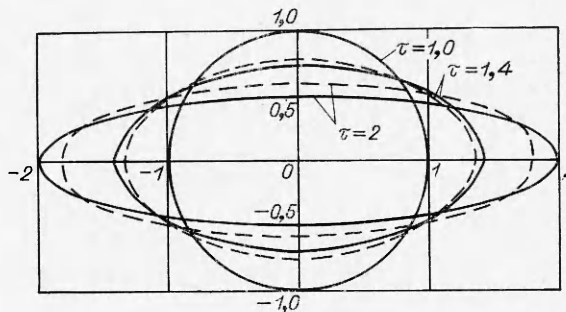


$$D_{2k} = \frac{16k\tau^2 \ln \tau}{(1 + \tau^2)^2} \left(\frac{\tau^2 - 1}{\tau^2 + 1} \right)^{k-1}, \quad A_{2k+1} = B_{2k+1} = 0 \quad (k \geq 0),$$

$$c_0 = c_{-2} = 0, \quad c_2 = \frac{2\tau^2}{1 + \tau^4}; \quad c_{2k} = \frac{c_2 + c_{2k-2}}{1 + c_2 c_{2k-2}} \quad (k \geq 1).$$

Решение последней системы получено численно на ЭВМ М-222 методом Рунге — Кутты. На фигуре изображен вид свободной границы при $\tau=1$, $\tau=1,4$ и $\tau=2$, сплошной линией изображена граница L_i , штриховой — S_i . Как в случае, когда эллипс вытягивается с течением времени, так и в случае, когда он сплюсчивается, действие вязкости замедляет процесс, вязкость стремится «округлить» свободную границу.



Автор выражает благодарность Л. С. Срубцику, В. И. Юдовичу за постановку задачи и обсуждение результатов.

Поступила 15 III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Овсянников Л. В. Задача о неустановившемся движении жидкости со свободной границей.— В кн.: Общие уравнения и примеры. Новосибирск, «Наука», 1967.
2. Ламб. Гидродинамика. М.— Л., Гостехиздат, 1947.
3. Вишик М. И., Люстерник Л. А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром.— «Усп. мат. наук», 1957, т. 12, № 5 (77).
4. Батицев В. А., Срубчик Л. С. Об асимптотике свободной поверхности жидкости при исчезающей вязкости.— «Докл. АН СССР», 1975, т. 222, № 4.

УДК 539.21

НАЧАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ПСЕВДООЖИЖЕНИЯ

Ю. А. Бувевич, Г. А. Минаев

(Москва)

При протекании газа или капельной жидкости в зернистом слое на частицы действуют гидродинамические силы, которые приводят к существенному изменению напряженного состояния по сравнению со статическим состоянием, характерным для данного слоя при отсутствии потока. В частности, при определенных режимах течения становится возможным появление в слое растягивающих нормальных напряжений, вызывающих локальные нарушения сплошности слоя и его фактическое разрушение как сыпучей сплошной среды. При этом частицы теряют регулярные контакты одна с другой и переходят во взвешенное («псевдооживленное») состояние. Несмотря на большое число эмпирических исследований псевдооживленных систем самых разных типов и широкое распространение техники псевдооживления в разных отраслях промышленности, фундаментальный вопрос о причинах и условиях перехода слоя частиц в псевдо-

ожигенное состояние и о возможных механизмах такого перехода далек от удовлетворительного разрешения [1—6]. Поэтому имеется необходимость в построении ясной физической модели начального псевдоожигения, которая дала бы возможность объяснить наблюдаемые, качественно различные картины зарождения псевдоожигенного состояния с единой точки зрения.

Задача о переходе зернистого слоя в псевдоожигенное состояние рассматривалась ранее в [7, 8] как задача о предельном равновесии сыпучего материала, выдерживающего лишь сжимающие или незначительные (не превышающие по модулю критическое напряжение сцепления) растягивающие напряжения. В действительности потенциальная возможность появления разрывов в зернистом материале еще не означает его фактического псевдоожигения, так как переход в псевдоожигенное состояние связан еще с преодолением сил пристеночного трения, которое в [7, 8] не учитывалось. Более реалистическая задача о начальном псевдоожигении зернистого слоя при наличии слабого трения на стенках рассмотрена в [9], где впервые учтена возможность существования остаточных напряжений, обусловленных начальным необратимым деформированием зернистого слоя и не исчезающих при полной компенсации его веса гидравлическими силами. Модель перехода неподвижного зернистого слоя в псевдоожигенное состояние, основанная на использовании приближенных соотношений для описания напряжений в статическом состоянии [10], предложенная в [11], позволила провести качественное исследование возможных механизмов псевдоожигения как идеально сыпучих сред, так и сред со сцеплением. Ниже такие механизмы рассматриваются более подробно на примере зернистого слоя, ожигаемого восходящим потоком жидкости в аппаратах с вертикальными стенками.

1. Модельные представления. Рассмотрим плоский или осесимметричный цилиндрический аппарат, заполненный зернистым слоем. Верхнюю поверхность слоя считаем плоской и свободной от напряжений; H — глубина слоя; R — полуширина плоского или радиус цилиндрического слоя. Ось z' направлена вертикально вниз по оси симметрии, ось x' нормально к ней, начало координат находится на свободной поверхности слоя.

Введем безразмерные величины

$$(1.1) \quad x = x'/R, \quad z = z'/R, \quad h = H/R.$$

Уравнения равновесия в переменных (1.1) запишутся в виде

$$(1.2) \quad \partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau/\partial z = 0, \quad \partial\tau/\partial x + k\tau/x + \partial\sigma_z/\partial z = \Gamma = \gamma R,$$

где σ_x и σ_z — горизонтальное и вертикальное нормальные напряжения (используется обычное в механике сыпучих сред правило знаков, когда положительными считаются сжимающие напряжения); τ — касательное напряжение; γ — эффективный удельный вес сыпучей среды; параметр k равен нулю для плоской и единице для осесимметричной задачи. Движение жидкости внутри слоя считается отсутствующим.

В соответствии с представлениями в [9—11] для характеристики свойств системы вводятся параметры κ , κ_e , α и σ_c . Первый из них вводится на основании опыта по одномерному однородному сжатию сыпучего образца (например, в направлении z), ограниченного твердыми стенками, нормальными к поперечным направлениям, как коэффициент пропорциональности между возникающими поперечными и приложенным продольным напряжениями. Величина κ зависит от микроскопических характеристик частиц среды, типа их упаковки, а также от накопленных системой необратимых деформаций [9, 10]. Если структура зернистого слоя однородна, то κ можно рассматривать как постоянную, характеризующую начальное состояние слоя и зависящую от истории слоя (различные динамические воздействия, вибрация и т. п.). При наличии значительных необратимых деформаций величина κ может существенно превышать свое минимальное значение κ_e , также зависящее от типа упаковки и свойств частиц, но соответствующее обратимому деформированию среды в области

линейной упругости (например, в известной задаче Герца). Ясно, что в состоянии предельного равновесия параметры κ и κ_e можно выразить через соответствующий угол внутреннего трения среды.

На стенках аппарата считаем выполненным предельное условие для касательного напряжения, т. е. фактически для силы пристеночного трения. Подобное «насыщение» пристеночного трения представляет собой результат естественного оседания среды, например, под действием собственного веса [10]. Поэтому на стенке должно выполняться условие, соответствующее закону Кулона.

$$(1.3) \quad |\tau| = \alpha \sigma_x,$$

где α — тангенс эффективного угла пристеночного трения,

Наконец, критическое напряжение сцепления σ_c характеризует эффективную когезию среды и представляет модуль максимального растягивающего напряжения, выдерживаемого средой без появления в ней разрыва [9, 11]. Для реальных псевдооживленных систем появление отличного от нуля напряжения σ_c связано обычно с адгезией частиц среды, особенно существенной для мелких частиц [12], с электризацией частиц или их электромагнитными взаимодействиями [13, 14], со слипанием частиц при образовании жидких менисков на площадках их контакта [15]. Возможным сцеплением частиц со стенками и дном аппарата для простоты пренебрегаем.

Использование (1.3) и условия пропорциональности между нормальными напряжениями в условиях однородного нагружения делает систему (1.2) статически определимой. Ее приближенное решение для слоя со свободной верхней границей $z = 0$ имеет вид [10]

$$(1.4) \quad \sigma_x = [\Gamma/(1+k)\alpha][f(z) - x^2\varphi(z)], \quad \sigma_z = [\Gamma/(1+k)\alpha]f(z), \\ \tau = [\Gamma/(1+k)][f(z) - \varphi(z)]x.$$

Вид функций от z в (1.4) зависит от знака параметра

$$(1.5) \quad T = 1 - 2(1+k)\kappa\alpha^2.$$

Ограничиваясь для определенности ситуациями, когда $T > 0$, имеем [10]

$$(1.6) \quad f(z) = 1 - \frac{(1+\nu)^2}{4\nu} e^{-\lambda_1 z} + \frac{(1-\nu)^2}{4\nu} e^{-\lambda_2 z}, \quad \nu^2 = T, \\ \varphi(z) = \frac{1-\nu^2}{4\nu} (e^{-\lambda_1 z} - e^{-\lambda_2 z}), \quad \lambda_1 = \frac{1-\nu}{\alpha}, \quad \lambda_2 = \frac{1+\nu}{\alpha}.$$

Формулы (1.4)–(1.6) описывают статическое напряженное состояние зернистого слоя при отсутствии потока жидкости.

Пусть теперь слой пронизывается однородным направленным вверх потоком с расходом Q , причем сила гидравлического взаимодействия, отнесенная к частицам в единице объема, есть $g(Q)$ (для вычисления $g(Q)$ имеется большое число эмпирических зависимостей (см., например, [3–6])). Течение жидкости приводит к уменьшению кажущегося удельного веса сыпучей среды, который становится равным $\gamma - g(Q)$, и к соответственной разгрузке среды от имевшихся напряжений. Последнее приводит к тому, что предельное условие для напряжений перестает выполняться даже на стенках аппарата и соответствующая задача перестает быть статически определимой.

Для нахождения возникающего напряженного состояния воспользуемся гипотезой, согласно которой дополнительное деформирование,

обусловленное гидравлическими силами, не вызывает изменения структуры среды, т. е. полностью обратимо. Эта гипотеза хорошо подтверждается опытами по измерению электрического сопротивления зернистых слоев при разных Q . Зависимость сопротивления от величины Q вплоть до достижения значения Q_0 , отвечающего началу псевдооживления, оказывается весьма слабой [5], т. е. отражает сравнительно малое уменьшение площадей поверхности контактов между соприкасающимися частицами за счет упругих деформаций, но не какое-либо существенное изменение структуры среды. Поэтому для связи дополнительных (вертикального и горизонтального) нормальных напряжений, обусловленных гидравлическими силами, нужно использовать величину κ_e , соответствующую упругому обратимому деформированию. В результате для напряженного состояния зернистого слоя, пронизываемого потоком жидкости, получаем следующие выражения:

$$(1.7) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= [(\kappa\Gamma - \kappa_e G)/(1 + k)\kappa\alpha]f(z) - [(\Gamma - G)/(1 + \\ &\quad + k)\alpha]x^2\varphi(z), \quad G = Rg(Q), \\ \sigma_z &= [(\Gamma - G)/(1 + k)\kappa\alpha]f(z), \quad \tau = [(\Gamma - G)/(1 + \\ &\quad + k)]|f(z) - \varphi(z)|x, \end{aligned}$$

где $f(z)$ и $\varphi(z)$ по-прежнему определены в (1.6). Выражения (1.7) имеют смысл в случае

$$(1.8) \quad Q \leq Q_0, \quad \gamma = g(Q_0).$$

Хотя при $Q = Q_0$ вертикальное нормальное и касательное напряжения и обращаются тождественно в нуль, в слое присутствует «остаточное» горизонтальное напряжение

$$(1.9) \quad \sigma_x^0 = \frac{(\kappa - \kappa_e)\Gamma}{(1 + k)\kappa\alpha} f(z),$$

зависящее в соответствии с вышесказанным от особенностей начального состояния зернистого слоя и исчезающее лишь в случае, когда начальная его упаковка достаточно «рыхлая», т. е. необратимые деформации отсутствуют и $\kappa = \kappa_e$. Остаточное напряжение создает распорные усилия на стенки, сохраняющиеся даже при полной нейтрализации веса частиц гидравлическими силами. Происхождение таких усилий обсуждается в связи с их влиянием на переход в псевдооживленное состояние в [5].

При превышении расходом Q величины Q_0 из (1.8) эффективная сила, действующая на частицы зернистого слоя, направлена вверх. Действие этой силы способствует появлению разрывов сплошности слоя, нарушению постоянных контактов между частицами и переходу частиц в псевдооживленное состояние. Однако имеющиеся силы пристеночного трения, существенные при наличии остаточного напряжения (1.9), препятствуют разрушению слоя и фактическому взвешиванию частиц. Поэтому для анализа условий перехода в псевдооживленное состояние необходимо явное рассмотрение напряжений при $Q > Q_0$, которое удобно провести отдельно для сред со сцеплением и без него.

2. Псевдооживление идеально сыпучего зернистого слоя. Предположим сначала, что сцепление отсутствует, т. е. $\sigma_c = 0$. При $Q = Q_0$ зернистый слой распадается, по существу, на отдельные не взаимодействующие горизонтальные слои, в которых действуют остаточные напряжения (1.9). При небольшом увеличении Q , когда объемная сила $g(Q) - \gamma$ направлена вверх, но не слишком велика, равновесие большинства таких слоев обеспечивается появлением сил пристеночного трения, направлен-

ных вниз и удерживающих материал от движения в направлении потока. Пока эти силы меньше предельных значений, определяемых в (1.3) с σ_x из (1.9), отдельные горизонтальные слои могут рассматриваться как находящиеся в идентичных условиях, и нет каких-либо физических причин, которые могли бы повести к появлению взаимодействия между ними или к изменению напряжений (1.9). Поэтому в нижней части зернистого слоя, где остаточные напряжения достаточно велики, удовлетворяются соотношения

$$(2.1) \quad \sigma_x = \sigma_x^0, \quad \partial \sigma_z / \partial z = 0 \quad (z_*(x) < z < h),$$

где $z_*(x)$ — некоторая поверхность, зависящая от Q как от параметра. Используя (2.1) в соответствующих уравнениях равновесия, получим для касательных напряжений в нижней части слоя

$$(2.2) \quad \tau = -[(G - \Gamma)/(1 + k)]x \quad (z > z_*(x)),$$

причем отрицательный знак в (2.2) отвечает силе пристеночного трения, направленной вниз.

В верхней части зернистого слоя, где остаточные напряжения слабы, пристеночного трения недостаточно для компенсации объемной силы и удержания материала в состоянии равновесия, т. е. эта часть слоя переходит в псевдооживленное состояние. Таким образом, поверхность $z_*(x)$ определяет границу между неподвижной и псевдооживленной частями слоя, причем величина $z_w = z_*(1)$ должна быть определена из условия совпадения напряжения (2.2) на стенке с его предельным значением, вычисляемым при подстановке (1.9) в соотношение (1.3). Это дает уравнение для z_w

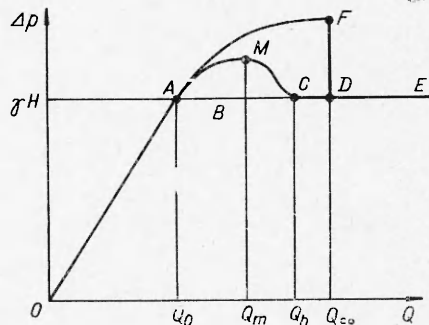
$$(2.3) \quad f(z_w) = \frac{g(Q) - \gamma}{\gamma} \frac{\kappa}{\kappa - \kappa_e}.$$

Уравнение (2.3) имеет решение $0 \leq z_w \leq h$, если Q удовлетворяет неравенству $Q_0 \leq Q \leq Q_h$, где Q_h определяется из

$$(2.4) \quad g(Q_h) = \gamma \left[1 + \frac{\kappa - \kappa_e}{\kappa} f(h) \right].$$

Если $\kappa = \kappa_e$, т. е. остаточные деформации и напряжения вообще отсутствуют, то $Q_h = Q_0$ и все участки зернистого слоя псевдооживляются одновременно при достижении расходом Q так называемой «минимальной скорости псевдооживления» Q_0 , определенной в (1.8). Это — первый из возможных механизмов псевдооживления, для которого зависимость перепада давления жидкости в слое Δp от Q имеет «идеальный» характер (кривая $OABCDE$ на фиг. 1). При $Q > Q_0$ величина Δp постоянна и равна весу насыпного слоя на единицу площади его поперечного сечения $\gamma H = \Gamma h$.

Если $\kappa > \kappa_e$, то псевдооживление осуществляется постепенно, начиная с верхней поверхности слоя, и протекает в интервале (Q_0, Q_h) расхода Q . При $Q = Q_h$ и $Q = Q_0$ «фронт» псевдооживления $z_*(x)$ совпадает соответственно с нижней и верхней поверхностями зернистого слоя. Функцию $z_*(x)$ и вертикальное нормальное на-



Ф и г. 1

пряжение в нижней части слоя можно определить из условий исчезновения на этом фронте касательного и нормального напряжений

$$(2.5) \quad n_x \sigma_x + n_z \tau = 0, \quad n_x \tau + n_z \sigma_z = 0 \quad (z = z_*(x)),$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали. Учитывая (1.9) и (2.1)—(2.3), из первого уравнения (2.5) и соотношения $n_x/n_z = -dz_*/dx$ имеем

$$\int_{z_w}^{z_*(x)} f(z) dz = \frac{\alpha}{2} \frac{g(Q) - \gamma}{\gamma} \frac{\kappa}{\kappa - \kappa_e} (1 - x^2),$$

что позволяет найти $z_*(x)$ при разных Q . Используя выражения для $f(z)$ и z_w из (1.6), (2.3), можно записать простые асимптотические представления, верные при малых и больших $z_*(x)$. В частности, на больших глубинах под свободной поверхностью кривая $z_*(x)$ приближается к параболе.

Из второго уравнения (2.5) получаем

$$\sigma_z = \frac{\alpha x}{\kappa - \kappa_e} \frac{g(Q) - \gamma}{\gamma} \frac{G - \Gamma}{1 + k} \frac{x^2}{f(z_*)} \quad (z > z_*(x)).$$

Пренебрегая возможными искажениями потока жидкости вблизи искривленной поверхности раздела $z_*(x)$ между псевдооживленной и неподвижной частями слоя, для перепада давления в нем получим

$$\Delta p = \Gamma z_0 + G(h - z_0) \geq \Gamma h, \quad z_0(Q) = z_*(0).$$

Таким образом, перепад давления в интервале (Q_0, Q_h) расхода жидкости оказывается выше веса насыщенного слоя. Кривая псевдооживления $\Delta p(Q)$ имеет максимум при некотором $Q = Q_m$, $Q_0 < Q_m < Q_h$ (кривая $OAMCDE$ на фиг. 1), причем участок MC падения давления тем круче, чем больше Q_h , т. е. чем выше слой. Максимальное возможное значение Q_∞ величины Q_h достигается в слое бесконечной высоты и следует из (1.6), (2.4)

$$g(Q_\infty) = \gamma(2 - \kappa_e/\kappa).$$

Кривая псевдооживления имеет в этом случае форму кривой $OAFDE$ на фиг. 1. (Для удобства на фиг. 1 не проводится различия между начальными участками OA разных кривых, и все кривые приведены к одной и той же ординате Γh .)

В слое конечной высоты поверхность $z_*(x)$ непрерывно перемещается вниз с ростом Q до нарушения своей непрерывности при касании ею нижней границы $z = h$. При $z_0 \geq h$ (но $z_w < h$) функция $z_*(x)$ описывает поверхность застойных зон, образующихся у стенок в сравнительно узком интервале расходов, несколько меньших Q_h . Рассмотренное постепенное псевдооживление зернистого слоя представляет собой второй возможный механизм начального псевдооживления.

По-видимому, именно такой механизм чаще всего наблюдается на практике. Максимум давления на соответствующей кривой псевдооживления ранее объяснялся потерей энергии потока на ускорение частиц при изменении структуры слоя [1] или на преодоление сил сцепления [2, 4—6], неоднородностью начальной упаковки слоя и гидравлических сил в нем [3, 5] и т. д. Как следует из вышеприведенного анализа, указанные факторы не играют существенной роли в формировании максимума, появление которого обусловлено прежде всего наличием остаточных напряжений. Последняя возможность интуитивно допускалась ранее в [5].

Относительное отклонение реальной кривой псевдооживления от идеальной резко увеличивается с ростом κ и h , так что максимальный перепад давления может существенно превысить эффективный вес насыщенного зер-

нистого слоя. Эти выводы хорошо подтверждаются, например, опытами [16] со слоями частиц окиси магния.

Для низких слоев могут стать существенными отклонения потока жидкости от однородного за счет искривленности фронта псевдооживления и различия гидравлических сопротивлений частиц в неподвижном слое и в псевдооживленном состоянии, а также случайные неоднородности упаковки слоя. Анализ свидетельствует, что оба эти обстоятельства способствуют ускоренному псевдооживлению центральных областей слоя по сравнению с периферийными и могут повести при благоприятных условиях к образованию каналов, заполненных только взвешенными частицами, и к предпочтительному течению жидкости именно через такие каналы с образованием застойных зон вблизи стенок.

3. Псевдооживление при наличии сцепления. В случае, когда критическое напряжение сцепления σ_c отлично от нуля, условие нарушения сплошности зернистого слоя и появления в нем разрывов имеет вид

$$(3.1) \quad \sigma_m \geq -\sigma_c,$$

где σ_m — меньшее из главных нормальных напряжений в слое. Из (3.1) и выражений (1.7) для напряжений ясно, что в этом случае псевдооживление может начаться лишь при достижении расходом жидкости некоторого значения, превышающего минимальную скорость псевдооживления.

Как и ранее, при $Q > Q_0$ в нижней части зернистого слоя формируется напряженное состояние, для которого справедливы соотношения (2.1), (2.2). Однако верхняя часть слоя в рассматриваемом случае не обязательно находится в псевдооживленном состоянии. Действительно, для взвешивания частиц необходимо выполнение условия (3.1), что физически нереально, если величина $Q - Q_0$, хотя и положительна, достаточно мала. Поэтому в определенном интервале значений расхода, начинающемся с Q_0 , в области, примыкающей к верхней поверхности слоя, будет формироваться напряженное состояние, для которого выполняется предельное условие (1.3) на стенке. Функция $z_*(x)$ в этом случае описывает форму поверхности раздела между областью с указанным напряженным состоянием и областью, в которой имеют место соотношения (2.1), (2.2), причем положение z_w (точки пересечения этой поверхности со стенкой) по-прежнему определяется из уравнения (2.3).

На основании модели п. 1 задача определения напряженного состояния в области выше $z = z_*(x)$ запишется в форме

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial z} &= 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{k\tau}{x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -G + \Gamma < 0, \\ \sigma_x &= \frac{(\kappa - \kappa_e)\Gamma}{(1+k)zz} f(z) + \sigma_x' \quad (z < z_*(x)), \\ \tau &= \begin{cases} \alpha\sigma_x, & \sigma_x > 0 \\ 0, & \sigma_x < 0 \end{cases} \quad (x = 1), \quad \sigma_x' = \kappa_e \sigma_z \quad (x = 0), \\ \tau &= 0, \quad \sigma_z = 0 \quad (z = 0). \end{aligned}$$

Здесь учтено выражение (1.9) для остаточных напряжений, упрощающее предположение об отсутствии сцепления со стенками, и то обстоятельство, что гидравлические силы приводят к обратимому упругому деформированию сыпучей среды, не нарушающему ее структуры. Можно показать, что решение задачи (3.2) имеет вид

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \sigma_x' &= \kappa_e \Phi(z) + \frac{1}{2(1+k)} \frac{d^2 \Phi}{dz^2} x^2, \\ \tau &= [1/(1+k)](-G + \Gamma - d\Phi/dz)x, \quad \sigma_z = \Phi(z), \end{aligned}$$

причем функция $\Phi(z)$ находится из решения простой линейной задачи, следующей из (3.2) при подстановке (3.3). Явные представления для этой функции и напряжений в области $z < z_*(x)$ ввиду их громоздкости не выписываем, ограничиваясь ниже качественным анализом решения.

Неизвестные формы поверхности $z_*(x)$ и вертикальное напряжение в области $z > z_*(x)$ просто найти из условий непрерывности касательного и нормального напряжений на этой поверхности, заменяющих в данном случае условия (2.5) и соотношения (2.3) для z_w . В результате получают следующие формальные соотношения, позволяющие завершить решение задачи:

$$(3.4) \quad \frac{dz_*}{dx} = \frac{\tau^+}{\sigma_x^+ - \sigma_x^-}, \quad z_*(1) = z_w,$$

$$\sigma_z^+ = \sigma_z^- + (\tau^+ - \tau^-) \frac{dz_*}{dx}.$$

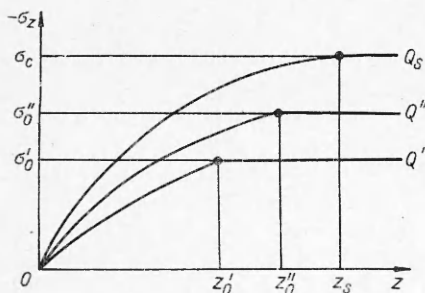
Правые части в уравнениях (3.4) можно считать уже известными; напряжения при $z = z_* - 0$ и $z = z_* + 0$ помечены верхними индексами $-$ и $+$ соответственно.

С качественной стороны возникающее напряженное состояние иллюстрируется на фиг. 2, где показаны характерные зависимости вертикального напряжения при $x = 0$ от координаты z , отвечающие разным Q (кривые фиг. 2 соответствуют $Q_s > Q'' > Q' > Q_0$). В области $z < z_0 = z_*(0)$ это напряжение монотонно убывает вплоть до некоторого предельного значения $-\sigma_0$, в области $z > z_0$ оно не зависит от z и равно $-\sigma_0$. Величина σ_0 монотонно возрастает с увеличением потока Q , от которого она зависит как от параметра. Ясно, что физически реальным состояниям отвечают вследствие (3.1) лишь такие напряженные состояния, когда $\sigma_0 < \sigma_c$. При достижении расходом некоторого критического значения Q_s , при котором растягивающее напряжение σ_0 становится равным σ_c , сплошность зернистого слоя нарушается — вблизи точки $(0, z_s)$ появляется малый горизонтальный разрыв. Последнее приводит, во-первых, к частичной разгрузке напряжений по берегам разрыва, т. е. выше и ниже его, а во-вторых, к обычной концентрации напряжений у его внешнего контура, что способствует дальнейшему увеличению площади поверхности разрыва вплоть до его выхода в пристеночную область.

С феноменологической точки зрения рассматриваемый процесс весьма близок к хорошо известной картине быстрого распространения трещины в хрупком материале. В результате от зернистого слоя отрывается «поршень», начинающий движение в направлении взвешивающего потока. Высота этого поршня определяется величиной $z_s = z_0$, соответствующей значению Q_s , т. е. для определения

состоящую из первого уравнения (3.4) с z_w из (2.3) и уравнения

$$\Phi(z_s) = -\sigma_c.$$



Ф и г. 2

После отрыва первого поршня при дальнейшем увеличении расхода происходит отделение от слоя следующих поршней, высоты которых в общем случае различны.

Описанная картина поршнеобразования представляет третий возможный механизм начального псевдооживления.

Такой механизм осуществляется в действительности, если слой достаточно высок, т. е. $z_s < h$. В противном случае $z_s > h$ при некотором $Q'_s < Q_s$, когда соответствующая величина z_0 сравнивается с h , наблюдается отрыв всего слоя от поддерживающей его решетки, т. е. псевдоожигение происходит по четвертому возможному механизму.

В дальнейшем частицы, осыпающиеся с нижней поверхности слоя, отделившись от решетки, либо снова формируют неподвижный слой, постепенно накапливаясь на решетке, либо непосредственно переходят во взвешенное состояние, что соответствует псевдоожигению, начинающемуся с нижней поверхности слоя. Первое имеет место в случае, если первоначально разрушенные адгезионные связи между частицами достаточно быстро восстанавливаются при новом контакте частиц. Второе происходит в случае, когда время релаксации указанных связей велико, т. е. связи разрушаются необратимо.

Отметим, что все обсужденные механизмы псевдоожигения наблюдаются на опыте. По-видимому, их наиболее полное феноменологическое описание и обсуждение факторов, способствующих реализации того или иного механизма в действительности, содержатся в [3].

Для дополнительной проверки модели поставлены (с участием Е. Н. Прозорова) специальные опыты, в которых ожигались зернистые насыпки, состоявшие в начальный момент из чередующихся горизонтальных слоев различно окрашенных частиц. Пристеночное трение изменяли путем обклеивания стенок цилиндрического аппарата наждачной бумагой разной крупности, а степень начальной консолидации насыпки — за счет ее длительного выдерживания под дополнительной нагрузкой. Мгновенное состояние слоя после постепенного или импульсного повышения расхода фиксировали посредством резкого отключения газа и последующего обжига осевшего слоя в муфельной печи. О характере перехода в ожигенное состояние судили по шлифам спеченного образца и по снимаемым кривым псевдоожигения. Результаты этих опытов качественно подтвердили все основные выводы предложенной модели. Так, высота и протяженность пика на кривой псевдоожигения возрастали с усилением начальной утрамбовки слоя и его высоты, а также пристеночного трения, форма границ между ожигенной и неподвижной частями слоя была близка к рассчитанной выше, наблюдалось образование застойных зон у стенок при выходе центральной части этой границы на газораспределительную решетку и т. д.

Поступила 8 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Reboux P. Phénomènes de fluidisation. Paris, 1954. Рус. пер. Кипящий слой (явления псевдоожигения: гидродинамика и теплообмен). М., изд. ЦИИН ЦМ, 1959.
2. Leva M. Fluidization. N. Y., 1959. Рус. пер. Псевдоожигение. М., Гостоптехиздат, 1961.
3. Забродский С. С. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожигении (кипящем) слое. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963.
4. Гельперин Н. И., Айнинггейн В. Г., Кваша В. Б. Основы техники псевдоожигения. М., «Химия», 1967.
5. Аэров М. Э., Тодес О. М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л., «Химия», 1968.
6. Richardson J. F. In: Fluidization. L.—N. Y., 1971. Рус. пер. Псевдоожигение. М., «Химия», 1974.
7. Гупало Ю. П., Черепанов Г. П. Плоская задача псевдоожигения — ПММ, 1967, т. 31, вып. 4, с. 603.
8. Гупало Ю. П., Черепанов Г. П. О переходе слоя твердых частиц во взвешенное состояние. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1968, № 1, с. 31.
9. Cherepanov G. P. On the theory of fluidization. I. General model. II. Some one-dimensional problems. — «Ind. Engng Chem. Fund.», 1972, vol. 11, N 1, p. 9, 16.

10. Бувевич Ю. А. О равновесии сыпучей среды между вертикальными стенками.— ИФЖ, 1975, т. 28, № 3, с. 455.
11. Бувевич Ю. А., Минаев Г. А. О переходе зернистого слоя в псевдооживленное состояние (теория).— ИФЖ, 1975, т. 28, № 5, с. 773.
12. Baerns M. Effect of interparticle adhesive forces on fluidization of fine particles.— «Ind. Engng Chem. Fund.», 1966, vol. 5, N 4, p. 508.
13. Lewis W. K., Gilliland E., Bauer W. Characteristics of fluidised particles.— «Ind. Engng Chem. Fund.», 1949, vol. 41, N 11, p. 1104.
14. Филиппов М. В. Взвешенный слой ферромагнитных частиц и действие на него магнитного поля.— «Труды Ин-та физ. АН ЛатвССР», 1961, № 12, с. 215.
15. Parker H., Stevens W. Effect of liquid on interparticle forces in gas — fluidized beds.— «AIChE J.», 1959, vol. 5, N 3, p. 314.
16. Benenatti R. F. In: Fluidization. N. Y., 1956. Рус. пер. Псевдооживление. М., Гостоптехиздат, 1958.

УДК 532.542 : 660.095.26

НЕКОТОРЫЕ ДВУМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ТЕЧЕНИИ РЕАГИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ СО СВОЙСТВАМИ, МЕНЯЮЩИМИСЯ С ГЛУБИНОЙ ПРЕВРАЩЕНИЯ

Д. А. Ваганов

(Черноголовка)

В ходе химических превращений механические свойства реагирующей жидкости могут меняться. Так, процессы полимеризации обычно сопровождаются значительным увеличением вязкости. Это приводит к возникновению специфических гидродинамических эффектов. Некоторые из них рассмотрены в данной работе на примере простейшей двумерной задачи.

1. Рассматривается стационарное ламинарное течение реагирующей ньютоновской жидкости в трубе. Вязкость μ и плотность ρ жидкости в ходе химических превращений меняются от исходных значений $\mu = \mu_0$ и $\rho = \rho_0$ до значений $\mu = \mu_1$ и $\rho = \rho_1$ при полном превращении.

Будем считать, что температура жидкости постоянна и влиянием диффузии можно пренебречь. В этом случае в любой точке глубина превращения и механические свойства жидкости определяются лишь временем t , за которое жидкость достигает данной точки. Зависимости $\mu = \mu(t)$ и $\rho = \rho(t)$ такие же, как и в случае неподвижной жидкости, и поэтому могут считаться известными.

Примем, что изменение свойств жидкости во времени может быть аппроксимировано скачкообразной зависимостью

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \mu &= \mu_0, \quad \rho = \rho_0 \quad \text{при } t < t_0, \\ \mu &= \mu_1, \quad \rho = \rho_1 \quad \text{при } t \geq t_0. \end{aligned}$$

Это допущение сохраняет основные черты рассматриваемого явления и в то же время обеспечивает значительные математические упрощения. Пространственное распределение механических свойств жидкости при этом допущении сводится к существованию двух областей, в каждой из которых эти свойства постоянны. Область, в которой свойства жидкости