

## ВОСПЛАМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ ОЧАГОВ РАЗОГРЕВА ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛОТДАЧИ НА БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Р. С. Буркина, В. В. Буркин\*

Томский государственный университет, 634050 Томск

\*НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете, 634050 Томск

В рамках асимптотического анализа исследуется воспламенение реакционноспособного вещества цилиндрической формы, в котором в начальный момент времени имеется периодическая система очагов разогрева. Изучено влияние теплоотдачи в боковую поверхность цилиндра и соседства очагов на режимы процесса. Найденное решение показывает существенную зависимость критических условий воспламенения от режима теплоотдачи. Соседство очагов приводит к конечным изменениям параметров лишь при их достаточно близком расположении. Для случая теплоизолированной боковой поверхности результаты сопоставлены с известными решениями.

Применение электрического нагрева, взрыва проводящих фольг и проволок позволяет создать в реакционноспособном веществе систему высокотемпературных зон для иницирования химической реакции. Решение тепловой части этого процесса — определение критических условий и времени воспламенения вещества — обычно рассматривается в рамках задачи об очаговом тепловом взрыве [1, 2]. Численный [1, 2], приближенный [3] и асимптотический [4] анализы этого процесса позволили установить логарифмическую зависимость параметра Франк-Каменецкого от температурного напора, определяющую критические условия воспламенения одиночного очага разогрева при отсутствии дополнительных теплопотерь из области разогрева. В [5–8] эти условия исследовались в зависимости от начального распределения температуры в очаге и ограниченного теплоотвода из него. В работе [9] изучались особенности очагового воспламенения при различных кинетических функциях химического процесса. В [10–12] рассмотрено влияние соседства системы идентичных очагов на критические условия воспламенения.

Ниже анализируется воспламенение реакционноспособного вещества в форме неограниченного цилиндра радиусом  $r$  при наличии теплоотдачи с боковой поверхности. Предполагается, что в начальный момент времени в веществе имеется периодическая система очагов разогрева в виде пластин радиусом  $r$  и толщиной  $2l$ . Расстояние между центрами ближайших очагов  $2L$ . Начальная температура внутри

очага однородна и равна  $T_0$ . Температура и выгорание по поперечным сечениям осредняются, а теплоотдача в боковую поверхность учитывается с помощью эффективного коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{eff}$ , который определяется при переходе к осредненным по поперечным сечениям переменным в уравнении теплопроводности. При постоянной температуре боковой поверхности цилиндра, равной температуре окружающей среды,  $\alpha_{eff} = 2\lambda/r^2$ , где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности вещества. При теплообмене по закону Ньютона  $\alpha_{eff} = 2\alpha/r$ , где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи на боковой поверхности. Начальная температура вне очага постоянна и равна температуре внешней среды  $T_b$ ,  $T_b < T_0$ . Для реагирующего вещества боковая поверхность непроницаема, а начальное распределение концентрации однородно.

В силу принятых допущений и периодичности расположения очагов разогрева достаточно рассмотреть развитие одного очага в области  $0 \leq x \leq L$  с условиями симметрии на границах. Соответствующая математическая формулировка задачи в безразмерных переменных  $\Theta = E(T_0 - T)/RT_0^2$ ,  $\eta = (a_0 - a)/a_0$ ,  $\xi = x/l$ ,  $\tau = t/t_{ad}$  записывается в виде

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{1}{Fk} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{Nu}{Fk} (\Theta_0 - \Theta) - \varphi(\eta) \exp\left(-\frac{\Theta}{1 - \sigma\Theta/\Theta_0}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{Le}{Fk} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \gamma\varphi(\eta) \exp\left(-\frac{\Theta}{1 - \sigma\Theta/\Theta_0}\right), \quad (2)$$

$$\tau > 0, \quad 0 < \xi < d,$$

$$\Theta(\xi, 0) = \Theta_0 \eta_1(\xi - 1), \quad (3)$$

$$\eta(\xi, 0) = 0, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta(0, \tau)}{\partial \xi} &= \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = \\ &= \frac{\partial \Theta(d, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \eta(d, \tau)}{\partial \xi} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\text{Fk} = c\rho l^2/\lambda t_{ad}$ ;  $\text{Nu} = \alpha_{\text{eff}} l^2/\lambda$ ;  $\Theta_0 = E(T_0 - T_b)/RT_0^2$ ;  $\gamma = c\rho RT_0^2/a_0 QE$ ;  $\text{Le} = c\rho D/\lambda$ ;  $\sigma = (T_0 - T_b)/T_0$ ;  $t_{ad} = [c\rho RT_0^2/EQk_0\tilde{\varphi}(a_0)] \exp(E/RT_0)$ ;  $d = L/l$ ;  $\varphi(\eta)$  — кинетическая функция химических реакций;  $\eta_1(\xi - 1)$  — единичная функция;  $Q$  — тепловой эффект химической реакции;  $\text{Fk}$ ,  $\text{Nu}$ ,  $\text{Le}$  — числа Франк-Каменецкого, Нуссельта, Льюиса;  $a$ ,  $a_0$  — текущая и начальная концентрации реагирующего вещества;  $t_{ad}$  — характерное время адиабатической реакции;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $D$  — коэффициент диффузии;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность;  $\eta$  — выгорание.

Сформулированная задача рассматривается при значениях  $\Theta_0 \gg 1$  и  $\text{Fk} \gg 1$ . Поэтому решение (1)–(5) проводится в рамках подхода, развитого в [4, 5]. От  $\Theta(\xi, \tau)$  перейдем к зависимой переменной  $\Phi(\xi, \tau) = \Theta(\xi, \tau) - \Theta_I(\xi, \tau)$ , где  $\Theta_I(\xi, \tau)$  — решение инертной задачи об охлаждении очага:

$$\frac{\partial \Theta_I}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \Theta_I}{\partial \xi^2} + \frac{\text{Nu}}{\text{Fk}} (\Theta_0 - \Theta_I), \quad (6)$$

$$\tau > 0, \quad 0 < \xi < d,$$

$$\Theta_I(\xi, 0) = \Theta_0 \eta_1(\xi - 1), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Theta_I(0, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \Theta_I(d, \tau)}{\partial \xi} = 0. \quad (8)$$

Тогда для определения  $\Phi(\xi, \tau)$ ,  $\eta(\xi, \tau)$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} &= \frac{1}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - \frac{\text{Nu}}{\text{Fk}} \Phi - \\ &- \varphi(\eta) \exp\left(-\frac{\Phi + \Theta_I}{1 - \sigma(\Phi + \Theta_I)/\Theta_0}\right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial \tau} &= \frac{\text{Le}}{\text{Fk}} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \\ &+ \gamma \varphi(\eta) \exp\left(-\frac{\Phi + \Theta_I}{1 - \sigma(\Phi + \Theta_I)/\Theta_0}\right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Phi(\xi, 0) = \eta(\xi, 0) = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(0, \tau)}{\partial \xi} &= \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = \\ &= \frac{\partial \Phi(d, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \eta(d, \tau)}{\partial \xi} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Внутри очага разогрева ( $\xi < 1$ ) уравнения (9)–(12) с точностью  $O(\Theta_0^{-1}, \text{Fk}^{-1})$  можно записать в виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = -\varphi(\eta) \exp[-(\Phi + \Theta_I)], \quad (13)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma \varphi(\eta) \exp[-(\Phi + \Theta_I)], \quad (14)$$

$$\Phi(\xi, 0) = \eta(\xi, 0) = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi(0, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = 0.$$

Задача (13)–(15) имеет первый интеграл

$$\eta = -\gamma \Phi, \quad (16)$$

использование которого позволяет из (13)–(15) получить независимую задачу для  $\Phi(\xi, \tau)$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = -\varphi(-\gamma \Phi) \exp(-\Phi - \Theta_I), \quad (17)$$

$$\Phi(\xi, 0) = \frac{\partial \Phi(0, \tau)}{\partial \xi} = 0. \quad (18)$$

Интегрирование (17), (18) приводит к следующему уравнению:

$$\int_0^\Phi \frac{\exp(\Phi)}{\varphi(-\gamma \Phi)} d\Phi = - \int_0^\tau \exp[-\Theta_I(\xi, \tau)] d\tau. \quad (19)$$

Дальнейшее исследование (19) требует конкретизации кинетической функции. Для упрощения анализа критических условий рассмотрим реакцию нулевого порядка ( $\varphi(-\gamma \Phi) \equiv 1$ ) без учета выгорания реагента. Это дополнительное упрощение, как показано в [7, 9], не окажет существенного влияния на критические условия и время воспламенения. Тогда из (19) следует

$$\Phi(\xi, \tau) = \ln\left\{1 - \int_0^\tau \exp[-\Theta_I(\xi, \tau)] d\tau\right\}. \quad (20)$$

Температурное поле вне очага  $1 \geq \xi \geq d$  определяется при переходе к переменным  $\xi_1 = \text{Fk}^{1/2}(\xi - 1)$ ,  $\Phi_1 = \Theta_0^{-1}\Phi$ . С точностью до величин  $O(\Theta_0^{-1}e^{-\Theta_0}, \text{Fk}^{-1})$  из (1), (3), (5) и условия сращивания решений  $\Phi_1(\xi_1 \rightarrow -\text{Fk}^{1/2}, \tau) = \Theta_0^{-1}\Phi(\xi \rightarrow 1, \tau)$  приходим к задаче

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi_1^2}, \quad (21)$$

$$\Phi_1(\xi_1, 0) = \frac{\partial \Phi_1[(d-1)Fk^{1/2}, \tau]}{\partial \xi_1} = 0, \quad (22)$$

$$\Phi_1(-Fk^{1/2}, \tau) = \Theta_0^{-1} \Phi(1, \tau), \quad (23)$$

где согласно (20)

$$\begin{aligned} \Theta_0^{-1} \Phi(1, \tau) &= f(\tau) = \\ &= \Theta_0^{-1} \ln \left\{ 1 - \int_0^\tau \exp[-\Theta_I(1, \tau)] d\tau \right\}. \end{aligned}$$

Решение (21)–(23) операционным методом дает искомое выражение для распределения температуры вне очага:

$$\begin{aligned} \Phi_1(\xi_1, \tau) &= \frac{\xi_1 + Fk^{1/2}}{2\pi^{1/2}} \int_0^\tau f(y) \times \\ &\times \exp \left[ -\frac{(\xi_1 + Fk^{1/2})^2}{4(\tau - y)} \right] (\tau - y)^{-3/2} dy. \end{aligned} \quad (24)$$

При необходимости из (20) и (24) можно построить составное разложение для температурного поля во всей исследуемой области  $0 \leq \xi \leq d$ .

Выражение для выгорания находится из (16) при подстановке в него  $\Phi(\xi, \tau)$  либо из составного разложения, либо из (20), (24). Не вдаваясь в подробный анализ, отметим, что величина  $\eta(\xi, \tau)$  в исследуемом временном диапазоне невелика ввиду малости параметра  $\gamma$ . Максимум  $\eta(\xi, \tau)$  находится в центре очага. С течением времени  $\eta(\xi, \tau)$  растет, достигая существенных значений лишь вблизи момента воспламенения.

За момент воспламенения  $\tau_{ign}$  принималось условие неограниченного возрастания температуры в центре очага  $\Phi(0, \tau \rightarrow \tau_{ign}) \rightarrow -\infty$ . Тогда из (20) следует

$$1 = \int_0^{\tau_{ign}} \exp[-\Theta_I(0, \tau)] d\tau, \quad (25)$$

где  $\Theta_I(0, \tau)$  определяется из (6)–(8) и имеет вид

$$\Theta_I(0, \tau) = \Theta_0 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{Nu\tau}{Fk} \right) \right] +$$

$$+ \Theta_0 \exp \left( -\frac{Nu\tau}{Fk} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \operatorname{erfc} \frac{2nd+1}{2\sqrt{\tau/Fk}} - \operatorname{erfc} \frac{2(n+1)d-1}{2\sqrt{\tau/Fk}} \right\}. \quad (26)$$

В [4] для  $Nu = 0$  показано, что уравнение (25) имеет конечные корни  $\tau_{ign}$  только при больших значениях  $Fk$ . В противном случае при  $\Theta_0 \gg 1$  подынтегральная функция остается экспоненциально малой даже при  $\tau \gg 1$ , и уравнение (25) конечных корней не имеет. Отмеченное в [11] воспламенение системы очагов при очень больших значениях  $\tau_{ign}$  обусловлено адиабатическим воспламенением от средней температуры среды и к очаговому механизму воспламенения не относится.

Для нахождения конечных времен воспламенения очагов разогрева воспользуемся разложением (26) по параметру  $Fk \gg 1$ . После подстановки разложения (26) при  $(d-1) \sim O(Fk^{-1})$  в (25) и интегрирования последнего с точностью  $O(Fk^{-1})$ ,  $(\Theta_0/Fk^{1/2}) \times \exp(-9Fk/4\tau_{ign})$ ,  $(\Theta_0/Fk)^2 \exp(-Fk/2\tau_{ign})$  получаем уравнение для определения времени воспламенения:

$$\begin{aligned} \left( \frac{Fk}{Nu\Theta_0} - 1 \right) \exp \left( \frac{\Theta_0 Nu \tau_{ign}}{Fk} \right) - \frac{Fk}{Nu\Theta_0} = \\ = \frac{8\Theta_0 \tau_{ign}^{5/2}}{\pi^{1/2} Fk^{3/2}} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{Fk(d-1)}{\tau_{ign}} \right] \right\} \times \\ \times \exp \left( -\frac{Fk}{4\tau_{ign}} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

На основе этого соотношения проанализируем наиболее интересные случаи.

1.  $d = 1$ , т. е. все вещество в начальный момент времени нагрето до температуры  $T_0$ . Из (27) следует

$$\tau_{ign} = \frac{Fk}{\Theta_0 Nu} \ln \frac{1}{1 - Nu\Theta_0/Fk}. \quad (28)$$

Действительные значения  $\tau_{ign}$  из (28) существуют лишь при  $Fk > Nu\Theta_0$ . При  $Fk \rightarrow Nu\Theta_0$  время воспламенения  $\tau_{ign}$  резко возрастает, и при

$$Fk \leq Fk_* = Nu\Theta_0 \quad (29)$$

$\tau_{ign}$  действительных значений не имеет. В размерном виде это условие означает, что при  $\alpha_{eff}(T_0 - T_b) \geq Qk_0 \tilde{\varphi}(a_0) \exp(-E/RT_0)$  все тепло, выделяемое в ходе химических реакций при температуре  $T_0$ , отводится в боковую поверхность и воспламенение не происходит.

2.  $Nu = 0$ , т. е. теплоотвод в боковую поверхность отсутствует. Из (27) имеем

$$\tau_{ign} = 1 + \frac{8\Theta_0\tau_{ign}^{5/2}}{\pi^{1/2}Fk^{3/2}} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{Fk(d-1)}{\tau_{ign}}\right] \right\} \times \exp\left(-\frac{Fk}{4\tau_{ign}}\right). \quad (30)$$

Левая часть этого равенства — линейно-возрастающая функция, а правая — степенная со степенью большей единицы. Поэтому возможность существования корней (30) зависит от величины  $Fk$ . При  $Fk > Fk_*$  уравнение (30) имеет два корня, меньший из которых определяет время воспламенения и находится итерациями. Большой корень физического смысла не имеет, поскольку процесс рассматривается до момента воспламенения. При  $Fk < Fk_*$  действительных корней нет, что означает отсутствие воспламенения. При  $Fk = Fk_*$  имеется лишь один корень, определяющий время воспламенения. Отсюда следует, что критическое значение  $Fk_*$  разделяет два режима развития процесса и его значение находится из условия касания функций, представляющих левую и правую части равенства (30):

$$\tau_{ign*} = 1 + \frac{8\Theta_0\tau_{ign*}^{5/2}}{\pi^{1/2}Fk_*^{3/2}} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{Fk_*(d-1)}{\tau_{ign*}}\right] \right\} \times \exp\left(-\frac{Fk_*}{4\tau_{ign*}}\right), \quad (31)$$

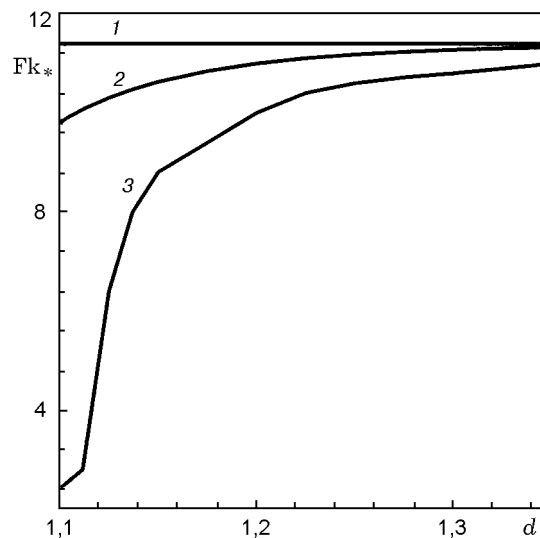
$$1 = \frac{8\Theta_0\tau_{ign*}^{3/2}}{\pi^{1/2}Fk_*^{3/2}} \left\{ \frac{5}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Fk_*(d-1)}{\tau_{ign*}}\right) \right] + \frac{Fk_*}{4\tau_{ign*}} \left[ 1 - (1+4(d-1)) \exp\left(-\frac{Fk_*(d-1)}{\tau_{ign*}}\right) \right] \right\} \times \exp\left(-\frac{Fk_*}{4\tau_{ign*}}\right). \quad (32)$$

Решение системы (31), (32) дает

$$\tau_{ign*} = 1 + \frac{4}{Fk_*} + O(Fk_*^{-2}),$$

$$Fk_* = 4 \ln \left\{ \frac{2e\Theta_0[1 - \exp(-Fk_*(d-1))]}{\sqrt{\pi Fk_*}} \right\}. \quad (33)$$

При  $d \rightarrow \infty$  из (33) следует критическое значение параметра Франк-Каменецкого для одиночного очага [4]. На рисунке приведено сравнение решения (33) (кривая 2) с результатами



Критические значения параметра Франк-Каменецкого:

$\Theta_0 = 19$ ; 1 — одиночный очаг ( $d \rightarrow \infty$ ), 2 — расчет по формуле (33), 3 — данные [11]

численного счета [11] (кривая 3) при различных расстояниях между соседними очагами. При  $d > 1,15$  найденное критическое значение удовлетворительно согласуется с расчетом [11]. Уменьшение  $d$  приводит к расхождению сравниваемых результатов. Это объясняется тем, что при малых значениях  $d$  средняя начальная температура всей системы достаточно высока, и воспламенение возможно уже при небольших значениях  $Fk$ . В этом случае задача теряет очаговый характер и процесс воспламенения происходит фактически по всему объему со средней температурой, которая устанавливается в реакционноспособном веществе после охлаждения очагов разогрева. Резкое изменение кривой 3 при  $d < 1,15$  также указывает на смену характера протекающего процесса. При  $d > 1,3$  соотношение (33), как и результат [11], с точностью не хуже 3 % дает критическое условие для одиночного очага (кривая 1). Это соответствует выводу [10] о том, что влияние соседства очагов на критическое условие воспламенения заметно, если расстояние между соседними очагами не превышает 30 % их размера.

3.  $Nu \approx 1$ ,  $Fk(d-1) \approx 1$ . В этом случае (27) имеет единственный корень при  $Fk > Nu\Theta_0$  и не имеет корней при  $Fk < Nu\Theta_0$ . Таким образом, критическое условие не зависит от соседства очагов и определяется, как и в случае 1, теплоотдачей в боковую поверхность. Сравнение формул (33) при  $Nu = 0$  и (29) при  $d = 1$

показывает, что критическая связь параметров  $Fk$  и  $\Theta_0$  из логарифмической переходит в линейную, что также указывает на подавляющее влияние теплоотдачи в боковую поверхность на гашение очагов разогрева. Значение времени воспламенения для рассматриваемого случая находится итерациями:

$$\tau_{ign} = \frac{Fk}{Nu\Theta_0} \ln \left\{ \left[ \frac{Fk}{Nu\Theta_0} + \frac{8\Theta_0\tau_{ign}^{5/2}}{\pi^{1/2}Fk^{3/2}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[ 1 - \exp\left(-\frac{Fk(d-1)}{\tau_{ign}}\right) \right] \exp\left(-\frac{Fk}{4\tau_{ign}}\right) \right] / \right. \\ \left. / \left( \frac{Fk}{Nu\Theta_0} - 1 \right) \right\}.$$

4.  $Nu \ll 1$ ,  $Nu\Theta_0 \approx 1$ . Уравнение (27) при  $Fk \geq Fk_*$  имеет три корня. Меньший ( $\tau_{ign,1} \approx 1$ ) определяет время воспламенения очагов, а большие ( $\tau_{ign,2}$  и  $\tau_{ign,3} \gg 1$ ) не имеют физического смысла, так как процесс рассматривается лишь до момента воспламенения. При  $Fk < Fk_*$  имеется один корень  $\tau_{ign} \gg 1$ , который определяет момент воспламенения системы при температуре, устанавливающейся в реакционном веществе после охлаждения очагов разогрева. Переход от малых времен воспламенения к большим происходит скачком при  $Fk = Fk_*$ , что можно рассматривать как критическое условие очагового воспламенения. Соответствующие соотношения для критических параметров находятся аналогично случаю 2 из условия касания функций, представляющих левую и правую части равенства (27), и при рассматриваемых соотношениях параметров с точностью  $O(Fk_*^{-1})$  имеют вид

$$\tau_{ign*} = 1 + \frac{4}{Fk_*} + \frac{Nu\Theta_0}{2Fk_*},$$

$$Fk_* = \frac{Nu\Theta_0}{2} + \\ + 4 \ln \left\{ \frac{2e\Theta_0[1 - \exp(-Fk_*(d-1))]}{\sqrt{\pi Fk_*}} \right\}.$$

## ВЫВОДЫ

- Проведено асимптотическое исследование воспламенения системы очагов разогрева при теплоотдаче в боковую поверхность.
- Проанализированы соотношения для критических условий и времен воспламенения.
- Установлена сильная зависимость критических условий воспламенения от режима теплоотвода в боковую поверхность.

• Полученные результаты могут быть использованы для оценки стабильности воспламенения реакционноспособных веществ в условиях многоочагового разогрева.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г., Барзыкин В. В., Гонтковская В. Т. Задача об очаговом тепловом взрыве // Докл. АН СССР. 1963. Т. 148, № 2. С. 380–383.
2. Merzhanov A. G. On critical conditions of thermal explosion of a hot spot // Combust. Flame. 1966. V. 10, N 4. P. 341–348.
3. Thomas P. H. An approximate theory of “hot spot” critically // Combust. Flame. 1973. V. 21, N 1. P. 99–109.
4. Буркина Р. С., Виллюнов В. Н. О возбуждении химической реакции в горячей точке // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 4. С. 75–79.
5. Буркина Р. С., Виллюнов В. Н. Очаговое тепловое воспламенение при произвольном начальном распределении температуры // Хим. физика. 1982. № 3. С. 419–422.
6. Берман В. С., Рязанцев Ю. С., Шевцова В. М. Асимптотический анализ зажигания горючей газовой смеси тепловой неоднородностью // Прикл. математика и механика. 1980. Т. 44, вып. 1. С. 85–95.
7. Князева А. Г., Буркина Р. С., Виллюнов В. Н. Особенности очагового теплового воспламенения при различных начальных распределениях температуры // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 3. С. 45–48.
8. Виллюнов В. Н., Буркина Р. С. К теории очагового теплового взрыва при наличии термического сопротивления // Горение конденсированных систем: Материалы Всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. Черногоровка, 1980. С. 18–21.
9. Буркина Р. С., Князева А. Г. Влияние автокатализа на критические условия очагового теплового воспламенения // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 2. С. 15–21.
10. Zaturka M. V. Thermal explosion of interacting hot spots // Combust. Flame. 1975. V. 25, N 1. P. 25–30.
11. Ананьев А. В., Земских В. И., Лейпунский О. И. О тепловом самовоспламенении системы горячих очагов // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19, № 4. С. 49–52.
12. Азизова В. Р., Буркина Р. С. Асимптотический анализ теплового воспламенения периодической системы очагов разогрева // Механика быстротекающих процессов. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 1989. С. 28–36.

Поступила в редакцию 4/VI 1999 г.,  
в окончательном варианте — 28/X 1999 г.