

УДК 532.517

## **Ламинарное обтекание вязкой несжимаемой жидкостью цилиндра, совершающего вращательные колебания**

**И.В. Моренко**

*Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН*

E-mail: morenko@imm.knc.ru

Выполнено численное моделирование нестационарного ламинарного обтекания вязкой несжимаемой жидкостью кругового цилиндра, совершающего вынужденные вращательные колебания вокруг своей оси. Уравнения Навье–Стокса решены методом конечных объемов с помощью пакета OpenFOAM. Установлены значения амплитуды и частоты вынужденных колебаний, при которых достигается максимальное снижение коэффициента сопротивления цилиндра.

**Ключевые слова:** круговой цилиндр, вращательные колебания, коэффициент сопротивления, коэффициент подъемной силы.

### **Введение**

Интерес к задачам управления потоком в последние годы обусловлен поиском решения ряда технических проблем, возникающих при эксплуатации теплотехнического и другого оборудования, таких как высокое гидродинамическое сопротивление плохообтекаемых тел, нежелательные вибрации и шумы, возникающие при отрыве вихрей с их поверхности. Существуют пассивные способы управления, которые не требуют затрат энергии, например, создание на поверхности упорядоченного микрорельефа, вихревых ячеек [1], нанесение пористых проницаемых слоев, и активные способы, к последним относятся организация вдува-отсоса с поверхности с помощью специальных устройств [2], продольные и поперечные осцилляции тела [3, 4], а также вращательные колебания.

Известно [5], что при обтекании вязкой несжимаемой жидкостью кругового цилиндра при числе Рейнольдса  $Re = 200$  наблюдается периодический отрыв с его поверхности вихревых структур, формируется дорожка Кармана. В настоящее время имеется ряд экспериментальных и численных исследований по стабилизации вихревого следа за счет вынужденных высокочастотных угловых осцилляций для достижения эффекта уменьшения сопротивления.

Впервые процесс обтекания цилиндра, совершающего поворотные колебательные движения вокруг своей оси, был визуализирован в работе [6]. Было показано, что высокочастотные колебания приводят к подавлению дорожки Кармана за телом. Детальному изучению изменяющейся структуры течения в следе за осциллирующим (вращающимся) цилиндром были посвящены экспериментальные работы [7, 8]. Установлено [8], что благодаря вынужденным колебаниям коэффициент сопротивления цилиндра снижается на 25 % при безразмерной частоте колебаний 4–5. В работе [9] численно изучалось обтекание

цилиндра, который испытывал вращательные осцилляции при  $Re = 110$ ; оценивалась амплитуда коэффициента подъемной силы цилиндра в зависимости от угла, на который поворачивался цилиндр при изменении частоты колебаний от 0,11 до 0,22. В работе [10] с целью минимизации среднего коэффициента сопротивления для круглого цилиндра при  $Re = 200$  использовалась теория оптимального управления. Было показано, что коэффициент сопротивления уменьшается на 30 % при частоте колебаний, равной 3,73. В экспериментальной работе [11] исследовался турбулентный режим, оценивался коэффициент подъемной силы. Было установлено, что при высоких числах Рейнольдса ( $Re = 1,5 \cdot 10^4$ ) путем реализации колебательных движений можно снизить гидродинамическое сопротивление на 80 %. В работе [12] с помощью бессеточного численного метода был воспроизведен наблюдавшийся в экспериментах [6] эффект стабилизации следа за круговым цилиндром в ламинарном потоке вязкой несжимаемой жидкости при высокой частоте вращательных колебаний цилиндра. Этот эффект объяснялся авторами [12] действием механизмов диффузии и аннигиляции вихрей в тонких концентрических слоях знакопеременной пристеночной завихренности.

В настоящей работе с помощью методов численного моделирования исследуется влияние амплитуды и частоты вынужденных вращательных колебаний бесконечного кругового цилиндра при обтекании его вязкой несжимаемой жидкостью на коэффициент гидродинамического сопротивления и амплитуду коэффициента подъемной силы.

### Постановка задачи

Смоделируем бесконечный поток жидкости расчетной областью в форме прямой призмы длиной 0,50 м, высотой 0,40 м, шириной 0,0128 м. Начало декартовой системы координат  $x_1x_2x_3$  поместим таким образом, чтобы направление оси  $Ox_1$  совпадало с направлением движения жидкости на входе, а ось  $Ox_3$  была направлена вдоль оси обтекаемого цилиндра диаметром  $D = 0,01$  м (рис. 1). Размеры расчетной области шириной  $l$  по оси  $Ox_3$  и положение цилиндра в ней определим таким образом, чтобы влияние внешних границ на решение задачи об обтекании неподвижного цилиндра потоком было бы минимальным.

Уравнения Навье–Стокса, неразрывности в этой системе координат имеют вид:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

здесь  $u_i, u_j$  — компоненты вектора скорости  $\vec{u}$ ;  $x_i, x_j$  — координаты ( $i, j = 1, 2, 3$ ),  $t$  — время,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Во входном сечении, перпендикулярном оси  $Ox_1$ , примем:  $u_1 = u_\infty = \text{const}$ ,  $u_2 = u_3 = 0$ ; давление  $p = p_0$ . На выходе из расчетной области воспользуемся граничными условиями, означающими выравнивание гидродинамических характеристик потока:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0.$$

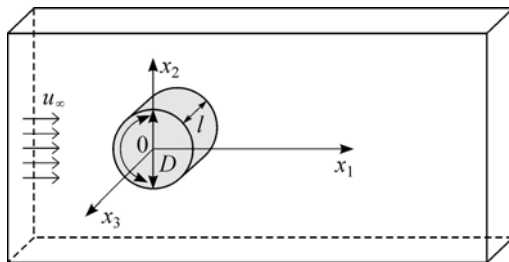


Рис. 1. Схема расчетной области.

положим:  $\partial u_1/\partial x_2 = 0$ ,  $u_2 = 0$ ,  $\partial u_3/\partial x_2 = 0$ ,  $\partial p/\partial x_2 = 0$ . На боковых границах:  $\partial u_1/\partial x_3 = 0$ ,  $\partial u_2/\partial x_3 = 0$ ,  $u_3 = 0$ ,  $\partial p/\partial x_3 = 0$ .

Считается, что на поверхности обтекаемого цилиндра реализуются условия прилипания несущей среды: нормальная компонента скорости жидкости  $u_n = 0$ , касательная составляющая  $u_\tau = v_0$ . Здесь  $v_0$  — линейная скорость вращения. Цилиндр является неподвижным при  $v_0 = 0$ , вращается с постоянной скоростью при  $v_0 = \text{const}$ , совершает вынужденные вращательные колебания вокруг своей оси при  $v_0 = 0,5 D \omega$ , где  $\omega = A \cdot \sin(2\pi f^* t)$  — угловая скорость вращения цилиндра,  $A$  — амплитуда колебаний угловой скорости вращения цилиндра,  $f^*$  — частота; амплитуда колебаний цилиндра составляет  $A/2\pi f^*$ . Условие для давления на поверхности записывается в виде  $\partial p/\partial n = 0$ . В начальный момент времени  $t = 0$  среда мгновенно начинает двигаться, тогда  $u_1 = u_\infty$ ,  $u_2 = u_3 = 0$ ,  $p = p_0$ . Кроме того, вводятся безразмерные параметры:  $\alpha = DA/2u_\infty$  — амплитуда угловой скорости и  $f = f^*/f_0$  — частота вынужденных колебаний, где  $f_0$  — частота отрыва вихрей от поверхности неподвижного цилиндра при соответствующем числе Рейнольдса в случае обтекания его вязкой несжимаемой жидкостью.

Решение задачи осуществляется на призматической сетке методом конечных объемов с помощью открытой интегрируемой платформы для численного моделирования задач механики сплошных сред OpenFOAM с лицензией GNU GPL. Используется утилита isoFoam, основанная на алгоритме PISO [13]. Дискретные значения скорости и давления рассчитываются в центрах ячеек сетки. Для решения системы линейных уравнений для давления используется алгебраический многосеточный метод, для скорости — метод бисопряженных градиентов. Шаг по времени выбирается таким образом, чтобы частица жидкости за единицу времени не продвигалась бы больше, чем на одну ячейку сетки.

### Результаты расчетов

Рассмотрим случай, когда жидкость — вода, плотность  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и коэффициент кинематической вязкости  $\nu = 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Пусть скорость жидкости на входе в расчетную область  $u_\infty = 0,02$  м/с, тогда число Рейнольдса  $Re = u_\infty D/\nu = 200$ .

В настоящей работе оценивается влияние амплитуды  $\alpha$  и частоты вынужденных колебаний цилиндра  $f$  на коэффициент сопротивления  $C_D = \frac{F_{x1}}{0,5\rho u_\infty^2 D l}$  и коэффициент

подъемной силы цилиндра  $C_L = \frac{F_{x2}}{0,5\rho u_\infty^2 D l}$ , где  $F_{x1}, F_{x2}$  — проекции на оси  $Ox_1, Ox_2$  действующей на цилиндр силы.

### Обтекание неподвижного цилиндра

При обтекании неподвижного цилиндра вязкой несжимаемой жидкостью наблюдается периодический отрыв вихревых структур с его поверхности и формирование дорожки Кармана (рис. 2). Значения коэффициента подъемной силы  $C_{L0}$  совершают синусоидальные колебания во времени (рис. 3). Хорошее согласование рассчитанных значений среднего по времени коэффициента сопротивления цилиндра  $\overline{C_{D0}}$ , числа Струхалля  $St_0 = f_0 D/u_\infty$  с данными других авторов [14–18] показано в таблице.

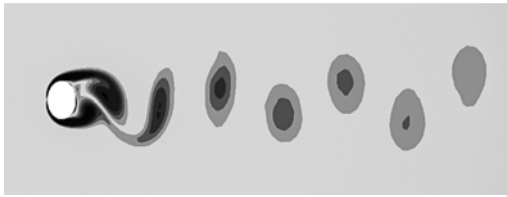


Рис. 2. Мгновенное поле завихренности при обтекании вязкой жидкостью неподвижного цилиндра.

**Обтекание цилиндра, вращающегося с постоянной скоростью**

Дополнительно для верификации результатов математического моделирования используются данные, полученные при обтекании цилиндра, вращающегося с постоянной скоростью, вязкой несжимаемой жидкостью. Известно [19–22], что вращение цилиндра вокруг своей оси с постоянной скоростью изменяет структуру внешнего течения и приводит к возникновению силы Магнуса. Расчетным путем установлено, что подавление процесса формирования вихревой дорожки Кармана происходит при  $2,0 < \alpha < 4,3$  и  $4,9 < \alpha$ . Эти результаты согласуются с данными работы [19], в работе [22] также отмечается стационарный режим при  $2,0 < \alpha < 4,3$  и  $4,6 < \alpha$ .

**Обтекание цилиндра, совершающего вынужденные вращательные колебания**

В ходе численных экспериментов значения амплитуды  $\alpha$  варьируются от 0,25 до 5,50, а значения частоты вынужденных колебаний  $f$  — от 1,0 до 10,0. При этом рассчитываются поля скорости, завихренности и давления.

Показано, что регулярная вихревая дорожка Кармана, которая имеет место при обтекании вязкой жидкостью неподвижного кругового цилиндра (рис. 2), изменяет свою структуру в случае, когда цилиндр совершает вынужденные вращательные колебания. На структуру следа оказывают значительное влияние амплитуда  $\alpha$  и частота колебаний  $f$ . Так, при  $\alpha = 4$  и  $f = 4$  происходит стабилизация вихревого следа (рис. 4). Этот процесс сопровождается затуханием коэффициентов гидродинамического сопротивления и подъемной силы (рис. 5a). Однако в некоторых случаях, например, при  $\alpha = 0,25$  и частоте вынужденных колебаний  $f = 1$  наблюдается рост амплитуды подъемной силы цилиндра  $\Delta C_L$  (рис. 5b) по сравнению с данными для неподвижного тела (рис. 3). Интересные

случаи воздействия вращательных колебаний на зависимость коэффициента подъемной силы от времени демонстрируют рис. 5c, 5d.

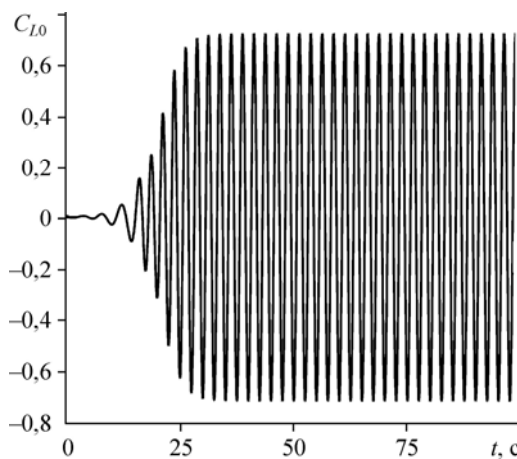


Рис. 3. Эволюция коэффициента подъемной силы неподвижного цилиндра.

Таблица

Средний коэффициент сопротивления  $\bar{C}_{D0}$  и число Струхала  $St_0$  при обтекании неподвижного кругового цилиндра вязкой жидкостью ( $Re = 200$ )

Данные работ	$\bar{C}_{D0}$	$St_0$
[14]	1,341	0,197
[15]	1,356	0,198
[16]	1,44	
[17]	1,390	0,200
[18]	1,39	
Настоящая работа	1,37	0,198

Рис. 4. Мгновенное поле завихренности в случае обтекания вязкой жидкостью осциллирующего цилиндра при  $\alpha = 4$  и  $f = 4$ .



Немонотонная зависимость амплитуды коэффициента подъемной силы и среднего по времени коэффициента сопротивления цилиндра от  $\alpha$  изображена на рис. 6. Заметим, что при фиксированной частоте  $f$  минимальное значение амплитуды коэффициента подъемной силы достигается при меньших значениях  $\alpha$ , чем минимум коэффициента сопротивления. Расчеты показали, что для каждой частоты  $f$  существует свое значение амплитуды  $\alpha$ , при которой величина  $\bar{C}_D/\bar{C}_{D0}$  достигает минимума.

В результате проведения серии численных расчетов установлено, что благодаря гармоническим поворотным колебаниям цилиндрического тела можно уменьшить его гидродинамическое сопротивление на 32 % при  $\alpha = 4$  и  $f = 4$  по сравнению со случаем обтекания неподвижного цилиндра.

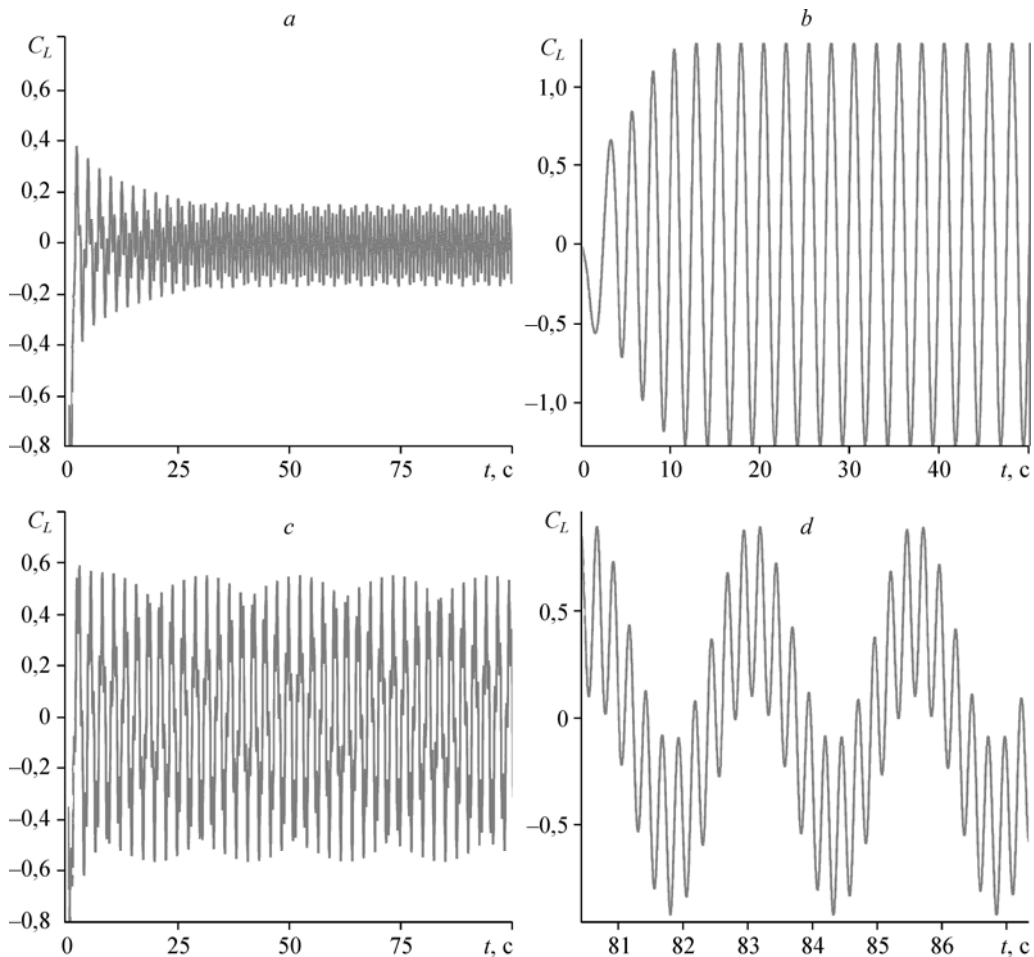


Рис. 5. Эволюция коэффициента подъемной силы цилиндра, совершающего вынужденные вращательные колебания в зависимости от значений параметров  $\alpha$  и  $f$ :  
 а —  $\alpha = 1,75$ ,  $f = 3$ ; б —  $\alpha = 0,25$ ,  $f = 1$ ; в —  $\alpha = 1,5$ ,  $f = 4$ ; д —  $\alpha = 5$ ,  $f = 10$ .

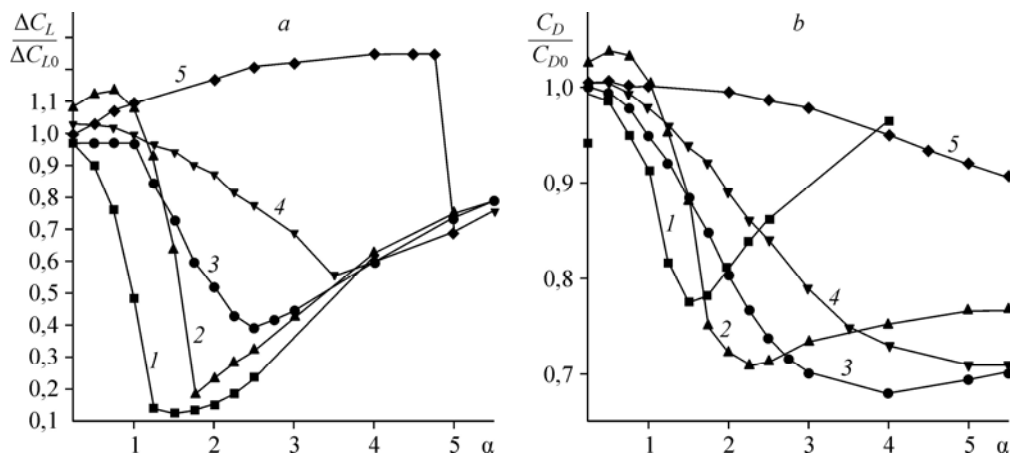


Рис. 6. Относительная амплитуда коэффициента подъемной силы (а) и относительный средний по времени коэффициент сопротивления цилиндра (b) в зависимости от амплитуды  $\alpha$  при разных частотах.

$f = 2$  (1), 3 (2), 4 (3), 5 (4), 10 (5).

### Заключение

Выполнено численное моделирование нестационарного процесса обтекания вязкой несжимаемой жидкостью кругового цилиндра, совершающего вынужденные вращательные колебания вокруг своей оси при числе Рейнольдса, равном 200. Установлено, что структура вихревой дорожки Кармана за цилиндром изменяется в зависимости от амплитуды и частоты вращательных колебаний цилиндра. Имеет место немонотонная зависимость среднего по времени коэффициента сопротивления и амплитуды коэффициента подъемной силы цилиндра от амплитуды и частоты вращательных колебаний. Максимальное снижение коэффициента сопротивления цилиндра составляет 32 % и происходит при амплитуде  $\alpha = 4,0$  и частоте вынужденных вращательных колебаний  $f = 4,0$ .

Отметим, что представленный способ управления потоком можно реализовать с помощью механических средств и электронного устройства, например, в энергетическом оборудовании.

### Список литературы

1. Исаев С.А., Баранов П.А., Судаков А.Г., Харченко В.Б. Численный анализ влияния угла атаки на турбулентное обтекание толстого геттингеновского профиля с вихревыми ячейками // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 2. С. 175–193.
2. Корнилов В.И., Бойко А.В., Кавун И.Н. Управление турбулентным пограничным слоем путем ддува воздуха за счет ресурсов внешнего потока // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 4. С. 429–443.
3. Малахова Т.В. Теплоотдача колеблющегося цилиндра в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 1. С. 75–82.
4. Nobari M.R.H., Naderan H. A numerical study of flow past a cylinder with cross flow and inline oscillation // Computers & Fluids. 2006. Vol. 35. P. 393–415.
5. Williamson C.H.K. Vortex dynamics in the cylinder wake // Annu. Rev. Fluid. Mech. 1996. Vol. 28. P. 477–539.
6. Taneda S. Visual observations of the flow past a circular cylinder performing a rotary oscillation // J. of the Physical Society of Japan. 1978. Vol. 45. P. 1038–1043.
7. D'Adamo J., Godoy-Diana R., Wesfreid J.E. Spatio-temporal spectral analysis of a forced cylinder wake // Physical Review E. 2011. Vol. 84: 056308.
8. Thiria B., Goujon-Durand S., Wesfreid J.E. The wake of a cylinder performing rotary oscillations // J. Fluid Mech. 2006. Vol. 560. P. 123–147.
9. Baek S.J., Sung H.J. Numerical simulation of the flow behind a rotary oscillating circular cylinder // Physics of fluids. 1998. Vol. 10, No. 4. P. 869–876.

10. **Bergmann M., Cordier L.** Optimal control of the cylinder wake in the laminar regime by trust-region methods and POD reduced-order models // J. of Computational Physics. 2008. Vol. 227. P. 7813–7840.
11. **Tokumaru P.T., Dimotakis P.E.** Rotary oscillation control of a cylinder wake // J. of Fluid Mechanics. 1991. Vol. 224. P. 77–90.
12. **Гувериюк С.В., Дыникова Г.Я., Дыников Я.А., Малахова Т.В.** О стабилизации следа за круговым цилиндром, совершающим высокочастотные вращательные колебания // Докл. РАН. 2010. Т. 432, № 1. С. 45–49.
13. **Issa R.I.** Solution of implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting // J. Comput. Phys. 1986. Vol. 62. P. 40–65.
14. **Henderson R.D.** Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transition // J. Fluid Mech. 1997. Vol. 352. P. 65–112.
15. **He J.W., Glowinski R., Metcalfe R., Nordlander A., Periaux J.** Active control and drag optimization for flow past a circular cylinder I: Oscillatory cylinder // J. Comput. Physics. 2000. Vol. 163, No. 1. P. 83–117.
16. **Homescu C., Navon I.M., Li Z.** Suppression of vortex shedding for flow around a circular cylinder using optimal control // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2002. Vol. 38. P. 43–69.
17. **Bergmann M., Cordier L., Brancher J.-P.** Optimal rotary control of the cylinder wake using proper orthogonal decomposition reduced-order model // Phys. Fluids. 2005. Vol. 17. P. 097101-1–097101-21.
18. **Góis E.R.C., Souza L.F.** An eulerian immersed boundary method for flow simulations over stationary and moving rigid bodies // J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng. Special Issue. 2010. Vol. 32, No. 5. P. 477–484.
19. **Mittal S., Kumar B.** Flow past a rotating cylinder // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 476. P. 303–334.
20. **Мазо А.Б., Моренко И.В.** Численное моделирование вязкого отрывного обтекания вращающегося кругового цилиндра // Инж-физ. журн. 2006. Т. 79, № 3. С. 75–81.
21. **Моренко И.В., Федяев В.И.** Ламинарное неизотермическое обтекание вращающегося кругового цилиндра вязкой жидкостью с твердыми частицами // Инж-физ. журн. 2014. Т. 87, № 3. С. 549–555.
22. **Калинин Е.И., Мазо А.Б.** Стационарные и периодические режимы ламинарного обтекания вращающегося цилиндра // Уч. записки ЦАГИ. 2011. Т. 42, № 5. С. 59–71.

*Статья поступила в редакцию 25 февраля 2016 г.,  
после доработки — 8 июня 2016 г.*