

## ЛИТЕРАТУРА

1. Технология и оборудование для проектирования сосудов на повышенные давления. М., НИИИНФОРМТЯЖМАШ, 1972, сер. II, № 14.
2. Petch N. J. Thin laminates can arrest fracture in pressure vessels.—«Engineer», 1969, vol. 229, N 5938, p. 51.
3. Иванов А. Г., Кочкин Л. И., Васильев Л. В., Кустов В. С. Взрывное разрушение труб.— ФГВ, 1974, № 1.
4. Садовский М. А. Механическое действие воздушных ударных волн взрыва.— В кн.: Физика взрыва. М., Изд-во АН СССР, 1952.
5. Адушкин В. В. О формировании ударной волны и разлете продуктов взрыва в воздухе.— ПМТФ, 1963, № 5.
6. Богдановская Е. И., Дубнов Л. В. и др. О влиянии параметров детонации ВВ на упрочнение стали X18H10T.— ФГВ, 1975, № 5.

7ДК 539.374

**ОБ ОБРАЗОВАНИИ ЗАСТОЙНЫХ ЗОН  
В ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ  
НА ВЫПУКЛЫХ И ВОГНУТЫХ УЧАСТКАХ ЖЕСТКИХ ГРАНИЦ**

*Е. М. Емельянов, А. Д. Чернышов*  
(Воронеж)

Задачи о течении вязкопластической среды [1] в каналах с возмущенной границей рассматривались ранее в работах [2, 3], методом малого параметра решены и задачи о течении в каналах эллиптического сечения [4].

1. Реологическое соотношение для вязкопластической среды Бингама—Шведова имеет вид

$$(1.1) \quad \sigma_{ij} = (\sqrt{2k}/\sqrt{\varepsilon_{q1}\varepsilon_{q1}} + 2\eta)\varepsilon_{ij} + P\delta_{ij}, 3P = \sigma_{ii},$$

где  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора скоростей деформации;  $k$  — предел текучести;  $\eta$  — коэффициент вязкости.

Тензор скоростей деформации связан с компонентами вектора скорости течения среды  $v_i$  формулой Коши

$$\varepsilon_{ij} = (1/2)(v_{i,j} + v_{j,i}).$$

В обеих задачах, рассматриваемых в данной работе, отличной от нуля будет лишь компонента вектора скорости  $v_z$ , которую следует искать в цилиндрической системе координат в виде ряда по степеням малого параметра  $\delta$

$$v_z(r, \varphi) = v^0(r) + \delta v'(r, \varphi) + \dots$$

Для формулировки задачи в безразмерном виде отнесем напряжения к пределу текучести  $k$ , переменные длины к радиусу трубы  $R$ , скорость к величине  $kR/\eta$ . Тогда (1.1) в безразмерных переменных примет вид

$$(1.2) \quad \sigma_{ij} = (1 + I^{-1/2})2\varepsilon_{ij} + P\delta_{ij}, 3P = \sigma_{ii},$$

где  $I = 2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}$ .

На жестких границах каналов предполагается прилипание среды к поверхности. В области течения отличными от нуля будут компоненты тензора скоростей деформации

$$(1.3) \quad \epsilon_{rz} = \frac{i}{2} (v_{,r}^0 + \delta v'_{,r}) + \dots, \quad \epsilon_{\varphi z} = \frac{1}{2} \delta \frac{1}{r} v'_{,\varphi} + \dots$$

Подставив (1.3) в (1.2), получим

$$(1.4) \quad \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = P, \quad \sigma_{r\varphi} = 0, \quad \sigma_{\varphi z} = (1 + I^{-1/2}) \delta \frac{1}{r} v'_{,\varphi} + \dots$$

$$\sigma_{rz} = (1 + I^{-1/2})(v_{,r}^0 + \delta v'_{,r}) + \dots, \quad I = v_{,r}^2 + 2\delta v_{,r}^0 v'_{,r} + \dots$$

Из трех уравнений равновесия остается лишь одно

$$(1.5) \quad \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0.$$

2. Пусть на границу трубы наложено малое возмущение  $r = R(1 + \delta \cos m\varphi)$ ,  $\delta \ll 1$ . Среда течет под действием постоянного перепада давления  $p$ . в выражениях (1.4) будет

$$(2.1) \quad P = pz.$$

Запишем граничные условия в безразмерных переменных. На поверхности трубы предполагаем прилипание среды

$$(2.2) \quad v_z(1 + \delta \cos m\varphi, \varphi) = 0.$$

На границе жесткого ядра должны выполняться условия

$$(2.3) \quad v_z(r, \varphi) = v_* = \text{const}, \quad \partial v_z(r, \varphi) / \partial n = 0 \text{ при } r = f(\varphi),$$

где  $f(\varphi)$  — контур жесткого ядра течения.

Условие равновесия сил на жестком ядре дает следующее выражение:

$$(2.4) \quad l = pS,$$

где  $l, S$  — длина контура и площадь сечения жесткого ядра.

Подставим (1.4) в (1.5) с учетом (2.1) и разложив (1.5) по степеням малого параметра  $\delta$ , получим для нулевого и первого приближений систему уравнений

$$(2.5) \quad \frac{d^2 v^0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv^0}{dr} - \frac{1}{r} v^0 + p = 0;$$

$$(2.6) \quad v'_{,rr} + \frac{1}{r} v'_{,r} - \frac{1}{r^2} \left( \frac{1}{v_{,r}^0} - 1 \right) v'_{,\varphi\varphi} = 0.$$

Граничные условия найдем, разлагая (2.2)–(2.4) в ряд по степеням малого параметра

$$(2.7) \quad v^0(r) = v_*^0, \quad dv^0/dr = 0 \text{ при } r = b, \quad b = 2/p, \quad v^0(1) = 0,$$

где  $b$  — радиус жесткого ядра течения в круглой трубе,

$$(2.8) \quad v'(1, \varphi) = -v'_{,r}(1) \cos m\varphi, \quad v'(2/p, \varphi) = 0,$$

$$\int_0^{2\pi/m} [\lambda + \psi(\varphi)] d\varphi = 0, \quad \psi(\varphi) = (2/p) v'_{,r}(2/p, \varphi),$$

здесь представили границу жесткого ядра в виде

$$f(\varphi) = 2/p + \delta[\lambda + \psi(\varphi)] + \dots$$

Условие существования течения в трубе  $b < 1$  (радиус жесткого ядра меньше радиуса трубы) накладывает ограничение на перепад давления:  $p > 2$ .

Решая (2.5) с учетом граничных условий (2.7), находим нулевое приближение для скорости

$$(2.9) \quad v^0(r) = (1 - r)[(p/4)(1 + r) - 1].$$

Подстановкой в (2.9) значения радиуса на жестком ядре  $r = 2/p$  получим скорость жесткого ядра в круглой трубе

$$v_*^0 = (p - 2)^2/4p.$$

Используя нулевое приближение  $v^0(r)$  из (2.9), приведем уравнение для первого приближения (2.6) к виду

$$(2.10) \quad r(1 - pr/2)v'_{,rr} + (1 - pr/2)v'_{,r} - p/2v_{,\varphi\varphi} = 0.$$

Сделаем замену переменной  $pr/2 = \rho$ . Первое приближение с учетом граничных условий (2.8) будем искать в виде

$$(2.11) \quad v'(\rho, \varphi) = T(\rho) \cos m\varphi.$$

Для функции  $T(\rho)$  после подстановки (2.11) в (2.10) получим гипергеометрическое уравнение

$$(2.12) \quad \rho(\rho - 1)T'' + (\rho - 1)T' - m^2T = 0.$$

Граничные условия для уравнения (2.12) получаются из (2.8)

$$(2.13) \quad T(1) = 0, \quad T(p/2) = p/2 - 1, \quad \lambda = O(\delta), \quad \psi(\varphi) = (2/p)T'(1) \cos m\varphi.$$

Общим решением уравнения (2.12) будет линейная комбинация двух линейно-независимых гипергеометрических функций

$$T_1(\rho) = \rho^{-m}F(m, m, 1 + 2m, 1/\rho), \\ T_2(\rho) = \rho^{m-1}(\rho - 1)F(1 - m, 1 - m, 1 - 2m, 1/\rho).$$

Так как  $1 \leq \rho \leq p/2$ , то гипергеометрический ряд для  $T_1(\rho)$  сходится равномерно, а  $T_2(\rho)$  — полином степени  $m$ . Таким образом, общее решение уравнения (2.12) имеет вид

$$T(\rho) = c_1T_1(\rho) + c_2T_2(\rho).$$

Из граничных условий (2.13) найдем постоянные интегрирования

$$c_1 = 0, \quad c_2 = (p/2)^{1-m}F^{-1}(1 - m, 1 - m, 1 - 2m, 2/p).$$

Переход к переменной  $r$  дает

$$T(r) = r^{m-1} \left( \frac{p}{2}r - 1 \right) \frac{F(1 - m, 1 - m, 1 - 2m, 2/pr)}{F(1 - m, 1 - m, 1 - 2m, 2/p)}.$$

Из последнего условия (2.13) определим влияние возмущений границы на форму жесткого ядра течения

$$\Psi(\varphi) = \left(\frac{2}{p}\right)^m \frac{F(1-m, 1-m, 1-2m, 1)}{F(1-m, 1-m, 1-2m, 2/p)} \cos m\varphi + O(\delta^2).$$

Рассмотрим поведение жесткого ядра течения при изменении перепада давления от наименьшего значения ( $p = 2$ ) до больших значений  $p(p \rightarrow \infty)$

$$(2.14) \quad f(\varphi) = \frac{2}{p} + \delta \left(\frac{2}{p}\right)^m \frac{F(1-m, 1-m, 1-2m, 1)}{F(1-m, 1-m, 1-2m, 2/p)} \cos m\varphi + O(\delta^2).$$

При  $p \rightarrow 2$  граница жесткого ядра приближается к границе возмущенной поверхности трубы  $f(\varphi) \rightarrow 1 + \delta \cos m\varphi$ . Так как  $F(a, b, c, 0) = 1$ , то из (2.14) следует  $\lim_{p \rightarrow \infty} f(\varphi) = 0$ , т. е. с увеличением перепада давления размеры жесткого ядра уменьшаются  $f(\varphi) \rightarrow 0$ .

Для функции скорости получили два приближения

$$v_z(r, \varphi) = (1-r) \left[ \frac{p}{4} (1+r) - 1 \right] + \delta r^{m-1} \left( \frac{p}{2} r - 1 \right) \times \\ \times \frac{F(1-m, 1-m, 1-2m, 2/pr)}{F(1-m, 1-m, 1-2m, 2/p)} \cos m\varphi + O(\delta^2).$$

Согласно анализу, проведенному в работе [2], течение вязкопластической среды характерно тем, что при некотором соотношении параметров течения в вершинах возмущений ( $\cos m\varphi = 1, r = 1 + \delta$ ) будут зарождаться застойные зоны. В этих точках должно быть выполнено условие на застойной зоне [3]

$$\partial v_z(r, \varphi) / \partial n = 0 \text{ при } r = 1 + \delta, \varphi = 2\pi n/m.$$

Выполнив это условие, получим критерий зарождения застойных зон на жесткой границе трубы

$$(2.15) \quad \delta_*(m-1) \left[ 1 + \frac{m-1}{2m-1} \frac{2}{p} \frac{F(2-m, 2-m, 2-2m, 2/p)}{F(1-m, 1-m, 1-2m, 2/p)} \right] = 1.$$

Критерий справедлив для  $m > 1$ , при  $m = 1$  в вершинах углублений условие на жесткой зоне выполняется тождественно. Для нахождения критического соотношения в этом случае надо найти второе приближение для функции скорости.

Необходимо отметить в этой задаче независимость критического параметра  $\delta_*$  от коэффициента вязкости  $\eta$ .

При изменении перепада давления  $p$  от наименьшего значения ( $p = 2$ ) до больших значений  $p(p \rightarrow \infty)$  критическое значение  $\delta_*$  изменяется в пределах

$$\left( \left[ (m-1) \left( 1 + \frac{m-1}{2m-1} \frac{F(2-m, 2-m, 2-2m, 1)}{F(1-m, 1-m, 1-2m, 1)} \right) \right]^{-1}, (m-1)^{-1} \right).$$

Для небольших значений  $m$  ( $m = 2, 3, 4, 5, 6$ ) критическое значение  $\delta_*$  из (2.15) монотонно возрастает в этих пределах.

3. Пусть внешний цилиндр с образующей поверхности  $r = R[b + \delta\lambda_2 \cos(m_2\varphi + \varphi_0)]$  движется с постоянной скоростью  $v_*$  вдоль своей оси, а внутренний цилиндр с образующей  $r = R[1 + \delta\lambda_1 \cos m_1\varphi]$  находится в покое. Полагаем при этом  $\delta \ll 1, \lambda_1, \lambda_2 \sim 1, b > 1 + \delta(\lambda_1 + \lambda_2)$ . В задаче о чистом сдвиге между двумя цилиндрами с малыми продольными

возмущениями границ в безразмерных переменных граничные условия имеют вид

$$(3.1) \quad v_z(1 + \delta\lambda_1 \cos m_1\varphi, \varphi) = 0, \quad v_z(b + \delta\lambda_2 \cos(m_2\varphi + \varphi_0), \varphi) = a^{-2},$$

где  $a^2 = kR/\eta v_*$ .

В этой задаче  $P = \text{const}$ , поэтому после разложения (1.7) в ряд по малому параметру  $\delta$  получим систему уравнений для нулевого и первого приближений

$$(3.2) \quad \frac{d^2 v^0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv^0}{dr} + \frac{1}{r} = 0;$$

$$v'_{,rr} + \frac{1}{r} v'_{,r} + \frac{1}{r^2} \left( \frac{1}{v'_{,r}} + 1 \right) v'_{,\varphi\varphi} = 0.$$

Граничные условия после разложения (3.1) в ряд принимают вид

$$(3.3) \quad v^0(1) = 0, \quad v^0(b) = a^{-2}; \quad v'(1, \varphi) = -v'_{,r}(1) \lambda_1 \cos m_1\varphi,$$

$$v'(b, \varphi) = -v'_{,r}(b) \lambda_2 \cos(m_2\varphi + \varphi_0).$$

Решение уравнений (3.2) с граничными условиями (3.3) имеет вид

$$(3.4) \quad v^0(r) = q \ln r - r + 1, \quad q = (b - 1 + a^{-2})/\ln b.$$

Из условия положительности скорости деформации получаем ограничение на параметры задачи

$$v'_{,r}(1) \geq 0, \quad \text{т. е. } r \ln b \leq b - 1 + a^{-2}.$$

Так как  $1 \leq r \leq b$ , то условием существования течения вязкопластической среды во всей области является

$$(3.5) \quad b(\ln b - 1) + 1 - a^{-2} \leq 0.$$

Если неравенство (3.5) будет нарушено, то у поверхности внешнего цилиндра образуется застойная зона. При этом задача перейдет в задачу о вытягивании возмущенного цилиндра из вязкопластического пространства, рассмотренную в работе [2]. В граничные условия (3.1) необходимо добавить условия на поверхности застойной зоны [3], положить  $m_1 = m_2$ ,  $\varphi_0 = 0$ , а  $\lambda_2$  и  $b$  считаются неизвестными и находятся в процессе решения граничной задачи.

Предполагаем в дальнейшем, что неравенство (3.5) выполняется строго. Уравнение и граничные условия для первого приближения с учетом (3.4) имеют вид

$$(3.6) \quad v'_{,rr} + \frac{1}{r} v'_{,r} + \frac{1}{r^2(1-r/q)} v'_{,\varphi\varphi} = 0;$$

$$(3.7) \quad v'(1, \varphi) = (1 - q)\lambda_1 \cos m_1\varphi, \quad v'(b, \varphi) = (1 - q/b)\lambda_2 \cos(m_2\varphi + \varphi_0).$$

Разделяя переменные в (3.6)  $v'(r, \varphi) = T(r)X(\varphi)$ , получим систему уравнений

$$(3.8) \quad d^2 X/d\varphi^2 + \mu^2 X = 0,$$

$$T'' + \frac{1}{r} T' - \frac{\mu^2}{r^2(1-r/q)} T = 0.$$

Отсюда следует

$$X_n(\varphi) = a_n \cos \mu_n \varphi + b_n \sin \mu_n \varphi.$$

Сделаем во втором уравнении (3.8) замену переменной  $r = qt$ , тогда для  $T(r(t))$  получим гипергеометрическое уравнение для каждого собственного значения  $\mu_n$

$$t^2(t-1)T'' + t(t-1)T' + \mu_n^2 T = 0.$$

Общее решение этого уравнения

$$(3.9) \quad T_n(t) = c_{1n} t^{\mu_n} F_{1n}(\mu_n, \mu_n, 1 + 2\mu_n, t) + c_{2n} t^{-\mu_n} F_{2n}(-\mu_n, -\mu_n, 1 - 2\mu_n, t).$$

Из граничных условий (3.7) получим

$$\mu_1 = m_1, \mu_2 = m_2, \mu_3 = \mu_4 = \dots = 0, a_1 = 1, a_2 = \cos \varphi_0, a_3 = a_4 = \dots = 0, b_1 = 0, b_2 = -\sin \varphi_0, b_3 = b_4 = \dots = 0.$$

Тогда собственными функциями будут

$$X_1(\varphi) = \cos m_1 \varphi, X_2(\varphi) = \cos \varphi_0 \cos m_2 \varphi - \sin \varphi_0 \sin m_2 \varphi = \cos(m_2 \varphi + \varphi_0).$$

Граничные условия для функций (3.9) получим из условий (3.7) разделением переменных

$$(3.10) \quad T_1(1/q) = \lambda_1(1 - q), T_1(b/q) = 0, T_2(1/q) = 0, T_2(b/q) = \lambda_2(1 - q/b).$$

Выполнив условия (3.10) и определив постоянные интегрирования, получим

$$T_k(r) = c_{1k} \left(\frac{r}{q}\right)^{m_k} F_{1k}(m_k, m_k, 1 + 2m_k, r/q) + c_{2k} \left(\frac{r}{q}\right)^{-m_k} F_{2k}(-m_k, -m_k, 1 - 2m_k, r/q),$$

$$c_{1k} = (-1)^{k+1} \lambda_k (1 - qb^{1-k}) (qb^{k-2})^{m_k} F_{2k}(b^{2-k}/q) D_k^{-1},$$

$$c_{2k} = (-1)^k \lambda_k (1 - qb^{1-k}) (qb^{k-2})^{-m_k} F_{1k}(b^{2-k}/q) D_k^{-1},$$

$$D_k = b^{-m_k} F_{1k}(1/q) F_{2k}(b/q) - b^{m_k} F_{1k}(b/q) F_{2k}(1/q),$$

по  $k = 1, 2$  не суммировать, через  $F_{ij}(r)$  обозначили соответствующие гипергеометрические функции.

Таким образом, получили два приближения для функции скорости

$$v_2(r, \varphi) = q \ln r - r + 1 + \delta [T_1(r) \cos m_1 \varphi + T_2(r) \cos (m_2 \varphi + \varphi_0)] + O(\delta^2).$$

Если рассмотреть линии  $v = \text{const}$ ,  $0 \leq v \leq a^{-2}$ , то с точностью до малых второго порядка  $O(\delta^2)$  они повторяют конфигурацию внутреннего цилиндра при  $v = 0$ , постепенно переходя в конфигурацию внешнего цилиндра при увеличении  $v$  до  $a^{-2}$ .

Найдем критерий образования застойных зон в углублениях внутреннего цилиндра ( $\cos m_1 \varphi = -1$ ,  $r = 1 - \delta \lambda_1$ ) и на выпуклых участках внешнего цилиндра ( $\cos (m_2 \varphi + \varphi_0) = 1$ ,  $r = 1 + \delta \lambda_2$ ). Согласно [3], в этих точках в момент зарождения застойной зоны должно быть выполнено условие  $\partial v_2 / \partial r = 0$ .

На внутреннем цилиндре застойные зоны образуются при выполнении равенства

$$(3.11) \quad \delta_{*1} \left[ T'_1(1) T'_2(1) \cos \left( \frac{m_2 \pi (2n+1)}{m_1} + \varphi_0 \right) - q \lambda_1 \right] = q - 1.$$

На внешнем цилиндре застойные зоны будут образовываться при следующем критическом соотношении параметров течения:

$$(3.12) \quad \delta_{*2} \left[ T'_1(b) \cos \frac{m_1}{m_2} (2\pi n - \varphi_0) + T'_2(b) - q \lambda_2 / b^2 \right] = 1 - q/b,$$

$$T'_k(r) = c_{1k} m_k \frac{1}{q} (r/q)^{m_k-1} \left[ F_{1k}(r/q) + (r/q) \frac{m_k}{2m_k+1} \times \right. \\ \left. \times F'_{ik}(r/q) \right] - c_{2k} m_k \frac{1}{q} (r/q)^{-m_k-1} \left[ F_{2k}(r/q) + (r/q) \frac{m_k}{2m_k-1} F'_{2k}(r/q) \right],$$

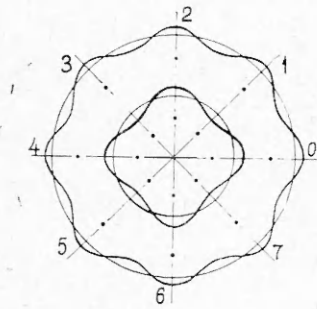
если  $F_{ik}(r/q) = F_{ik}(a, b, c, r/q)$ , то  $F'_{ik}(r/q) = F_{ik}(a+1, b+1, c+1, r/q)$ .

Случай, когда возмущен лишь один из цилиндров, получается, если в решении всюду положить  $\lambda_1$  или  $\lambda_2$  равным нулю.

Анализируя условия (3.11), (3.12), видим, что впервые застойная зона образуется в тех вершинах углублений внутреннего цилиндра, для которых  $\cos \left( \frac{m_2}{m_1} \pi (2n+1) + \varphi_0 \right)$  принимает наибольшее значение, а для внешнего цилиндра, наоборот, когда  $\cos \frac{m_1}{m_2} (2\pi n - \varphi_0)$  принимает наименьшее значение.

На фигуре изображен случай  $m_1 = 4$ ,  $m_2 = 8$ ,  $\varphi_0 = 0$ . На поверхности внутреннего цилиндра застойные зоны образуются во всех углублениях одновременно, так как  $\cos 2\pi(2n+1) = 1$  для любого  $n$ . На внешнем цилиндре застойные зоны образуются сначала в точках 1, 3, 5, 7, так как в этих точках  $\cos n\pi = -1$  и критерий (3.12) выполняется при меньших значениях  $\delta_*$ .

Если у  $m_1$  и  $m_2$  нет общего делителя, то застойная зона образуется сначала в одной точке. Если  $m_1 = m_2$ , то застойные зоны образуются одновременно во всех вершинах возмущений внутреннего или внешнего цилиндра. Если при заданных параметрах окажется, что  $\delta_{*1} < \delta_{*2}$ , то застойные зоны образуются сначала на внутреннем цилиндре, если же  $\delta_{*1} > \delta_{*2}$ , то на внешнем. Если  $\delta_{*1} = \delta_{*2}$ , то застойные зоны образуются на внутреннем и внешнем цилиндрах одновременно. Исключив  $\delta$  из (3.11), (3.12), получим соотношение между параметрами для одновременного образования застойных зон на жестких границах обоих цилиндров.



Поступила 28 VII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. М., «Наука», 1971.
2. Чернышов А. Д. О застойных зонах в вязкопластических средах. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1967, № 3, с. 168—170.

3. Емельянов Е. М., Чернышов А. Д. Об образовании жестких зон в вязкопластической среде. — ПМТФ, 1974, № 3, с. 143—148.
4. Белозеров В. Б., Знаменский В. А., Листров А. Т. О течении вязкопластической среды в трубах некругового сечения. — ПМТФ, 1965, № 4, с. 131—136.

УДК 539.374

### О СООТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ ПРИРАЩЕНИЯМИ ДЕФОРМАЦИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ НАГРУЖЕНИЯ

А. Ф. Никитенко, О. В. Соснин  
(Новосибирск)

Известно, что подобие девиаторов каких-либо тензоров есть необходимое и достаточное условие квазилинейной изотропной связи между ними [1]. Экспериментальные исследования, проведенные как в отечественных, так и зарубежных лабораториях на ползучесть на изотропных материалах при стационарных режимах нагружения (при пластичности — в условиях простого нагружения), достаточно хорошо подтвердили гипотезу подобия между девиаторами тензора напряжений и тензора приращения деформаций [2]. Этим оправдывается широкое распространение теорий пластичности и ползучести, основанных на квазилинейной связи между этими тензорами. При нестационарных режимах нагружения подобие между девиаторами упомянутых выше тензоров нарушается и его отсутствие связано, по-видимому, с нелинейным характером связи. Цель проведенного экспериментального исследования — установление закономерности отклонения отношения приращений деформаций ползучести от условия подобия девиатору напряжений при ступенчато-меняющемся напряженном состоянии с разными комбинациями осевого растяжения  $\sigma$  и сдвига  $\tau$ .

Эксперименты проводились при комнатной температуре на трубчатых образцах (наружный и внутренний диаметры соответственно 17 и 15 мм, длина рабочей части 50 мм). Исходные заготовки для образцов вырезались из плиты толщиной 20 мм одного из титановых сплавов. После изготовления образцы никакой термообработке не подвергались. Некоторые данные по упругопластическим свойствам и свойствам ползучести этого материала приведены в работе [3]. Несмотря на некоторую анизотропию свойств ползучести этого материала, отношение  $\Delta\varepsilon/\Delta\gamma$  при всех комбинациях  $\sigma$ ,  $\tau$  стационарных режимов нагружения было близко к соответствующим значениям  $\sigma/3\tau$  и сохраняло свои величины вплоть до разрушения. Наблюдавшиеся отклонения в равенстве этих отношений как в сторону завышения, так и в сторону занижения указывали на то, что подобие девиаторов приращений деформаций и напряжений при стационарном режиме нагружения выполнялось достаточно удовлетворительно.

На фиг. 1 представлены диаграммы ползучести  $A = A(t)$ , где  $A = \int_0^t \sigma d\varepsilon + \tau d\gamma$ , с интенсивностью напряжений  $\sigma_i = 65 \text{ кг/мм}^2$ . Штриховой линией для сравнения изображен участок диаграммы при стационарных режимах нагружения той же интенсивности. В левом верхнем углу схематично изображена последовательность перегрузок вдоль уровня