

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ИЗОТРОПНЫХ И КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ИМПУЛЬСНОГО НАГРУЖЕНИЯ КРУГЛЫХ ПЛАСТИН

Н. А. Абросимов, Н. А. Куликова

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород
E-mails: abrosimov@mech.unn.ru, knadya2004@mail.ru

Развит метод идентификации материальных параметров определяющих соотношений вязкоупругого и упругопластического деформирования изотропных и однородных композитных материалов, основанный на минимизации невязки результатов численного и экспериментального моделирования нестационарного деформирования элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов. Проведено тестирование метода и показана его эффективность при определении вязкоупругих и упругопластических характеристик моделей нелинейного деформирования изотропных и композитных круглых пластин при импульсном нагружении.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация, вязкоупругое и упругопластическое деформирование, численный метод, импульсное нагружение.

Введение. Существует большое количество математических моделей нелинейного поведения различных материалов [1]. Однако при введении в эти модели материальных функций и констант возникают значительные трудности. Обычно для определения деформационных характеристик и параметров моделей деформирования материалов и элементов конструкций используются экспериментально-аналитические подходы, которые налагают существенные ограничения на форму испытываемых образцов и вид нагружения, поскольку для получения аналитических решений необходима идеализация реальных условий эксперимента и моделей поведения материала. Кроме того, такие методы (резонансные, гистерезисные, метод свободных затухающих колебаний) [2] часто оказываются неэффективными вследствие значительного влияния на результаты измерений условий закрепления, способа возбуждения колебаний, неоднородности напряженно-деформированного состояния и технологических трудностей изготовления образцов. Наиболее существенно эти недостатки проявляются в нелинейной области деформирования материалов и элементов конструкций из композитных материалов, так как материал и конструкция создаются в рамках единого технологического процесса.

Возможности экспериментально-теоретических подходов определения деформационных и прочностных характеристик материалов значительно расширяются при использовании современных численных методов и программных кодов компьютерного моделирования

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-01-00500а), а также в рамках программы поддержки ведущих научных школ (код проекта НШ-3367.2008.8) и Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 гг. (конкурсы № НК-59П, НК-221П).

физического эксперимента без априорных ограничивающих предположений о характере напряженно-деформированного состояния. Следует отметить целесообразность применения данного подхода при определении материальных параметров определяющих соотношений для композитных материалов.

Подобные методы идентификации применялись в ряде работ для нахождения эффективных характеристик и параметров линейных определяющих соотношений композитных материалов на основе статических [3–6] и динамических экспериментов [7, 8]. Данная работа является продолжением этих исследований, проведенных с использованием методов идентификации для определения деформационных характеристик и параметров моделей нелинейного деформирования круглых пластин из изотропных и композитных материалов при импульсном нагружении.

1. Постановка задачи. Рассматривается осесимметричное деформирование круглых пластин толщиной h и радиусом R в системе координат α_i , $i = 1, 3$ (ось α_1 направлена вдоль радиуса пластины, ось α_3 — по нормали к срединной плоскости пластины). Коэффициенты Ламе A_j ($j = 1, 2$) и кривизны k_j пластины в данной системе координат равны

$$A_1 = 1, \quad A_2 = r \quad (0 \leq r \leq R), \quad k_j = 0 \quad (j = 1, 2). \quad (1)$$

Поскольку рассматриваемые пластины могут быть неоднородными и иметь среднюю толщину, кинематическая модель их деформирования основывается на неклассической теории пластин и оболочек [9, 10]. Компоненты вектора перемещений u_i ($i = 1, 3$) представим в виде разложений

$$u_i(\alpha_1, \alpha_3, t) = \sum_{n=0}^N u_i^n(\alpha_1, t) \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

где $x = 2\alpha_3/h$; $u_i^n(\alpha_1, t)$ — искомые функции; t — время; $(n + 1/2)^{1/2} P_n(x)$ — ортонормированные полиномы Лежандра.

Подставляя перемещения (2) в геометрически нелинейные соотношения пространственной теории упругости [11], после несложных преобразований и упрощений получаем деформационные соотношения простейшего квадратичного варианта неклассической теории пластин:

$$e_{11} = \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_1^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) + \frac{1}{2} \omega_2^2, \quad e_{22} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^N u_1^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x),$$

$$e_{33} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_3^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P'_n(x), \quad (3)$$

$$e_{13} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_1^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P'_n(x) + \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x),$$

где

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{h} \sum_{n=0}^N u_1^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P'_n(x) - \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) \right),$$

$P'_n(x)$ — производные от полиномов Лежандра.

Определяющие соотношения изотропных пластин формулируются на основе дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением [12]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \lambda e + \mu e'_{ij}, & e_{ij} &= e'_{ij} + e''_{ij}, & e &= e_{11} + e_{22} + e_{33}, & \dot{e}_{ij} &= \dot{\gamma} S_{ij}, \\ \sigma &= \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}, & \sum_{i,j=1}^3 S_{ij} S_{ij} &= \frac{2}{3} \sigma_*^2, & S_{ij} &= \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} - \rho_{ij}, \\ \rho_{ij} &= 2g e''_{ij}, & e''_{ij} &= \int_0^t \dot{e}''_{ij} dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь λ , μ — параметры Ламе; e'_{ij} , e''_{ij} — упругие и пластические компоненты тензора деформаций; δ_{ij} — тензор Кронекера; σ_* , g — предел текучести и модуль упрочнения соответственно; $\dot{\gamma}$ — скалярный параметр. Параметры упругопластической модели можно представить в виде вектора $E = (\lambda, \mu, \sigma_*, g)^T$, компоненты которого определяются в результате решения задачи идентификации.

Связь между тензорами напряжений и деформаций в композитных пластинах устанавливается на основе линейной теории вязкоупругости [10]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ii} &= \sum_{j=1}^3 C_{ij}^0 e_{ij}^0 \quad (i = \overline{1,3}), & \sigma_{13} &= G_{13}^0 e'_{13}, & e_{ii}^0 &= e_{ii} - \left(1 - \frac{C_{ii}^\infty}{C_{ii}^0}\right) \int_0^t R(t-\tau) e_{ii}(\tau) d\tau, \\ e_{ij}^0 &= e_{jj} - \left(1 - \frac{C_{ij}^\infty}{C_{ij}^0}\right) \int_0^t R(t-\tau) e_{jj}(\tau) d\tau, & e'_{13} &= e_{13} - \left(1 - \frac{G_{13}^\infty}{G_{13}^0}\right) \int_0^t R(t-\tau) e_{13}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5)$$

(C_{ij}^0 , G_{13}^0 , C_{ij}^∞ , G_{13}^∞ — мгновенные и длительные жесткостные характеристики, которые выражаются через компоненты вектора $E = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$ и определяются, как и выше, в результате решения задачи идентификации; $R(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n e^{-\beta_n t}$ — ядро релаксации максвелловского типа).

Для того чтобы получить уравнения движения импульсно-нагруженных пластин, используем принцип возможных перемещений [10, 11], который с учетом (1)–(5) представляется в виде

$$\begin{aligned} & \int_0^R \sum_{n=0}^N \left[M_{11}^n \frac{\partial (\delta u_1^n)}{\partial \alpha_1} + \left(\frac{M_{22}^n}{r} + M_{13}^n + N_{11}^n \right) \delta u_1^n + (M_{13}^n - N_{11}^n) \frac{\partial (\delta u_3^n)}{\partial \alpha_1} + M_{33}^n \delta u_3^n \right] r d\alpha_1 + \\ & + \int_0^R \sum_{n=0}^N \left[\left(\sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_1^m \right) \delta u_1^n + \left(\sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_3^m \right) \delta u_3^n \right] r d\alpha_1 - \int_0^R \sum_{n=0}^N (F_1^n \delta u_1^n + F_3^n \delta u_3^n) d\alpha_1 - \\ & - \sum_{n=0}^N (N_1^n \delta u_1^n + N_3^n \delta u_3^n) r \Big|_{\alpha_1=0,R} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$M_{11}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x) dx, \quad M_{22}^n = \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{22} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n(x) dx,$$

$$\begin{aligned}
M_{13}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{13} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) dx, & M_{13}^m &= \int_{-1}^{+1} \sigma_{13} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n'(x) dx, \\
N_{11}^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} \omega_2 \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) dx, & N_{11}^m &= \int_{-1}^{+1} \sigma_{11} \omega_2 \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n'(x) dx, \\
M_{33}^n &= \int_{-1}^{+1} \sigma_{33} Z_1 Z_2 \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n'(x) dx, \\
A_n^n &= \rho h / 2 \quad (n = \overline{0, N}), & A_m^n &= 0 \quad \text{при } n \neq m \quad (m, n = \overline{0, N}), \\
F_1^n &= r(n + 1/2)^{1/2} (q_1 + (-1)^n p_1), & F_3^n &= r(n + 1/2)^{1/2} (q_3 + (-1)^n p_3), \\
N_1^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} s_1 \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) dx, & N_3^n &= \frac{h}{2} \int_{-1}^{+1} s_3 \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) dx,
\end{aligned}$$

ρ — плотность материала пластины; q_i , p_i и s_i ($i = 1, 3$) — интенсивности внешних нагрузок, действующих на поверхностях и контуре пластины соответственно.

Выполняя в (6) интегрирование по частям и учитывая произвольность вариаций δu_i^n , получим неклассические уравнения движения круглой пластины

$$\begin{aligned}
\frac{\partial (r M_{11}^n)}{\partial \alpha_1} + M_{22}^n + (M_{13}^m + N_{11}^m) r + F_1^n &= r \sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_1^m, \\
\frac{\partial (r (M_{13}^n - N_{11}^n))}{\partial \alpha_1} + r M_{33}^n + F_3^n &= r \sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_3^m
\end{aligned} \tag{7}$$

и естественные граничные условия при $\alpha_1 = 0, R$

$$M_{11}^n = N_1^n, \quad M_{13}^n - N_{11}^n = N_3^n. \tag{8}$$

Интегрирование уравнений движения (7) проводится с учетом граничных условий (8) и начальных условий

$$u_i^n(\alpha_1, 0) = u_i^{0n}(\alpha_1), \quad \dot{u}_i^n(\alpha_1, 0) = \dot{u}_i^{0n}(\alpha_1) \quad (i = 1, 3; \quad n = \overline{0, N}), \tag{9}$$

где $u_i^{0n}(\alpha_1)$, $\dot{u}_i^{0n}(\alpha_1)$ — моменты заданных функций $u_i^0(\alpha_1, \alpha_3)$, $\dot{u}_i^0(\alpha_1, \alpha_3)$, определяемые формулами

$$u_i^{0n}(\alpha_1) = \int_{-1}^{+1} u_i^0(\alpha_1, \alpha_3) \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) dx, \quad \dot{u}_i^{0n}(\alpha_1) = \int_{-1}^{+1} \dot{u}_i^0(\alpha_1, \alpha_3) \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) dx.$$

Ставится следующая задача параметрической идентификации материальных констант и функций в моделях упругопластического и вязкоупругого поведения композитных и изотропных материалов. Требуется найти набор параметров (вектор) $E = (\lambda, \mu, \sigma_*, g)^T$ определяющих соотношений (4) или набор параметров $E = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$ определяющих соотношений (5), при которых результаты расчетов по математической модели (1)–(9), описывающей динамическое поведение изотропных упругопластических и композитных вязкоупругих круглых пластин, наилучшим образом согласуются с экспериментальными данными.

Под параметрами определяющих соотношений понимаются мгновенные и длительные модули упругости и сдвига, пределы текучести, модули упрочнения, коэффициенты Пуассона и времена релаксации. В результате задача сводится к нахождению вектора коэффициентов определяющих соотношений, обеспечивающего в выбранной норме минимальное расхождение между расчетными и экспериментальными данными. В качестве нормы выбирается функционал, представляющий собой сумму среднеквадратичных отклонений характерных расчетных значений от характерных экспериментальных значений перемещений и деформаций и их скоростей:

$$F(E) = \sum_{m=1}^M \int_S \left\{ \sum_{i=1,3} [A_i(u_i^m - u_i^{*m})^2 + B_i(\dot{u}_i^m - \dot{u}_i^{*m})^2] + \sum_{i=1,2} [C_i(e_i^m - e_i^{*m})^2 + D_i(\dot{e}_i^m - \dot{e}_i^{*m})^2] \right\} dS. \quad (10)$$

Здесь S — область, занимаемая пластиной; A_i, B_i, C_i, D_i — весовые коэффициенты; $u_i^m, \dot{u}_i^m, e_i^m, \dot{e}_i^m, u_i^{*m}, \dot{u}_i^{*m}, e_i^{*m}, \dot{e}_i^{*m}$ — характерные расчетные и экспериментальные значения радиальных и окружных перемещений, деформаций и их скоростей, выбранные на временных осциллограммах.

Так как экспериментальные данные о полях перемещений, деформаций и их скоростей известны в отдельных точках пластины, задача поиска минимума функционала (10) сводится к задаче поиска минимума функции нескольких переменных:

$$C(E) = \sum_{k=1}^K \left\{ \sum_{m=1}^M \left[\sum_{i=1,3} (A_i(u_i^m - u_i^{*m})^2 + B_i(\dot{u}_i^m - \dot{u}_i^{*m})^2) + \sum_{i=1,2} (C_i(e_i^m - e_i^{*m})^2 + D_i(\dot{e}_i^m - \dot{e}_i^{*m})^2) \right] \right\}_k \quad (11)$$

(K — число точек, в которых определяются экспериментальные значения перемещений, деформаций и их скоростей).

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к следующей классической задаче нелинейного программирования: требуется найти значения компонент вектора управляемых параметров $E = (e_1, e_2, \dots, e_r)^T$, которым соответствует минимальное значение целевой функции $C(E^*) = \min C(E)$ в области допустимых значений $D = \{E: f(E) \leq 1, E \in \Pi\}$, принадлежащей области поиска $\Pi = \{E: e_j^- \leq e_j \leq e_j^+, j = \overline{1, r}\}$. Границы области поиска e_j^-, e_j^+ определяются условиями устойчивости материала и экспериментальными данными [1].

2. Метод решения задачи. Численное решение сформулированной задачи идентификации включает три этапа: 1) решение начально-краевой задачи нелинейного деформирования изотропных и композитных круглых пластин при импульсном нагружении; 2) анализ чувствительности целевой функции по искомым параметрам (проектным переменным); 3) поиск глобального минимума целевой функции.

На первом этапе решения задачи идентификации используется явная вариационно-разностная схема [10].

На втором этапе решения задачи идентификации проводится анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования с целью оценки возможности определения искоемых параметров определяющих соотношений в данной задаче. При этом анализе

используется теория глобальных показателей чувствительности, применяемая при изучении нелинейных математических моделей [13]. Глобальные показатели чувствительности функции $C(E) = C(e_1, e_2, \dots, e_l)$ определяются как отношение дисперсий

$$S_{i_1, \dots, i_s} = D_{i_1, \dots, i_s} / D,$$

где

$$D_{i_1, \dots, i_s} = \int_0^1 C_{i_1, \dots, i_s}^2 de_{i_1} \cdots de_{i_s}, \quad D = \int_0^1 C^2(E) dE - C_0^2, \quad C_0 = \int_0^1 C(E) dE,$$

$$1 \leq i_1, \dots, i_s \leq l, \quad 1 \leq s \leq l.$$

Ниже используются одномерные показатели чувствительности S_i , которые позволяют ранжировать переменные e_i : чем больше S_i , тем более существенное влияние оказывает переменная e_i .

На третьем этапе решается задача поиска глобального минимума целевой функции (11). Для решения задачи глобальной оптимизации не существует универсального эффективного алгоритма, поэтому для нахождения глобального минимума были разработаны два подхода. Первый подход основан на использовании глобального анализа чувствительности и детерминированных прямых методов оптимизации. Сначала проводится оценка чувствительности целевой функции по искомым параметрам. В результате параметры, по отношению к которым выявлена малая чувствительность целевой функции, заменяются их средними значениями, полагаемыми неизменными. Параметры, оказывающие существенное влияние на целевую функцию, определяются в результате решения задачи оптимизации методами прямого поиска. При этом в качестве начального приближения используются значения искоемых переменных, полученные при анализе чувствительности целевой функции. Это позволяет повысить скорость сходимости метода и избежать попадания в локальные минимумы, что возможно при выборе случайного начального приближения.

Во втором подходе применяется эволюционный вероятностный глобальный метод оптимизации, основанный на генетическом алгоритме, который заключается в последовательном подборе, комбинировании и вариации искоемых параметров с помощью механизмов, аналогичных механизмам биологической эволюции [14].

Предлагаемые алгоритмы вычисления глобальных показателей чувствительности и поиска глобального минимума целевой функции ориентированы на использование многопроцессорных вычислительных систем и кластерных архитектур. Распараллеливание алгоритма реализуется через распределение независимых вычислений значений целевой функции для каждого случайного набора искоемых параметров. Для распараллеливания алгоритма между процессорами применяется стандартный интерфейс обмена данными MPI (message passing interface) [15].

Использование программного кода, обеспечивающего параллельные вычисления при решении задач идентификации, позволяет уменьшить время счета более чем в 150 раз по сравнению с временем счета при использовании последовательного вычисления.

3. Тестирование метода и результаты решения задач идентификации. Предварительно проводилось тестирование метода идентификации на задачах вязкоупругого и упругопластического динамического деформирования ортотропных и изотропных круглых пластин при импульсном нагружении. В тестовых задачах в качестве экспериментальной информации использовались результаты решения прямых задач динамического деформирования круглых пластин с заданными параметрами в моделях определяющих соотношений материалов.

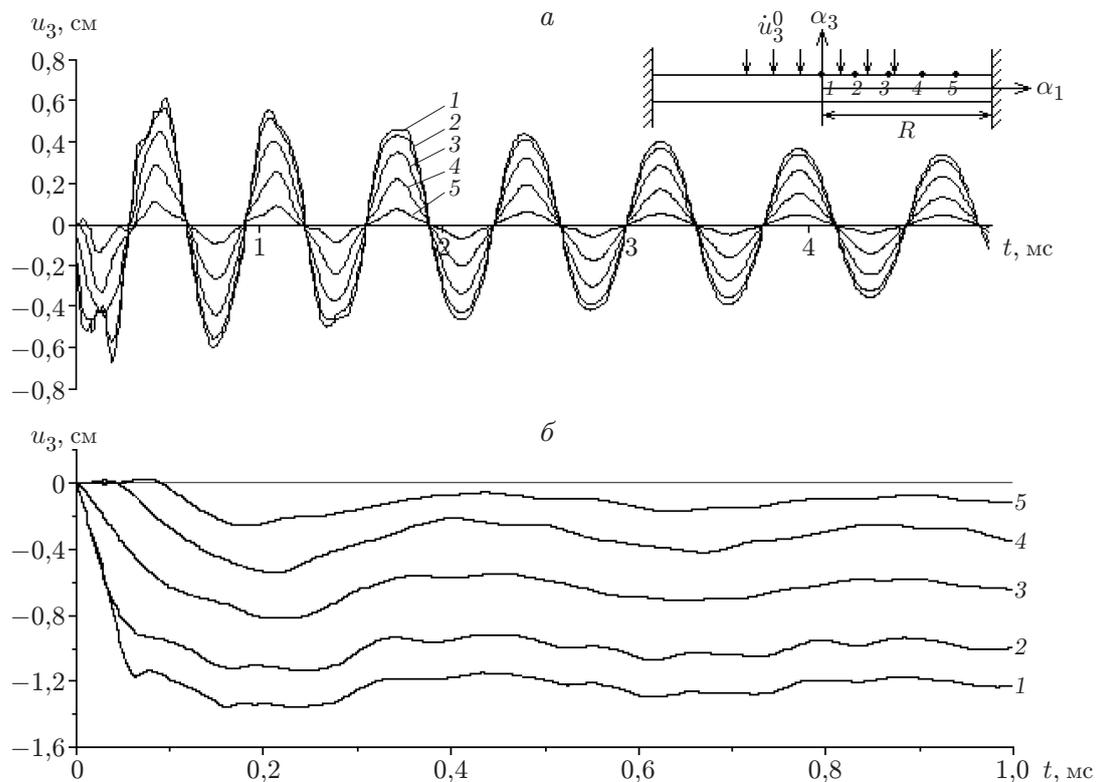


Рис. 1. Осциллограммы нормальных перемещений на срединной поверхности вязкоупругой (а) и упругопластической (б) пластин:

а — $E_1 = 57,0$ ГПа, $E_2 = 14,0$ ГПа, $E_3 = 14,0$ ГПа, $G_{13} = 5,7$ ГПа, $E_1^\infty = 45,6$ ГПа, $E_2^\infty = 11,2$ ГПа, $E_3^\infty = 11,2$ ГПа, $G_{13}^\infty = 4,6$ ГПа, $\nu_{12} = 0,277$, $\nu_{23} = 0,4$, $\nu_{13} = 0,277$, $\beta_1 = 50\,000$ с⁻¹, $\rho = 1990$ кг/м³; б — $E = 70$ ГПа, $\nu = 0,3$, $g = 0,51$ ГПа, $\sigma_* = 0,3$ ГПа, $\rho = 2700$ кг/м³; точки 1–5 — точки, в которых снимались осциллограммы 1–5

Результаты решения прямых задач вязкоупругого и упругопластического деформирования жестко заземленной круглой пластины ($R = 7,62$ см, $h = 0,32$ см), нагруженной импульсом с начальной скоростью $\dot{u}_3^0 = -11\,200$ см/с, представлены на рис. 1 в виде временных зависимостей нормальных перемещений в пяти точках, смещенных относительно центра пластины на величину $\delta_* = 0; 1,27; 2,86; 4,45; 6,03$ см соответственно.

На основе данных зависимостей, а также временных осциллограмм радиальных деформаций и их скоростей строились целевые функции для решения задач идентификации вязкоупругой и упругопластической моделей поведения материала пластины при следующих ограничениях на искомые параметры:

а) для вязкоупругой задачи 40 ГПа $\leq E_1 \leq 70$ ГПа; 10 ГПа $\leq E_2 \leq 20$ ГПа; 10 ГПа $\leq E_3 \leq 20$ ГПа; 2 ГПа $\leq G_{13} \leq 7$ ГПа; 40 ГПа $\leq E_1^\infty \leq 70$ ГПа; 10 ГПа $\leq E_2^\infty \leq 20$ ГПа; 10 ГПа $\leq E_3^\infty \leq 20$ ГПа; 2 ГПа $\leq G_{13}^\infty \leq 7$ ГПа; $0,1 \leq \nu_{12} \leq 0,4$; $0,1 \leq \nu_{13} \leq 0,4$; $0,2 \leq \nu_{23} \leq 0,5$; 10^4 с⁻¹ $\leq \beta_1 \leq 2 \cdot 10^5$ с⁻¹; $E_1 \geq E_1^\infty$; $E_2 \geq E_2^\infty$; $E_3 \geq E_3^\infty$; $G_{13} \geq G_{13}^\infty$;

б) для упругопластической задачи 40 ГПа $\leq E \leq 90$ ГПа; $0,10 \leq \nu \leq 0,49$; $0,3$ ГПа $\leq g \leq 0,7$ ГПа; $0,15$ ГПа $\leq \sigma_* \leq 0,45$ ГПа.

Для проверки устойчивости решения задачи идентификации к возможным погрешностям определения исходных осциллограмм перемещений и деформаций наряду с детерминированными зависимостями, представленными на рис. 1, использовались их “зашумленные” аналоги, полученные с учетом случайного 10 %-го разброса характерных значений на исходных осциллограммах.

Таблица 1

Идентифицированные материальные параметры
определяющих соотношений вязкоупругого деформирования

Параметр модели	$S_i, \%$		$\Delta_i, \%$	
	ДО*	ЗО**	ДО	ЗО
E_1	48,40	47,50	2,55	3,39
E_2	12,67	11,57	6,44	2,22
E_3	0,77	0,66	8,01	9,49
G_{13}	6,18	5,15	5,16	4,08
E_1^∞	81,05	79,15	1,25	6,76
E_2^∞	17,49	16,59	3,75	9,31
E_3^∞	0	0,15	0,80	8,43
G_{13}^∞	7,32	6,32	7,05	5,09
ν_{12}	4,00	3,32	3,87	6,88
ν_{23}	2,53	1,53	9,23	17,65
ν_{13}	2,56	1,56	7,75	16,34
β_1	3,78	4,77	11,76	14,69

* ДО — детерминированная осциллограмма.

** ЗО — “зашумленная” осциллограмма.

Таблица 2

Идентифицированные материальные параметры
определяющих соотношений упругопластического деформирования

Параметр модели	$S_i, \%$		$\Delta_i, \%$	
	ДО	ЗО	ДО	ЗО
E	57,17	56,53	0	0,74
ν	20,96	19,64	0,19	7,25
g	4,92	4,63	0,25	10,95
σ_*	79,17	79,98	0	0,02

Найденные в результате решения задач идентификации материальные параметры определяющих соотношений моделей вязкоупругого и упругопластического деформирования круглых пластин, а также показатели их чувствительности представлены в табл. 1, 2 соответственно (S_i — полные одномерные показатели чувствительности; $\Delta_i = ((e_i - e_i^*)/e_i^*) \cdot 100 \%$ — отклонения идентифицированных параметров e_i модели от заданных значений e_i^*). Из табл. 1, 2 следует, что наиболее существенными параметрами вязкоупругой модели являются мгновенный и длительный радиальные модули упругости, а упругопластической модели — модуль упругости и предел текучести. Чувствительные параметры моделей определяются с большей точностью по сравнению с менее чувствительными. Погрешность исходных осциллограмм перемещений, деформаций и их скоростей не оказывает существенного влияния на результаты определения параметров, по отношению к которым выявлена чувствительность моделей определяющих соотношений.

Рассмотрена задача идентификации параметров определяющих соотношений по результатам экспериментального исследования упругопластического деформирования круглых пластин при локальном импульсном нагружении [16]. В качестве исходных осциллограмм использовались приведенные в [16] временные зависимости нормального перемещения в центре пластины $\alpha_1 = 0$ и деформации лицевой поверхности пластины при $\alpha_1 = 5,4$ см. Геометрия пластины и условия нагружения те же, что и в рассмотренном вы-

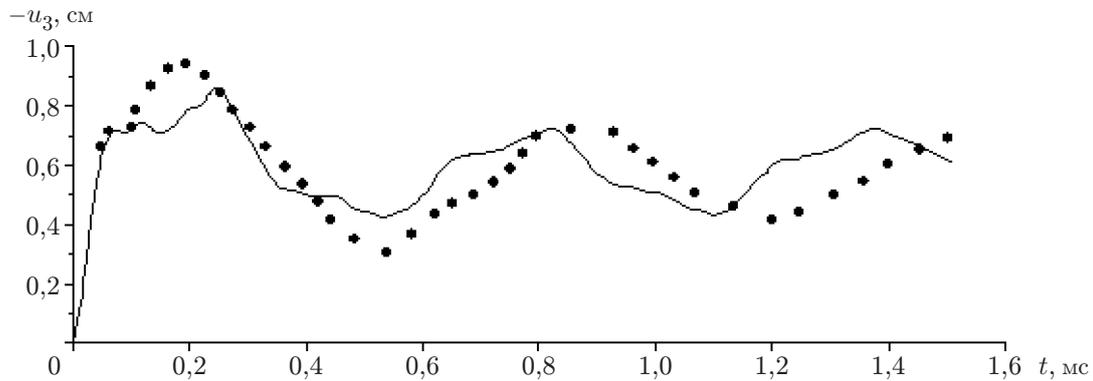


Рис. 2. Нормальное перемещение в центре пластины:
 точки — результаты эксперимента, сплошная линия — результаты численного расчета с идентифицированными параметрами определяющих соотношений дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением

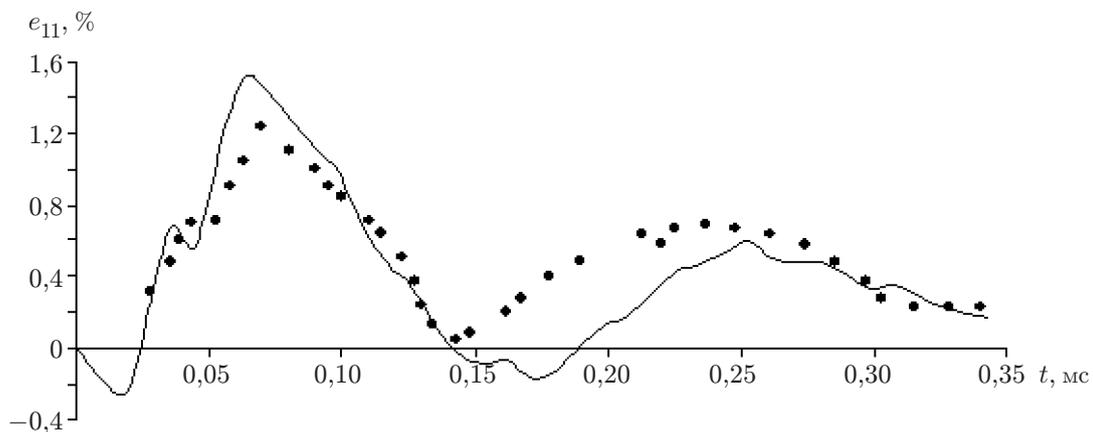


Рис. 3. Радиальная деформация лицевой поверхности пластины при $\alpha_1 = 5,4$ см (обозначения те же, что на рис. 2)

ше примере. Результаты решения задачи представлены на рис. 2, 3 в виде осциллограмм перемещения и деформации. Из рис. 2, 3 следует, что результаты теоретических расчетов и экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются (различие находится в пределах погрешности эксперимента). Это свидетельствует о приемлемой точности определения материальных параметров модели.

Заключение. Предложен расчетно-экспериментальный метод, позволяющий с необходимой точностью определять материальные параметры определяющих соотношений вязкоупругого и упругопластического деформирования изотропных и композитных материалов и адекватно описывать динамическое поведение круглых пластин, выполненных из исследуемых материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Работнов Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
2. **Пелех Б. Л.** Экспериментальные методы исследования динамических свойств композиционных структур / Б. Л. Пелех, Б. И. Саляк. Киев: Наук. думка, 1990.

3. **Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Таирова Л. П.** Идентификация упругих характеристик однонаправленных материалов по результатам испытаний многослойных композитов // Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1989. Т. 30. С. 16–31.
4. **Суворова Ю. В., Добрынин В. С.** Определение свойств композита в конструкции методом параметрической идентификации // Механика композит. материалов. 1989. № 1. С. 150–157.
5. **Матвеев В. П., Юрлова Н. А.** Идентификация упругих постоянных композитных оболочек на основе статических и динамических экспериментов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1998. № 3. С. 12–20.
6. **Каюмов Р. А.** Расширенная задача идентификации механических характеристик материалов по результатам испытаний конструкций // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2004. № 2. С. 94–103.
7. **Демешкин А. Г., Козеко М. Е., Корнев В. М., Кургузов В. Д.** Демпфирующие характеристики композитных конструкционных материалов, изготовленных намоткой // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 190–195.
8. **Абросимов Н. А., Баженов В. Г., Куликова Н. А.** Идентификация вязкоупругих характеристик композитных материалов по результатам экспериментально-теоретического анализа динамического поведения полусферических оболочек // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 3. С. 126–133.
9. **Васильев В. В., Лурье С. А.** К проблеме построения неклассических теорий пластин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 2. С. 158–167.
10. **Абросимов Н. А.** Нелинейные задачи динамики композитных конструкций / Н. А. Абросимов, В. Г. Баженов. Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 2002.
11. **Новожилов В. В.** Основы нелинейной теории упругости. М.: Гостехтеоретиздат, 1948.
12. **Ишлинский А. Ю.** Общая теория пластичности с линейным упрочнением // Укр. мат. журн. 1954. Т. 6, № 3. С. 314–325.
13. **Соболь И. М.** Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей // Мат. моделирование. 2005. Т. 17, № 9. С. 43–52.
14. **Grefenstette J. J.** Optimization of control parameters for genetic algorithms // IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics. 1986. V. 16, N 1. P. 122–128.
15. **Антонов А. С.** Параллельное программирование с использованием технологии MPI: Учеб. пособие. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004.
16. **Duffey T. A., Key S. W.** Experimental-theoretical correlation of impulsively loaded clamped circular plates // Exp. Mech. 1969. V. 9, N 6. P. 241–249.

*Поступила в редакцию 20/VII 2009 г.,
в окончательном варианте — 6/XI 2009 г.*
