значение логарифмического модуля скоростного упрочнения) по заданным размерам h_0 , l_0 и характеристикам модели СП.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Смирнов О. М.** Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1979.
2. **Чумаченко Е. Н.** Сверхпластичность: материалы, теория, технологии. Изд. 2-е / Е. Н. Чумаченко, О. М. Смирнов, М. А. Цепин. М.: Либроком, 2009.
3. **Васин Р. А.** Введение в механику сверхпластичности: В 2 ч. Ч. 2 / Р. А. Васин, Ф. У. Еникеев. Уфа: Гилем, 1999.
4. **Корзников А. В., Корзникова Г. Ф., Зарипова Р. Г., Закирова А. А.** Сверхпластичность сталей и сплавов на основе железа: Обзор // Письма о материалах. 2012. Т. 2, № 3. С. 170–176.

5. **Zhao Y. H., Guo Y. Z., Wei Q., et al.** Influence of specimen dimensions on the tensile behavior of ultrafine-grained Cu // *Scripta Materialia*. 2008. V. 59. P. 627–630.
6. **Abu-Farha F. K., Khraisheh M. K.** Modeling of anisotropic deformation in superplastic sheet metal stretching // *J. Engng Materials Technol.* 2005. V. 127, N 1. P. 159–164.
7. **Abu-Farha F. K., Khraisheh M. K.** Analysis of superplastic deformation of AZ31 magnesium alloy // *J. Adv. Engng Materials*. 2007. V. 9, N 9. P. 777–783.
8. **Bonet J., Wood R. D., Wargadipura A. H. S.** Numerical simulation of the superplastic forming of thin sheet components using the finite element method // *Intern. J. Numer. Methods Engng*. 1990. V. 30. P. 1719–1737.
9. **Chen Y., Kibble K., Hall R., Huang X.** Numerical analysis of superplastic blow forming of Ti-6Al-4V alloys // *Materials Design*. 2001. V. 22. P. 679–685.
10. **Васин Р. А., Еникеев Ф. У., Круглов А. А., Сафиуллин Р. В.** Об идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2003. № 2. С. 111–123.
11. **Келлер И. Э., Трусов П. В., Шишкина О. В., Давыдов Д. В.** Подход к аттестации определяющих соотношений сверхпластичности, основанный на устойчивости // *ПМТФ*. 2007. Т. 48, № 6. С. 170–177.
12. **Ганиева В. Р., Тулупова О. П., Еникеев Ф. У., Круглов А. А.** Компьютерное моделирование технологических процессов обработки давлением конструкционных сверхпластичных материалов // *Вестн. машиностроения*. 2017. № 2. С. 63–69.
13. **Vasin R. A., Enikeev F. U., Mazurski M. I.** Method to determine the strain-rate sensitivity of a superplastic material from the initial slopes of its stress-strain curves // *J. Materials Sci*. 1998. V. 33, N 4. P. 1099–1103.
14. **Тулупова О. П., Ганиева В. Р., Круглов А. А., Еникеев Ф. У.** Новая методика идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов // *Письма о материалах*. 2017. Т. 7, № 1. С. 68–71.
15. **Гвоздев А. Е., Маркин А. А.** Термомеханика упруговязкопластического конечного деформирования // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 1998. № 6. С. 115–121.
16. **Маркин А. А., Фурсаев С. А.** Конечное деформирование идеально жесткопластической мембраны // *ПМТФ*. 2011. Т. 52, № 2. С. 128–133.
17. **Горев Б. В., Ратничкин А. А., Соснин О. В.** Закономерности деформирования материалов в условиях, близких к сверхпластичности. Сообщ. 1. Одноосное напряженное состояние // *Пробл. прочности*. 1987. № 11. С. 36–41.
18. **Васин Р. А., Быля О. И.** О формулировке условия сверхпластичности в задачах механики (проблема его экспериментального построения) // *Письма о материалах*. 2013. Т. 3, № 2. С. 95–98.
19. **Vasin R. A., Enikeev F. U., Tokuda M., Safiullin R. V.** Mathematical modelling of the superplastic forming of a long rectangular sheet // *Intern. J. Non-Linear Mech*. 2003. V. 35. P. 799–807.
20. **Kawasaki M., Langdon T. G.** Review: achieving superplasticity in metals processed by high-pressure torsion // *J. Materials Sci*. 2014. V. 49. P. 6487–6496.
21. **Shih A. J. M., Yang H. T. Y.** Experimental and finite element simulation methods for rate-dependent metal forming processes // *Intern. J. Numer. Methods Engng*. 1991. V. 31, N 2. P. 345–367.
22. **Круглов А. А., Самойлова А. Ю., Слесарева А. А. и др.** Анализ режимов сверхпластической формовки трехслойных конструкций с использованием модели Пэжины // *Письма о материалах*. 2014. Т. 4, № 1. С. 72–75.

23. **Горонкова А. Р., Еникеев Ф. У., Круглов А. А.** Применение модели Пэжины для моделирования процесса сверхпластической формовки прямоугольной мембраны // Кузнеч.-штамп. пр-во. Обработка материалов давлением. 2016. № 9. С. 11–18.
24. **Аннин Б. Д., Олейников А. И., Бормотин К. С.** Моделирование процессов формообразования панелей крыла самолета SSJ-100 // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 155–165.
25. **Лурье А. И.** Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980.
26. **Маркин А. А.** Термомеханика упругопластического деформирования / А. А. Маркин, М. Ю. Соколова. М.: Физматлит, 2013.
27. **Ишлинский А. Ю.** Математическая теория пластичности / А. Ю. Ишлинский, Д. Д. Ивлев. М.: Физматлит, 2001.
28. **Аннин Б. Д.** Поведение материалов в условиях сложного нагружения / Б. Д. Аннин, В. М. Жигалкин. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.

*Поступила в редакцию 22/I 2019 г.,
после доработки — 15/IV 2019 г.
Принята к публикации 27/V 2019 г.*
