

УДК 533.6.011.5, 533.6.011.8

Численное исследование возвратного течения за диском Маха в недорасширенной сверхзвуковой струе*

А.В. Кашковский, А.Н. Кудрявцев, А.А. Шершиев

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: antony@itam.nsc.ru

Представлено численное моделирование недорасширенной сверхзвуковой струи, истекающей из круглого сопла, выполненное в трехмерной постановке с помощью двух различных подходов: решения уравнений Навье–Стокса и прямого статистического моделирования. В обоих случаях за диском Маха в первой бочке струи возникала зона возвратного течения. Таким образом, данное явление, наблюдавшееся ранее в осесимметричных расчетах, не может быть объяснено неточностями аппроксимации этих уравнений вблизи оси симметрии.

Ключевые слова: сверхзвуковые неизобарические струи, ударно-волновая структура, осесимметричное течение, разреженный газ, прямое статистическое моделирование.

В численных работах, посвященных моделированию структуры недорасширенных круглых сверхзвуковых струй, неоднократно наблюдалось возвратное течение за диском Маха в первой бочке струи [1–6]. Возвратное течение обнаруживалось в расчетах, выполненных на основе различных математических моделей: уравнений Эйлера [4], ламинарных уравнений Навье–Стокса [1, 5, 6], уравнений, осредненных по Рейнольдсу и включающих модель турбулентности [3], а также так называемых квазигазодинамических уравнений [2]. В недавней работе [6] численное моделирование струи было выполнено не только на основе континуальных уравнений Навье–Стокса, но и с помощью совершенно другого подхода, учитывающего молекулярную структуру вещества, — метода прямого статистического моделирования (ПСМ) [7], который может рассматриваться как стохастический метод частиц для решения кинетического уравнения Больцмана. Результаты, полученные с помощью двух подходов, хорошо согласовывались друг с другом, в обоих случаях за диском Маха присутствовало возвратное течение.

* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 23-11-00258). Все расчеты проведены на вычислительных ресурсах ЦКП «Механика» ИТПМ СО РАН.

Формирование рециркуляционной зоны в высокоскоростном свободном сдвиговом течении кажется парадоксальным. В экспериментах возвратное течение за диском Маха наблюдалось только при некотором внешнем воздействии на струю: когда вдоль ее оси из сопла вдувалась тонкая струйка низконапорного газа [8] или когда вдоль оси против потока вводилась тонкая игла [9]. В свободных, не подвергавшихся подобным внешним воздействиям струях никаких признаков возвратного течения в экспериментах [9, 10], где этот вопрос специально исследовался, обнаружено не было.

Во всех процитированных выше численных работах рассматривалось осесимметричное течение. Континуальные уравнения для осесимметричных течений содержат члены, включающие множитель $1/r$, где r — расстояние от оси симметрии. И хотя, раскрывая неопределенность, можно показать, что все эти члены при $r \rightarrow 0$ остаются конечными, не исключено, что вблизи оси симметрии они могут вычисляться не очень точно в результате деления двух малых чисел друг на друга. Указанная проблема в измененном виде сохраняется и в методе ПСМ, где применяется специальная весовая процедура, изменяющая число реальных молекул, которые представляет пробная частица, в зависимости от расстояния до оси.

Таким образом, одним из возможных объяснений противоречия между расчетными и экспериментальными данными может быть предположение, что возвратное течение — это численный артефакт, связанный с плохой аппроксимацией решаемых уравнений вблизи оси симметрии. Косвенным подтверждением этого предположения является то, что, насколько нам известно, при моделировании плоских нерасчетных струй возвратное течение не наблюдалось. Очевидным способом проверки высказанной гипотезы является решение полных, трехмерных уравнений, не содержащих никаких особенностей в окрестности оси. Такая проверка выполнена в представленной статье.

Расчеты проводились с использованием как кинетического, так и континуального подходов при тех же значениях параметров, что в работе [6], и с помощью трехмерных версий тех же численных инструментов — кодов HyCFS [11] и SMILE-GPU [12, 13]. Рассчитывалось истечение струи с числом Маха $M_d = 2$ из круглого сопла диаметром $d = 3$ см в спутный поток с числом Маха $M_a = 0,1$ при отношении давления на срезе сопла к внешнему давлению (нерасчетности) $n = p_d/p_a = 4$. Число Кнудсена, построенное по длине свободного пробега на срезе сопла, составляло $Kn = \lambda/d = 0,0005$. С учетом наличия двух плоскостей симметрии численное моделирование проводилось в четверти полной области. В расчете на основе уравнений Навье–Стокса сетка состояла из $1200 \times 300 \times 300$ ячеек. При моделировании методом ПСМ использовалось 2,85 млрд пробных частиц, расчет столкновений частиц проводился на двухуровневой сетке с автоматическим сгущением по средней длине свободного пробега молекул. Макропараметры течения вычислялись затем на равномерной сетке из $1000 \times 200 \times 200$ ячеек.

Результаты численного моделирования представлены на рис. 1. Видно, что поля течения, полученные на основе двух различных подходов, достаточно близки. Небольшое отличие наблюдается в положении диска Маха в первой бочке струи, несколько большее — в положении ударных волн во второй бочке. Последнее различие, скорее всего, связано с заданием граничных условий на выходной границе расчетной области, где в расчете ПСМ предполагалось, что распределение по скоростям частиц, влетающих в расчетную область, такое же, как в спутном потоке, что не является хорошим приближением для газа внутри струи.

Так же как в осесимметричном случае, при отражении от висячего скачка возникает так называемая обратная (инверсная) маховская конфигурация [14], при которой диск

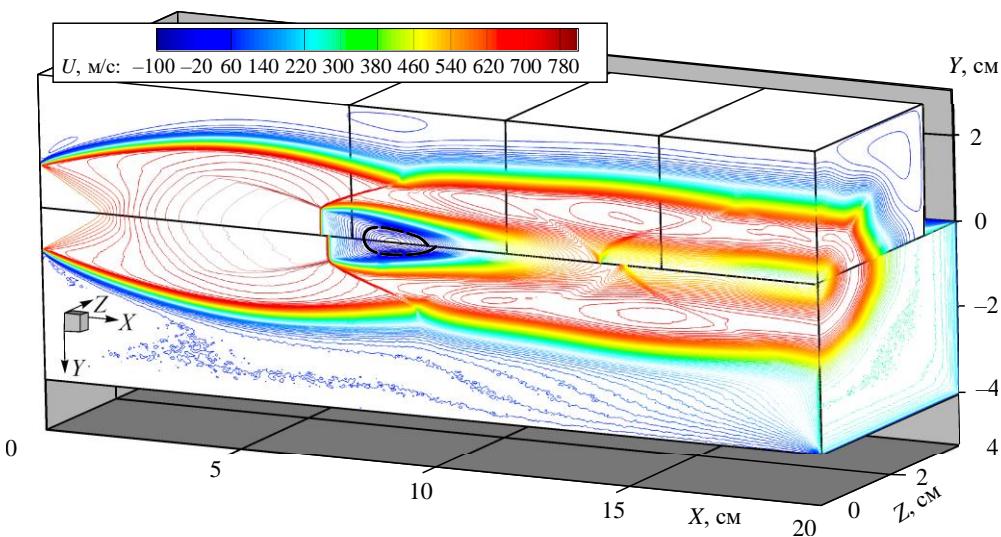


Рис. 1. Изолинии продольной скорости в расчетах, выполненных на основе уравнений Навье – Стокса (вверху) и с помощью метода ПСМ (внизу).

Черной жирной линией показана граница рециркуляционной зоны, внутри которой $U_x < 0$.

Маха является слегка выпуклым по направлению к набегающему потоку, а контактная поверхность, исходящая из линии пересечения трех ударных волн, направлена от оси. При этом дозвуковой поток за диском Маха расширяется и скорость его падает. Очевидно, наличие инверсной маховской конфигурации является необходимым условием возникновения возвратного течения.

Действительно, в обоих расчетах за диском Маха обнаруживается рециркуляционная зона (выделена жирной линией на рис. 1). Ее протяженность можно определить из рис. 2, на котором показаны распределения скорости вдоль оси симметрии в различных расчетах. Наблюдается хорошее совпадение результатов осесимметричных и трехмерных расчетов, выполненных на основе уравнений Навье – Стокса. Что касается расчетов методом ПСМ, то размер рециркуляционной зоны в трехмерном расчете получается практически таким же, как при решении уравнений Навье – Стокса, однако скорость внутри нее достигает несколько больших (по абсолютной величине) отрицательных значений. Еще большие отрицательные значения наблюдаются в осесимметричном расчете методом ПСМ, при этом увеличивается и длина зоны возвратного течения.

Таким образом, трехмерные расчеты подтверждают существование возвратного течения за диском Маха. Очевидно, что данное явление, наблюдавшееся во многих численных работах, посвященных моделированию нерасчетных струй, истекающих

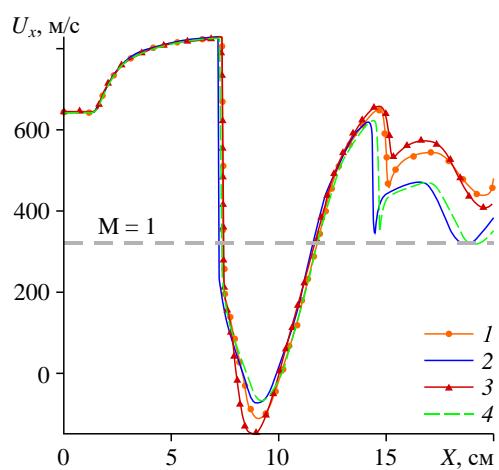


Рис. 2. Распределение продольной скорости вдоль оси струи, полученное в трехмерных расчетах методом ПСМ (1), на основе уравнений Навье – Стокса (2), а также в осесимметричных расчетах методом ПСМ (3) и на основе Навье – Стокса (4).

из круглых сопел, не связано с какими-то неточностями, присущими аппроксимации осесимметричных уравнений вблизи оси симметрии. Можно заключить, что вопрос о том, является ли оно численным артефактом или реальным физическим явлением, остается открытым и должен решаться путем дальнейшего анализа имеющихся численных и экспериментальных данных и проведения новых исследований.

Список литературы

1. **Gribben B.J., Badcock K.J., Richards B.E.** Numerical study of shock-reflection hysteresis in an underexpanded jet // AIAA J. 2000. Vol. 38, No. 2. P. 275–283.
2. **Maté B., Graur I.A., Elizarova T., Chirokov I., Tejeda G., Fernández J.M., Montero S.** Experimental and numerical investigation of an axisymmetric supersonic jet // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 426. P. 177–197.
3. **Reijasse P., Bouvier F., Servel P.** Experimental and numerical investigation of cap-shock structure in overexpanded thrust-optimized nozzles // West East High Speed Flow Fields Conf. Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime / Ed. by D.E. Zeitoun, J. Périaux, J.A. Désidéri, M. Marini. Barcelona, Spain: CIMNE, 2003. P. 338–345.
4. **Горяйнов В.А.** О возможности эффекта реверса течения в свободных сверхзвуковых струях // Мат. моделирование. 2003. Т. 15, № 7. С. 86–92.
5. **Skovorodko P.A.** About the nature of the recirculation zone behind a Mach disk in an underexpanded jet // AIP Conf. Proc. 2011. Vol. 1333. P. 601–606.
6. **Кашковский А.В., Кудрявцев А.Н., Шершинёв А.А.** Численное исследование структуры недорасширенных сверхзвуковых струй разреженного газа методом прямого статистического моделирования // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 1. С. 33–39.
7. **Bird G.A.** Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford, UK: Clarendon Press, 1994. 476 p.
8. **Глотов Г.Ф.** Локальные дозвуковые зоны в сверхзвуковых струйных течениях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1998. № 1. С. 143–150.
9. **Zapryagaev V.I., Boiko V.M., Kavun I.N., Kiselev N.P., Pivovarov A.A.** Flow structure behind the Mach disk in supersonic non-isobaric jets // AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1770. P. 030029-1–030029-8.
10. **Edgington-Mitchell D., Honnery D.R., Soria J.** The underexpanded jet Mach disk and its associated shear layer // Phys. Fluids. 2014. Vol. 26, No. 9. P. 096101-1–096101-5.
11. **Shershnev A.A., Kudryavtsev A.N., Kashkovsky A.V., Shoev G.V., Borisov S.P., Shkredov T.Yu., Povelyshchikov D.P., Korolev A.A., Khotyanovsky D.V., Kratova Yu.V.** A numerical code for wide range of compressible flows on hybrid computational architectures // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2022. Vol. 9, No. 4. P. 85–99.
12. **Kashkovsky A., Shershnev A., Ivanov M.** Efficient CUDA implementation in the DSMC method // AIP Conf. Proc. 2012. Vol. 1501. P. 511–518.
13. **Kashkovsky A.V.** 3D DSMC computations on a heterogeneous CPU-GPU cluster with a large number of GPUs // AIP Conf. Proc. 2014. Vol. 1628. P. 192–198.
14. **Ben-Dor G.** Shock wave reflection phenomena. 2nd ed. Berlin etc.: Springer, 2007. 355 p.

Статья поступила в редакцию 29 октября 2023 г.,
после доработки — 29 октября 2023 г.,
принята к публикации 21 ноября 2023 г.