

## ГОРНОЕ МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 622.4

### РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИЙ РОТОРОВ ШАХТНЫХ ОСЕВЫХ ВЕНТИЛЯТОРОВ С ПОВЫШЕННЫМИ СКОРОСТЯМИ ВРАЩЕНИЯ

А. М. Красюк<sup>1,2</sup>, Е. Ю. Русский<sup>1,2</sup>, Н. В. Панова<sup>1,2</sup>, Т. И. Иргибаетов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,

E-mail: krasuk@cn.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет,

просп. Карла Маркса, 20, 630073, г. Новосибирск, Россия

<sup>3</sup>Казахский национальный исследовательский технический университет им. К. И. Сатпаева,

E-mail: tuleukhan@mail.ru, ул. Сатпаева, 22, 050013, г. Алматы, Казахстан

Приведены результаты оптимального проектирования рабочих колес осевых вентиляторов главного проветривания шахт с использованием критериев: минимум массы и соблюдение требуемого уровня напряжения на узлах. Обоснована конструкция однодискового рабочего колеса. Для высокопроизводительных вентиляторов, имеющих окружную скорость по концам рабочих лопаток 200–220 м/с, решена задача топологической оптимизации по распределению материала в однодисковом рабочем колесе. Определены зависимости конструктивных параметров элементов рабочего колеса от частоты вращения ротора вентилятора. Топологическая оптимизация выполнена в программном комплексе ANSYS на основе метода SIMP.

*Корпус рабочего колеса, осевой вентилятор, ANSYS, оптимальность, прочность, напряжения, конструктивные параметры*

DOI: 10.15372/FTPRPI20230511

Главные вентиляторные установки — неотъемлемая часть системы обеспечения безопасности подземных работ. С развитием высокопроизводительных технологий добычи полезных ископаемых и переходом шахт на более глубокие горизонты возрастает потребность в количестве и давлении воздуха, подаваемого в горные выработки [1–3].

Увеличение производительности и давления достигается двумя путями: повышением скорости вращения рабочего колеса и увеличением габаритов вентилятора (его диаметра). Если изменять габариты вентилятора в сторону их увеличения, то необходимо будет увеличивать проточную часть и, как следствие, здание вентиляторной установки. Данный подход требует значительных капитальных затрат, а его реализация довольно затруднительна.

---

Работа выполнена в рамках проекта НИР (номер гос. регистрации 121052500147-6) и проекта Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (AP19677949).

Учитывая, что производительность вентилятора растет пропорционально скорости вращения ротора, а давление пропорционально квадрату скорости, то способ увеличения скорости вращения для повышения аэродинамических параметров является перспективным. Значительная часть шахтных вентиляторов главного проветривания (ВГП), производимых в России и за рубежом, имеет окружные скорости не более 150–170 м/с [4]. Предельная скорость ограничена силами инерции рабочих лопаток, которые зависят от их масс и квадрата частоты вращения, а также параметрами прочности материалов, из которых они изготовлены [5–9].

Повышение скорости вращения ограничивается в том числе и скоростью обтекания лопаток воздушным потоком. Ее значение не должно приближаться к скорости звука, поскольку это значительно увеличит аэродинамическое сопротивление лопаток рабочего колеса. Чтобы скорость воздушного потока, обтекающего рабочие лопатки, не превышала скорость звука, необходимо специальным образом выполнять геометрию лопаточных венцов.

Отношение скорости воздушного потока к скорости звука, называемое числом Маха [1], не должно превышать критического значения  $M_{кр}$ , которое для конкретного вентилятора будет зависеть от скорости его вращения, номинального расхода и повышения давления в решетке рабочего колеса. Например, для компрессоров и вентиляторов, имеющих ступени с дозвуковым обтеканием и дозвуковые профили лопаток, критическое число Маха составляет  $M_{кр} < 0.83$  [10–12].

Предельные значения частот вращения рабочих колес, а следовательно, и скорости по концам лопаток должны рассчитываться с учетом ограничений, наложенных на параметры потока воздуха относительно входа в лопаточную решетку. Максимальные значения скорости потока, рассматриваемые относительно рабочей лопатки колеса, будут на прикорпусном радиусе — наиболее удаленном от оси вращения.

Векторная сумма окружной  $u$  и осевой  $w_a$  скоростей на входе в лопаточную решетку вентилятора определяет полную скорость воздушного потока  $w_1 = \sqrt{u^2 + w_a^2}$ . Для номинального режима эксплуатации осевых вентиляторов, спроектированных на постоянную циркуляцию воздуха, осевая скорость равна среднерасходной, которая находится делением расхода воздуха на ометаемую площадь. Если взять ограничение по полной скорости на прикорпусном радиусе как  $w_{1кр} < 0.83$  скорости звука, то критическая окружная скорость  $u_{кр}$  запишется зависимостью нескольких параметров: номинального расхода  $Q$ , диаметра вентилятора  $D$ , втулочного отношения  $\nu$  и критической скорости на входе в решетку  $w_{1кр}$  [13]:

$$u_{кр} = \sqrt{w_{1кр}^2 - \frac{16Q^2}{(1-\nu^2)^2 D^4 \pi^2}}.$$

Отечественной промышленностью выпускаются осевые вентиляторы с максимальной производительностью 600 м<sup>3</sup>/с. Если взять данный расход за основу, то можно построить зависимости для критической окружной скорости, диаметра рабочего колеса по концам лопаток и втулочного отношения (рис. 1). При скорости звука 340 м/с максимальное значение  $u_{кр} = 340 \cdot 0.83 = 282$  м/с.

Как видно из рис. 1, при заданной производительности критическая окружная скорость  $u_{кр}$  зависит от диаметра вентилятора и повышается при его увеличении, но ее значение не может превысить относительную критическую скорость потока на входе в решетку.

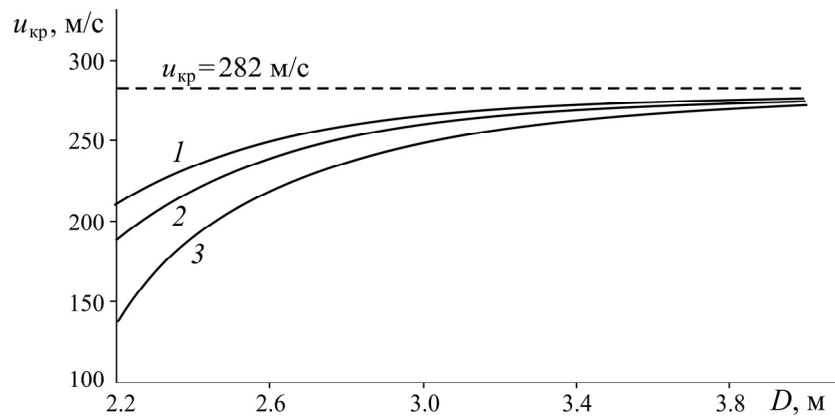


Рис. 1. Зависимость критической окружной скорости  $u_{кр}$  от диаметра рабочего колеса  $D$  при  $Q = 600 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $M_{кр} = 0.83$  и разных значениях втулочного отношения  $v$ : 0.4 (1); 0.5 (2); 0.6 (3)

Рассмотрим перспективу повышения аэродинамических параметров на примере вентилятора ВО-28 с диаметром рабочего колеса  $D = 2.8 \text{ м}$  и  $v = 0.6$ , выпускаемого ОАО «Вентпром». При частоте вращения ротора 750 об./мин (78.5 рад/с) вентилятор имеет производительность  $300 \text{ м}^3/\text{с}$  и развивает полное давление  $P_V = 3200 \text{ Па}$ . Определим окружную скорость, при которой производительность достигнет  $600 \text{ м}^3/\text{с}$ . Воспользуемся формулой пересчета параметров аэродинамической характеристики вентиляторов [14]

$$Q = Q_M \frac{n}{n_M},$$

где  $Q_M = 300 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $n_M = 750 \text{ об./мин}$  — соответственно производительность и скорость вращения вентилятора;  $Q = 600 \text{ м}^3/\text{с}$  — желаемая производительность; следовательно, искомая скорость вращения  $n = Q \cdot n_M / Q_M = 600 \cdot 750 / 300 = 1500 \text{ об./мин}$ . Отсюда находим окружную скорость:

$$u = \frac{\pi n R}{30} = 3.14 \cdot 1500 \cdot \frac{1.4}{30} = 219.8 \approx 220 \text{ м/с},$$

$R = 1.4 \text{ м}$  — радиус рабочего колеса по концам лопаток.

Чтобы выполнить ограничение  $u_{кр}$ , будем использовать максимальную скорость по концам рабочих лопаток, равную  $u = 220 \text{ м/с}$  (рис. 1). Если взять вентилятор с параметрами: диаметр рабочего колеса 3.5–4.0 м, окружная скорость по концам лопаток 110 м/с, то он будет иметь такой же расход воздуха и давление, как высоконагруженный вентилятор с диаметром РК 2.8 м, выполненный по одинаковой аэродинамической схеме [14].

Очевидно, что высоконагруженный вентилятор при одинаковых аэродинамических параметрах будет иметь меньшие габариты и меньшую металлоемкость по сравнению с изготавливаемыми в настоящее время, а для его размещения потребуется здание меньшего объема. Кроме того, им можно заменить устаревший вентилятор, выработавший ресурс [15, 16].

Прочность рабочего колеса и лопаток зависит от частоты вращения рабочего колеса [17]. При ее увеличении возрастают центробежные силы от элементов РК. Для работы вентилятора с окружными скоростями по концам лопаток, превышающими 150–170 м/с, необходимо снижать центробежные силы, которые определяются по формуле

$$F = m\omega^2 R,$$

где  $m$  — масса лопатки;  $\omega$  — угловая скорость вращения ротора;  $R$  — расстояние от оси ротора до центра масс лопатки.

При постоянных скорости  $\omega$  и радиусе  $R$  снизить значение центробежных сил можно только за счет уменьшения массы лопатки. Методический подход к проектированию оптимальной конструкции рабочих лопаток по критерию минимума их массы изложен в [18]. Такая лопатка рабочего колеса вентилятора ВО-28 имеет облегченный сердечник, ее масса составляет 40.5 кг, что на 50–70 % меньше по сравнению с монолитной.

Нагрузки, возникающие в элементах рабочих колес вентилятора, определяются значениями центробежной силы (нормальной составляющей силы инерции) от масс элементов [19–21]. В существующих технических решениях, реализованных в рабочих колесах большинства осевых вентиляторов [22, 23], инерционная нагрузка от рабочих лопаток передается на втулку корпуса колеса, которая имеет значительно большую толщину, чем диски РК (рис. 2а). Высокие скорости вращения РК вентиляторов приводят к значительным силам инерции, и массивная втулка РК не удовлетворяет условиям прочности.

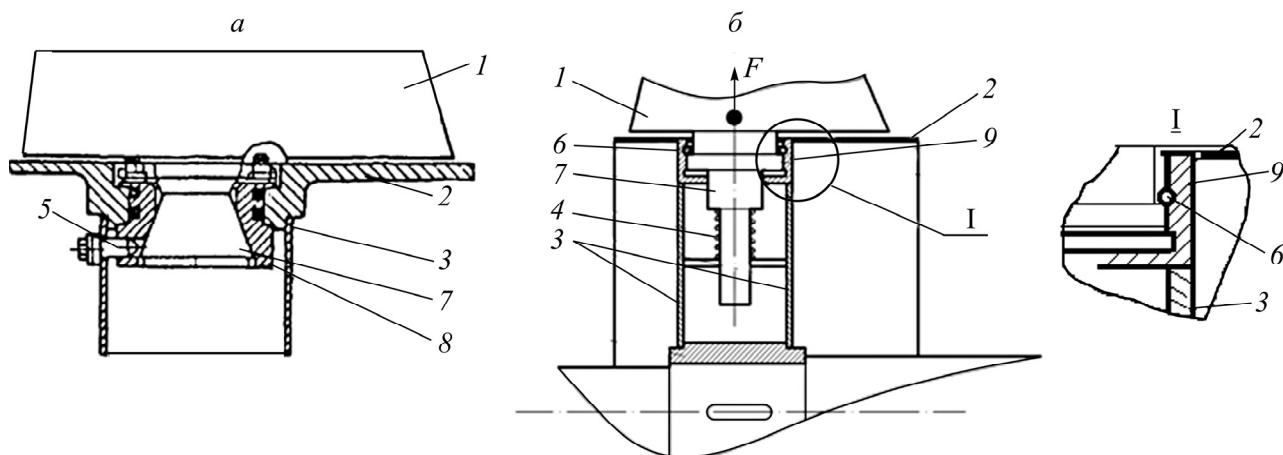


Рис. 2. Узлы крепления лопаток вентиляторов ВОД-21 (а) и ВОД-30 (б): 1 — лопатка; 2 — втулка; 3 — опорный диск; 4 — пружина; 5 — стопор; 6 — стопорное кольцо; 7 — хвостовик; 8 — конический вкладыш; 9 — стакан

Сотрудниками ИГД СО РАН разработана новая конструкция корпуса рабочего колеса (рис. 2б) [24]. В ней использована идея догружения центробежной силой от лопаток элементов рабочего колеса, имеющих малые значения напряжений. Для этого в конструкции лопатки сделан бурт на хвостовике, а через установленное стопорное кольцо центробежная сила от масс лопатки передается на стакан и далее на диски. Так как вся нагрузка в виде сил инерции приходится на диски, то сама втулка остается ненагруженной и ее выполняют более тонкой. Снижение масс элементов РК также значительно снижает момент инерции относительно оси вращения вентилятора.

Для вентилятора ВО-21, имеющего РК диаметром 2.1 м, в [25] проведен расчет НДС элементов рабочего колеса, и построена зависимость допустимой скорости вращения ротора вентилятора от толщины диска и втулки РК (рис. 3). Анализируя эти зависимости, можно сделать вывод, что повышение прочности элементов РК вследствие действия сил инерции при вращении ротора не всегда возможно путем увеличения толщины его элементов. Так, диски и втулки, имеющие малые толщины, способствуют возникновению максимальных напряжений в стакане корпуса РК. Если увеличивать толщины указанных элементов корпуса, то максимальные напряжения уже будут наблюдаться в областях стыковки стакана и дисков и непосредственно в самом стакане. Это объясняется тем, что воздействие нормальной составляющей силы инерции от лопаток РК на элементы корпуса РК становится меньше по сравнению с воздействием сил инерции от масс втулки рабочего колеса.

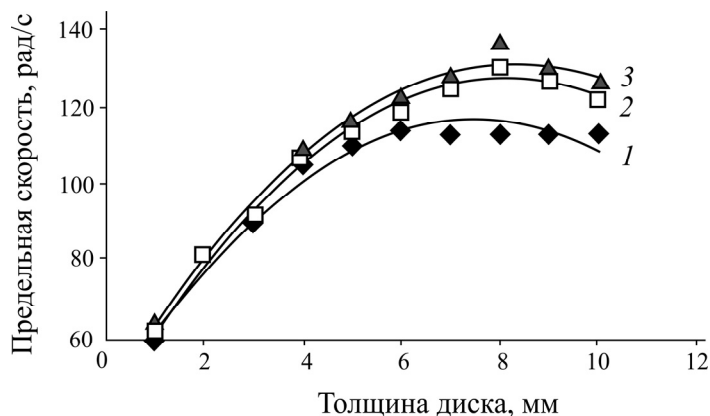


Рис. 3. Зависимость предельной скорости вращения рабочего колеса от толщины диска при толщине втулки рабочего колеса 1 (1), 3 (2) и 5 мм (3)

Предельная скорость вращения ротора, соответствующая области перегиба графиков в диапазоне толщин втулки 1–5 мм, значительно зависит от роста собственной массы втулки для скоростей вращения по концам рабочих лопаток в области 115–132 м/с. Снижение массы элементов рабочих колес позволит создавать высоконагруженные вентиляторы, способные обеспечивать работоспособность вплоть до скоростей вращения по концам лопаток 220 м/с.

В связи с этим возникает задача снижения нагрузки на корпус РК путем снижения его массы. Решается она методом топологической оптимизации, так же как и для лопаток рабочего колеса [26]. Характеристики стали 10ХСНД элементов рабочего колеса, МПа: предел текучести  $\sigma_T = 400$ ; предел прочности  $\sigma_B = 540$ ; коэффициент Пуассона  $\mu = 0.3$ ; модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$ .

При оптимизации задавались ограничения, в качестве которых использовались следующие параметры: максимальные допустимые напряжения 220 МПа, рассчитанные по теории прочности Мизеса (запас прочности 1.8), и ограничение собственной массы рабочего колеса — не более 70 % от исходной массы. Топологическая оптимизация выполнена в программном комплексе ANSYS [27–29], реализованном на основе метода SIMP, с использованием следующих критериев: минимум массы корпуса и соблюдение требуемого уровня напряжений в элементах корпуса РК.

Основной особенностью SIMP-метода является работа в области виртуальной плотности в ограниченном геометрии детали пространстве. Эта область разбивается на элементы, имеющие виртуальные плотности  $\rho$  (безразмерные величины), которые могут принимать значения в диапазоне 0–1. Суть метода заключается в итерационном процессе снижения областей, имеющих элементы с плотностями, меньше заданной (в том числе нулевой). Также учитываются начальные и граничные условия задачи, критерии оптимальности и целевая функция оптимизации (уменьшение массы конструкции с учетом заданного ограничения на максимально допустимую массу).

Оптимизация рабочих колес выполнена для вентиляторов диаметром 2.1, 2.8, 3.6 и 4.0 м. Рассмотрен корпус РК осевого вентилятора главного проветривания ВО-28, имеющего диаметр 2.8 м, скорость вращения до 1500 об./мин (что соответствует скорости по концам лопаток 220 м/с). Исходная масса РК 2917 кг.

На рис. 4 приведена схема нагружения рабочего колеса. Нагрузки представлены нормальными составляющими сил инерции (центробежные силы) от рабочих лопаток и их собственной массы. Так как центробежные нагрузки значительно превышают аэродинамические, то в расчетах использовались только они [30]. Согласно SIMP-методу, для оптимизации необходимо определить минимальную податливость конструкции на основе статического расчета.

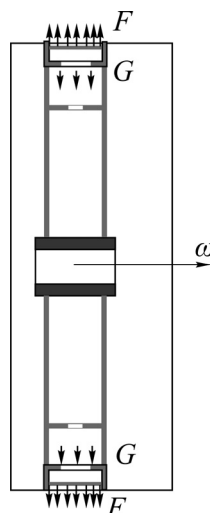


Рис. 4. Схема нагружения корпуса рабочего колеса:  $F$  — силы инерции от лопаток;  $G$  — масса лопаток

Затем проводилась оптимизация распределения материала в корпусе рабочего колеса. Результаты расчетов показали, что втулка и опорные диски имеют напряжения много ниже допускаемых. Следовательно, можно перейти от двухдисковой к однодисковой конструкции рабочего колеса (рис. 5а), что позволит значительно уменьшить его массу.

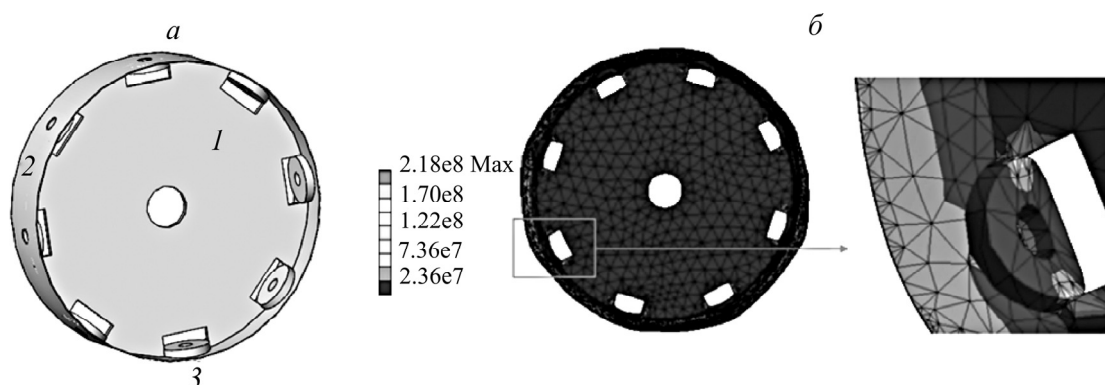


Рис. 5. Конструктивная схема корпуса однодискового рабочего колеса (а) и распределение напряжений в его корпусе (б): 1 — опорный диск; 2 — втулка; 3 — шайба (место крепления лопаточных узлов)

Расчет напряженно-деформированного состояния корпуса РК выполнен на основе метода конечных элементов пакета ANSYS. Так как напряженное состояние сложное, то в качестве расчетных напряжений необходимо использовать эквивалентные напряжения по Мизесу [31]. На рис. 5б для корпуса РК с диаметром по концам лопаток 2.8 м показано распределение эквивалентных напряжений, соответствующих скорости вращения ротора 1000 об./мин. Максимальные напряжения, возникающие в корпусе РК, имеющего один диск, не превышают предельные напряжения, рассчитанные с учетом коэффициента запаса прочности, равного 1.8. Таким образом, конструкция рабочего колеса, имеющего два диска, по прочности будет эквивалента однодисковой. При этом однодисковый корпус рабочего колеса имеет значительно меньшую массу (1850 кг) по сравнению с двухдисковым (2917 кг).

Однодисковое РК также можно оптимизировать, получив оптимальную по массе и моменту инерции конструкцию. Проведем топологическую оптимизацию однодискового РК в программном пакете ANSYS. На рис. 6а представлено распределение материала в конструкции

рабочего колеса при воздействии нормальной составляющей сил инерции и сил от лопаток после оптимизации, с учетом преобразования геометрии модели, путем сглаживания, удаления остаточных областей материала и конструкторской проработки. Расчетная модель после всех доработок геометрии будет иметь форму, значительно отличающуюся от конструкции до оптимизации.

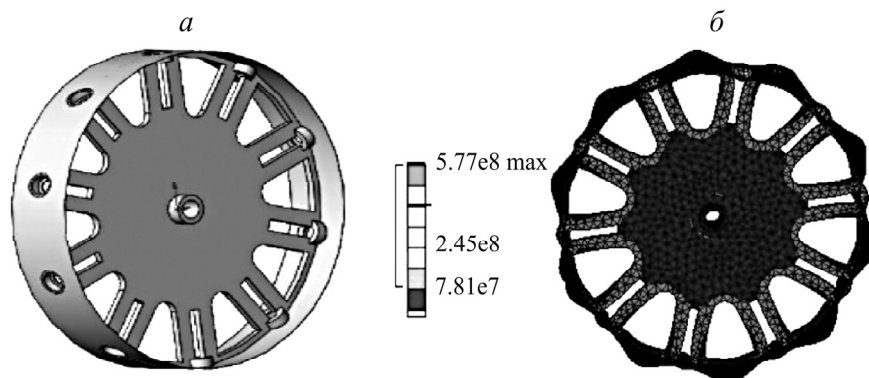


Рис. 6. Оптимизированная модель корпуса РК после доработки геометрии сглаживания для вентилятора с диаметром рабочего колеса по концам лопаток 2800 мм (а) и распределение напряжений в его корпусе (б)

Если происходит коррекция в виде простого сглаживания геометрии, то различия в исходной и финальной версиях конструкции будут незначительными. При появлении каких-либо полоостей, не связанных между собой элементов в конструкции и пр., необходимо внести существенные изменения в геометрию, что потребует проведения дополнительных расчетов НДС элементов конструкции РК. На рис. 6б показано распределение эквивалентных напряжений, соответствующих скорости вращения ротора 1000 об./мин, для оптимизированного корпуса РК. Максимальные напряжения не превышают предельных с учетом коэффициента запаса прочности. Оптимизированное рабочее колесо после сглаживания имеет массу 1020 кг, что удовлетворяет ограничению по массе, которое составляет не более 70 % от первоначальной массы колеса.

Аналогично построены зависимости предельной окружной скорости однодискового рабочего колеса от частот вращения ротора 300 – 1500 об./мин, диаметра РК, толщины втулки и опорного диска (рис. 7), при которой напряжения в узлах РК не превышают допустимые 200 МПа.

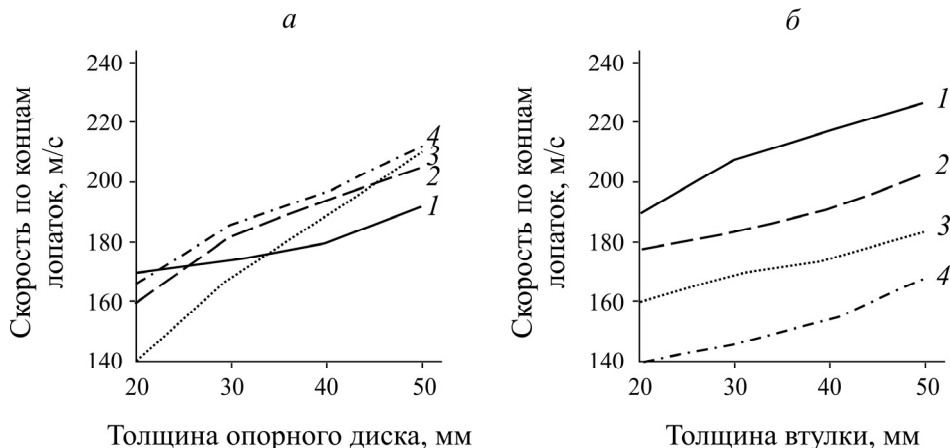


Рис. 7. Зависимость допускаемой окружной скорости по концам лопаток от толщины опорного диска (а) и втулки (б) при  $\sigma=200$  МПа для разных диаметров РК: 1 — 2400; 2 — 3000; 3 — 3600; 4 — 4300 мм

## ВЫВОДЫ

Решена задача топологической оптимизации в программном комплексе ANSYS и получено оптимальное распределение материала однодискового рабочего колеса для осевых вентиляторов главного проветривания. Конструкция рабочего колеса после оптимизации имеет параметры, максимально соответствующие заданным при проектировании, обладает минимальной массой при соответствующих ограничениях на предельные значения напряжений в конструкции.

Обоснована конструкция однодискового рабочего колеса для осевых вентиляторов главного проветривания, имеющая меньшую на 30–54 % массу и момент инерции рабочего колеса по сравнению с двухдисковым колесом. Определены зависимости конструктивных параметров элементов рабочего колеса, таких как втулки и опорные диски, от частоты вращения ротора вентилятора.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Haiqing Hao, Shuguang Jiang, Zhengyan Wu, Kai Wang, and Xian Xi.** Experimental study on precise control air quantity on demand by the cooperation of multiple main fans in mine, *J. Cleaner Production*, 15 August 2023. — 137626.
2. **Bao-cai Yu and Liang-shan Shao.** An optimization method of mine ventilation system based on  $R_2$  index hybrid multi-objective equilibrium optimization algorithm, *Energy Reports*, 2022, Vol. 8. — P. 11003–11021.
3. **Гендлер С. Г., Крюкова М. С.** Управление тепловым режимом линий метрополитена, включающих в себя двухпутные и однопутные тоннели // ГИАБ. — 2023. — № 9-1. — С. 248–269.
4. **Красюк А. М., Русский Е. Ю., Попов Н. А.** Новые направления в создании шахтных осевых вентиляторов главного проветривания // Горн. журн. — 2019. — № 10. — С. 61–66.
5. **Zhefu Yang, Jie Hong, Dong Wang, Yanhong Ma, and Ronghui Cheng.** Failure analysis of an aero-engine inter-shaft bearing due to clearance between the outer ring and its housing, *Eng. Failure Analysis*, 2023. — 107298.
6. **Bharti S. K., Bisoi A., Sinha A., Samantaray A. K., and Bhattacharyya R.** Sommerfeld effect at forward and backward critical speeds in a rigid rotor shaft system with anisotropic supports, *J. Sound Vib.*, 2019, Vol. 442. — P. 330–349.
7. **Greenhill L. M. and Cornejo G. A.** Critical speeds resulting from unbalance excitation of Backward Whirl Modes, in *Am. Soc. Mech. Eng. Digital Collection*, 2021. — P. 991–1000.
8. **Venkata Sushma Chinta, P. Ravinder Reddy, and Koorapati Eshwar Prasad.** Investigation of shear properties of axial flow fan blade material with partial woven jute reinforcements, *Materialstoday: Proceedings*. Available online 9 March 2023.
9. **Venkata Sushma Chinta, P Ravinder Reddy, and Koorapati Eshwar Prasad.** Experimental investigation of high cycle fatigue life of jute fibre reinforced hybrid composite material for axial flow fan blades, *Materialstoday: Proceedings*, 2022, Vol. 59, Part 1. — P. 357–367.
10. **Брусиловский И. В.** Аэродинамический расчет осевых вентиляторов. — М.: Машиностроение, 1986. — 288 с.
11. **Xuemin Ye, Nan Zheng, Jiami Hu, Chunxi Li, and Zhanpu Xue.** Numerical investigation of the benefits of serrated Gurney flaps on an axial flow fan, *Energy*, 2022, Vol. 252. — 124072.
12. **Gabriel L. Podgaitsky, Marcelo L. C. de Oliveira, and Christian J. L. Hermes.** Model-based efficiency mapping and parametric analysis of low-pressure axial fans Cartographie par modélisation de l'efficacité et analyse paramétrique des ventilateurs axiaux basse pression, *Int. J. of Refrigeration*, 2022, Vol. 144. — P. 136–144.



13. Красюк А. М., Косых П. В. Разработка шахтных осевых вентиляторов с повышенной производительностью в реверсивном режиме // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук.* — 2021. — Т. 8. — № 1. — С. 230–237.
14. Брусиловский И. В. *Аэродинамические схемы и характеристики осевых вентиляторов ЦАГИ.* — М.: Недра, 1978. — 198 с.
15. Носырев Б. А., Белов С. В. *Вентиляторные установки шахт и метрополитенов.* — Екатеринбург: УГГГА, 2000. — 278 с.
16. Krasyyuk A. M., Lugin I. V., Kosykh P. V., and Russky E. Y. Substantiation of life extension method for two-stage axial flow fans for main ventilation, *J. Min. Sci.*, 2019, Vol. 55, No. 3. — P. 478–493.
17. Yanyan Ding, Jun Wang, Boyan Jiang, Qianhao Xiao, Xiaopei Yang, Lanyong Wu, and Bochao Xie. Numerical investigation of the effect of blade distortion laws on the corner flow separation of the axial-flow fan, *Aerospace Sci. Tech.*, 2023, Vol. 138. — 108296.
18. Krasyyuk A. M. and Russky E. Y. Optimizing design of blades for high-speed axial fans, *J. Min. Sci.*, 2020, Vol. 56, No. 6. — P. 1024–1031.
19. Rui Liu, Yu Sun, and Jun Ni. Geometric deformation prediction of a centrifugal impeller considering welding distortion and fluid-structure interaction, *J. Manuf. Proc.*, 2023, Vol. 96. — P. 80–98.
20. Yanyan Ding, Jun Wang, Boyan Jiang, Qianhao Xiao, Xiaopei Yang, Lanyong Wu, and Bochao Xie. Numerical investigation of the effect of blade distortion laws on the corner flow separation of the axial-flow fan, *Aerospace Sci. Tech.*, 2023, Vol. 138. — 108296.
21. Petrov N. N. and Panova N. V. Strength of adaptable blade ring of heavy-duty axial mine fans, *J. Min. Sci.*, 2013, Vol. 49, No. 1. — P. 118–125.
22. Русский Е. Ю. Повышение эффективности работы эксплуатируемых вентиляторов главного проветривания шахт и метрополитенов: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. — Новосибирск, 2022.
23. Krasyyuk A. M., Kosykh P. V., and Russky E. Y. Influence of train piston effect on subway fans, *J. Min. Sci.*, 2014, Vol. 50, No. 2. — P. 362–370.
24. Пат. 2484310 РФ. Рабочее колесо осевого вентилятора / А. М. Красюк, Е. Ю. Русский // *Опубл. в БИ.* — 2013.
25. Красюк А. М., Косых П. В. Исследование инерционно-массовых характеристик рабочих колес осевых тоннельных вентиляторов // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук.* — 2014. — № 2. — Т. II. — С. 124–126.
26. Красюк А. М., Русский Е. Ю., Кутаев В. И., Горшков И. В. Разработка и исследование прочности рабочих лопаток с сотовой структурой сердечника для осевых шахтных вентиляторов // *Горное оборудование и электромеханика.* — 2017. — № 1. — С. 3–6.
27. Zhao J., Du F., and Yao W. Structural analysis and topology optimization of a bent-bar-frame piston based on the variable density approach, *Proc. ASME 2014 Dynamic Systems and Control Conf.*, 2014. — P. 1–7.
28. Du F. and Tao Z. Study on lightweight of the engine piston based on topology optimization, *Adv. Mater. Res.*, 2011, Vol. 201–203. — P. 1308–1311.
29. Hong J., Chen X., Wang Y., and Ma Y. Optimization of dynamics of non-continuous rotor based on model of rotor stiffness, *Mech. Syst. Sig. Process.*, 2019, Vol. 131. — P. 166–182.
30. Косых П. В. Разработка методики расчета и обоснование параметров роторов регулируемых осевых вентиляторов главного проветривания шахт и метрополитенов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Новосибирск, 2018. — 138 с.
31. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г. Б. *Расчет на прочность деталей машин: справочник.* — М.: Машиностроение, 1993. — 639 с.

*Поступила в редакцию 23/VI 2023*

*После доработки 12/IX 2023*

*Принята к публикации 15/IX 2023*