

## ЛИТЕРАТУРА

1. Э. В. Конев. Физические основы горения растительных материалов. Новосибирск: Наука, 1977.
2. Э. Н. Валендик, П. М. Матвеев, М. А. Софронов. Крупные лесные пожары. М.: Наука, 1979.
3. А. М. Гришин. — В сб.: Численные методы механики сплошной среды. Т. 9, № 4. Новосибирск, 1978.
4. А. С. Дубов, Л. П. Быкова, С. В. Марунич. Турбулентность в растительном покрове. Л.: Гидрометеиздат, 1978.
5. М. Е. Берлянд. Современные проблемы проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
6. С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. Тепло- и массообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972.
7. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
8. А. М. Гришин, А. Д. Грузин, В. Г. Зверев. ФГВ, 1981, 17, 4.
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953.
10. В. А. Конев. — В сб.: Вопросы лесной пирологии. Красноярск, 1974.
11. Г. А. Тирский. ПМТФ, 1965, 1.
12. Л. Г. Сосновская, С. К. Чоксум, Е. Н. Сосновский. — В сб.: Горение и пожары в лесу, Красноярск, 1978.
13. Б. В. Алексеев, А. М. Гришин. Введение в аэротермохимию. Саратов, 1978.
14. А. И. Пехович, В. М. Жидких. Расчеты теплового режима твердых тел. Л.: Энергия, 1976.

## ЗАЖИГАНИЕ ГАЗА НАГРЕТЫМ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ЦИЛИНДРОМ

*Е. П. Костогоров, Э. А. Штессель*  
(Черноголовка)

Развитая в настоящее время тепловая теория зажигания использует предположение о том, что вещество в зоне прогрева неподвижно [1]. Однако при описании процесса зажигания жидких и газовых систем это предположение становится недопустимым. Возникает необходимость учета движения вещества, обусловленного развивающимся во времени естественным-конвективным движением. Причиной возникновения конвекции служит разность температур между зажигающей поверхностью и химически реагирующей жидкостью или газом. Одновременное протекание в системе двух нестационарных процессов — конвекции и реакции — не только усложняет общую картину зажигания, но и вносит в нее некоторые качественные изменения. Поэтому влияние естественной конвекции не может быть учтено лишь введением эффективных коэффициентов, характеризующих теплообмен, как это делается при рассмотрении процессов теплового взрыва [2]. Необходимо совместное решение уравнений, описывающих процесс зажигания и уравнений движения вещества.

В данной работе рассматривается задача о зажигании химически реагирующего газа телом цилиндрической формы в условиях естественной конвекции.

Пусть в среду неподвижного газа с начальной температурой  $T_0$ , при которой химическая реакция несущественна, погружен бесконечный горизонтальный цилиндр. Выбираем систему координат, отсчитывая  $X$  с самой нижней точки поперечного сечения цилиндра, а  $Y$  — по нормали к нему (рис. 1). В начальный момент времени  $t=0$  температура цилиндра принимает значение  $T_1 > T_0$  и затем остается постоянной.

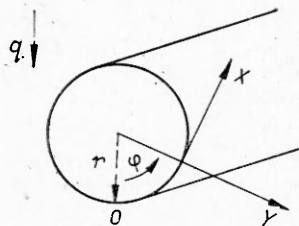


Рис. 1. Система координат.

Ввиду того, что зажигание происходит при малых глубинах превращения вещества, кинетические закономерности будем описывать реакцией нулевого порядка. Кроме того, полагаем, что для рассматриваемой разности температур  $(T_1 - T_0)$  величины, характеризующие физические свойства вещества, химическую реакцию и условия нагрева, не меняются. Естественно, это предположение не относится к плотности.

Тогда безразмерная система уравнений, описывающая процесс, в приближении пограничного слоя имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\sigma}{\Theta_n} \exp[(T-1)\Theta_n], \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + T \sin x, \\ \partial U / \partial x + \partial V / \partial y &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} \tau = 0: \quad T = 0, \quad U = V = 0, \\ y = 0: \quad T = 1, \quad U = V = 0, \\ y \rightarrow \infty: \quad T = 0, \quad U = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

При переходе к безразмерным использованы следующие величины:  $\tau = tv/r^2 \cdot Gr^{1/2}$  — время,  $y = Y Gr^{1/4}/r$ ,  $x = X/r$  — координаты,  $U = ur/\nu Gr^{1/2}$ ,  $V = vr/\nu Gr^{1/4}$  — продольная и поперечная составляющие скорости,  $\Theta = E(T - T_1)/RT_1^2$  — температура,  $Gr = g\beta(T_1 - T_0)r^3/\nu^2$  — число Грасгофа. Здесь  $r$  — радиус цилиндра;  $g$  — ускорение свободного падения;  $\nu$ ,  $\beta$  — коэффициенты кинематической вязкости и объемного расширения соответственно. Кроме того, обозначено:  $T = 1 + \Theta/\Theta_n$  и учтено, что для газа число Прандтля близко к единице, и для кругового цилиндра  $\sin \varphi = \sin x$ .

Основными параметрами в данной постановке являются безразмерная начальная температура  $\Theta_n = E(T_0 - T_1)/RT_1^2$  и параметр

$$\sigma = \frac{Qr^2 k_0 E \exp(-E/RT_1) / c\rho RT_1^2}{Pr \sqrt{Gr}},$$

где  $E$  — энергия активации;  $k_0$  — предэкспоненциальный множитель;  $Q$  — тепловой эффект;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $c$  — теплоемкость;  $\rho$  — плотность.

Физически параметр  $\sigma$  характеризует отношение характерных времен развития конвекции  $t_k$  и реакции  $t_p$ :  $\sigma = t_k/t_p$ . При больших значениях  $\sigma$  ( $t_k \gg t_p$ ) время развития конвекции велико по сравнению с характерным временем реакции, т. е. за время задержки зажигания конвекция не успевает развиться, и процесс происходит практически в неподвижной жидкости или газе. При стремлении  $\sigma$  к нулю ( $t_p \gg t_k$ ) становится существенным конвективное движение, влияющее на процесс зажигания.

Для решения уравнений нестационарного пограничного слоя в химически реагирующем газе использовался метод последовательных приближений. Возможность применения этого метода основана на следующих соображениях. В первом приближении считаем, что пространство вокруг цилиндра прогревается за счет теплопроводности в неподвижной среде. Затем за счет перепада плотности, вследствие радиального распространения тепла, в жидкости возникает конвективное движение. Одновременно с этим из-за прогрева газа в нем начинается химическая реакция, тепловыделение в результате которой вносит изменения в скорости конвективных потоков. Следующее приближение учитывает, что возникающее конвективное движение и протекающая реакция перестраивают поле температур, и дальнейшее развитие конвекции и реакции определяется этим уже изменившимся температурным полем.

Решение задачи будем искать в виде следующих рядов для температуры  $T$  и функции тока  $\psi$ , которая вводится обычным образом:

$$T = Z_0 + \sigma\tau F_0 + \tau^2 Z_1 \cos x + \sigma\tau^3 F_1 \cos x + \\ + \tau^4 (Z_2 \cos^2 x - Z_3 \sin^2 x) + \sigma\tau^5 (F_2 \cos^2 x - F_3 \sin^2 x) + \dots, \quad (3)$$

$$\psi = 2\tau^{3/2} E_0 \sin x + 2\tau^{5/2} \sigma G_0 \sin x + \\ + 2\tau^{7/2} E_1 \sin 2x + 2\tau^{9/2} \sigma G_1 \sin 2x + \dots \quad (4)$$

Первый член ряда для температуры определяет поле температур в неподвижном газе, второй — изменение этого поля вследствие возникшей химической реакции, третий — его изменение за счет конвективного движения и так далее. Физический смысл членов второго ряда аналогичен.

Использованные при разложении неизвестные функции зависят от новой переменной  $\eta = y/2\sqrt{\tau}$ . Подстановка (3) и (4) в (1) и (2) приводит к следующей системе уравнений для определения неизвестных функций:

$$\begin{aligned} Z_0'' + 2\eta Z_0' &= 0, \quad Z_0(0) = 1, \quad Z_0(\infty) = 0, \\ Z_1'' + 2\eta Z_1' - 8Z_1 &= -4Z_0' E_0, \\ Z_2'' + 2\eta Z_2' - 16Z_2 &= -8Z_0' E_1 - 4Z_1' E_0, \\ Z_3'' + 2\eta Z_3' - 16Z_3 &= 4Z_1' E_0 - 8Z_0' E_1, \\ Z_i(0) = Z_i(\infty) &= 0 \quad (i = 1, 2, 3); \\ E_0''' + 2\eta E_0'' - 4E_0' &= -4Z_0, \\ E_0(0) = E_0'(0) = E_0'(\infty) &= 0, \\ E_1''' + 2\eta E_1'' - 12E_1' &= -2Z_1 + 2(E_0')^2 - 2E_0 E_0'', \\ E_1(0) = E_1'(0) = E_1'(\infty) &= 0; \\ F_0'' + 2\eta F_0' - 4F_0 &= -\frac{4}{\Theta_n} \exp[(Z_0 - 1)\Theta_n], \\ F_1'' + 2\eta F_1' - 12F_1 &= 4Z_0' G_0 - 4F_0' E_0 - 4Z_1 \exp[(Z_0 - 1)\Theta_n], \\ F_2'' + 2\eta F_2' - 20F_2 &= -8Z_0' G_1 - 8E_1 F_0' - 4G_0 Z_1' - \\ &\quad - 4E_0 F_1' - 4Z_2 \exp[(Z_0 - 1)\Theta_n], \\ F_3'' + 2\eta F_3' - 20F_3 &= -8Z_0' G_1 - 8F_0' E_1 + 4F_1 E_0' - \\ &\quad - 4Z_1 G_0' - 4Z_3 \exp[(Z_0 - 1)\Theta_n], \\ F_i(0) = F_i(\infty) &= 0 \quad (i = 0, 1, 2, 3); \\ G_0''' + 2\eta G_0'' - 8G_0' &= -4F_0, \\ G_0(0) = G_0'(0) = G_0'(\infty) &= 0, \\ G_1''' + 2\eta G_1'' - 16G_1' &= 2E_0' G_0' - 2G_0 E_0'' - 2E_0 G_0'' - 2F_1, \\ G_1(0) = G_1'(0) = G_1'(\infty) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь штрих означает дифференцирование по аргументу  $\eta$ . Данная система уравнений решалась на ЭВМ методом прогонки. Результатом решения задачи являлось определение зависимостей  $T = T(x, y, \tau, \Theta_n, \sigma)$ ,  $\psi = \psi(x, y, \tau, \Theta_n, \sigma)$ , а также локального  $Nu = Nu(x, y, \Theta_n, \sigma)$  и интегрального по окружности цилиндра  $\bar{Nu} = \bar{Nu}(\tau, \Theta_n, \sigma)$  чисел Нуссельта.

Известно, что процесс зажигания во времени можно разбить на две стадии. Первая — прогрев вещества от внешнего источника, и вторая — саморазогрев. В случае зажигания газовых систем конвекция, причиной возникновения которой служит внешний источник тепла, оказывает влияние именно на первой стадии, стадии прогрева. Конвективное движение

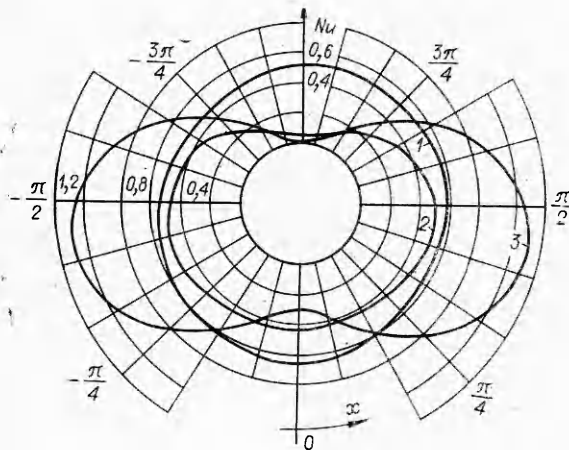


Рис. 2. Зависимость локального числа Нуссельта на поверхности цилиндра от времени в случае инертного газа.  
 $\tau$  равно: 1 — 1, 2 — 3, 3 — 4.

ние трансформирует профили температур, в результате чего поле температур в условиях конвекции значительно отличается от поля температур при теплопроводном механизме распространения тепла. Особенно сильно это различие проявля-

ется в случае горизонтально расположенных тел вращения.

Анализ изотерм в пространстве, окружающем цилиндр, для разных моментов времени показывает, что для небольших времен, когда конвективное движение еще слабо ( $\tau = 1$ ), вид изотерм практически не отличается от теплопроводного. По мере развития конвекции изотермы в верхней части вытягиваются и над цилиндром образуется так называемый «конвективный факел» ( $\tau \sim 3$ ).

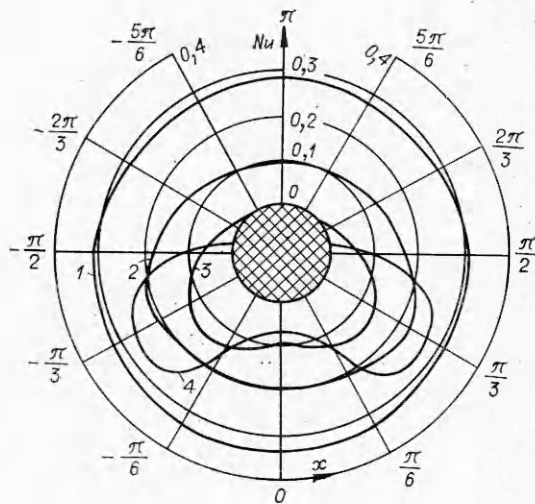
Последнее обстоятельство дает основание полагать, что действие конвекции приводит к неравномерности теплового потока с разных точек поверхности, расположенных по окружности цилиндра. С этой целью в задаче рассчитаны локальные числа Нуссельта для различных точек поверхности (положение точки на поверхности цилиндра определяется координатой  $x$ ), которые изображены на рис. 2. Видно, что наибольшая часть тепла отводится от нижней половины поверхности цилиндра. Градиент температур здесь максимален, тепловой пограничный слой тонок.

Тепло, отведенное с нижней поверхности цилиндра, конвективными потоками переносится в пространство, расположенное над ним. Поэтому время прогрева газа в верхней части цилиндра определяется временем развития конвекции. Ясно, что при сильной конвекции время прогрева будет много меньше, чем при теплопроводности. Поэтому в случае зажигания химически реагирующего газа условие зажигания быстрее будет выполняться на верхней части поверхности цилиндра. В качестве условия зажигания принимаем равенство нулю теплового потока на поверхности цилиндра [3].

Рассмотрим теперь непосредственно процесс зажигания. Характерно, что, как и в случае твердого тела, процесс зажигания протекает в две стадии. В течение первой нагревается газ в основном от источника, в течение второй стадии существенное значение приобретает тепловыделение за счет химической реакции и происходит прогрессивный саморазогрев вещества. При этом тепловой поток на поверхности сначала становится равным нулю, а затем меняет знак. Величина разогрева вследствие химического тепловыделения растет, а положение его максимума перемещается в глубь вещества. В случае зажигания газа, способного двигаться, подобная картина наблюдается не одновременно на всей поверхности цилиндра. Естественная конвекция, перенося тепло, приводит к тому, что прогретый слой формируется быстрее в верхней точке цилиндра, и здесь впервые выполняется условие зажигания. Затем граница зажигания начинает двигаться по поверхности цилиндра навстречу конвективным потокам. Это хорошо видно на рис. 3, где представлена зависимость локальных чисел Нуссельта во времени для различных точек поверхности цилиндра.

Рис. 3. Зависимость  $Nu$  на поверхности цилиндра от времени в случае химически реагирующего газа.

$\tau$  равно: 1 — 1, 2 — 2, 3 — 3,5, 4 — 4.



Таким образом, наличие конвекции приводит к локальности зажигания. Картина зажигания газа, в отличие от зажигания твердого тела, приобретает неоднородный характер. Волна разогрева движется не только в глубь вещества, но и распространяется одновременно по окружности цилиндра, охватывая все большую его поверхность. Следует подчеркнуть, что скорость распространения границы зажигания по окружности и величина поверхности, на которой выполняется условие зажигания, зависят от значений параметров  $\sigma$  и  $\Theta_n$ . При достаточно больших  $\sigma$ , что означает сильную реакцию, волна воспламенения быстро охватывает всю поверхность. Этот случай близок к зажиганию неподвижного вещества. При уменьшении  $\sigma$  (увеличение влияния конвекции) условие зажигания выполняется уже не на всей поверхности, а лишь на ее части. Зона зажигания не может распространиться на всю поверхность из-за сильных встречных конвективных потоков, отводящих тепло с поверхности цилиндра. Причем чем интенсивней конвекция, тем меньшая часть поверхности участвует в зажигании.

Влияние естественной конвекции на процесс зажигания проявляется не только в существенной локальности процесса. Конвекция сильно влияет на нестационарные характеристики зажигания, которые представляют наибольший практический интерес. На рис. 4 представлена зависимость времени задержки зажигания в единицах адиабатического периода индукции ( $\tau = at/x_*^2$ ) от безразмерной температуры для различных значений  $\sigma$ . Видно, что наличие естественной конвекции приводит к значительному уменьшению времени задержки зажигания по сравнению с теплопроводным случаем.

Для  $\sigma > 10$  время задержки зажигания при наличии конвекции удалось описать следующей зависимостью:

$$\tau_* = 0,5\Theta_n\sigma^{0,25}.$$

При  $\sigma \rightarrow 0$ , т. е. в условиях сильного влияния конвекции, время задержки зажигания слабо зависит от  $\Theta_n$  (см. рис. 4, 1) и определяется лишь временем развития конвекции.

В свою очередь время развития конвекции тоже не остается постоянной величиной и зависит от параметров, характеризующих химическую реакцию. Происходит обратное влияние реакции на развивающуюся конвекцию. С этой целью рассчитаны интегральные (по поверхности) значения чисел Нуссельта

$$\overline{Nu} = - \int_0^\pi \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} dx.$$

За время развития конвекции при протекании в газе химической реакции принималось время достижения минимума на кривых зависимости  $\overline{Nu} = \overline{Nu}(\tau)$ , аналогично тому, как это делалось для инертного газа в [4].

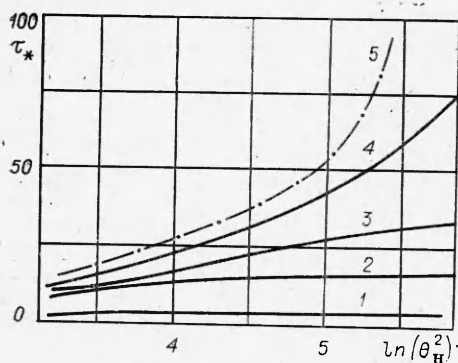


Рис. 4. Зависимость  $\tau_*$  от  $\ln(\Theta_N^2)$ .  
1 —  $\sigma=1$ ; 2 —  $\sigma=5$ ; 3 —  $\sigma=10$ ; 4 —  $\sigma=25$ ; 5 —  
расчет по результатам работы [1] для зажигания  
твердого тела.

Оказалось, что протекающая в газе химическая реакция приводит к увеличению времени развития естественной конвекции. Это связано с уменьшением перепада температур между нагретой цилиндрической поверхностью и окружающей средой, температура которой растет

вследствие химического тепловыделения.

Время развития конвекции в этом случае можно представить следующей формулой:

$$\tau_K = 1,77Gr^{-0,5} + 0,54\sigma\Theta_N^{-1,8}Gr^{-0,5},$$

где в качестве масштаба времени использована величина  $r^2/\nu$ . Первое слагаемое характеризует время развития конвекции в инертном газе, второе — увеличение этого времени, обусловленное протекающей химической реакцией.

Поступила в редакцию 14/VIII 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. G. Merzhanov, A. E. Averson. Comb. and Flame, 1971, 16, 83.
2. А. Г. Мержанов, Э. А. Штессель. Докл. АН СССР, 1970, 194, 1, 136.
3. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1939, 9, 12.
4. Е. П. Костогоров, Э. А. Штессель, А. Г. Мержанов. — В сб.: Теплообмен-6. Т. 1, вып. 3. Минск, 1980.

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ СООТНОШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ ЗАЖИГАНИЯ

И. Г. Дик, А. Б. Зурер

(Томск)

Формированию теплового слоя у поверхности конденсированного вещества под воздействием внешнего источника отводится большая роль в современной теории зажигания [1]. Математическое описание процесса, предшествующего собственно воспламенению, включает в себя уравнение теплопроводности с соответствующими начальными и граничными условиями. В настоящей работе показана возможность использования метода интегральных соотношений [2] для решения тепловой задачи применительно к расчету характеристик зажигания. Как показано ниже, этот метод, обеспечивая достаточную точность, позволяет получить простые конечные формулы. Отличительной особенностью применения метода интегральных соотношений в задачах теории зажигания является полубесконечность пространства, где строится решение уравнения теплопроводности. Иллюстрация и апробация метода проведены на ряде задач, уже решенных различными способами.

Характеристики теплового пограничного слоя в простейшем случае находятся из решения уравнения  $c\rho\partial T/\partial t = \lambda\partial^2 T/\partial x^2$  с условиями  $T(0, x) = T(t, \infty) = T_0$ . Граничное условие на поверхности ( $x=0$ ) может принимать различную форму, отражающую способ нагрева.