

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ ПРИ САМОВОСПЛАМЕНЕНИИ ГАЗА ПЕРЕД ФРОНТОМ ПЛАМЕНИ В ЗАМКНУТОМ СОСУДЕ

В. И. Водяник, С. В. Тараканов

(Северодонецк)

Распространение пламени в закрытом сосуде сопровождается ростом давления и, как следствие, адиабатическим нагревом газа перед фронтом горения. Увеличение температуры, как известно [1], приводит иногда к инициированию химической реакции, т. е. объемному горению газа в пристеночной области. В случае достаточно интенсивного энерговыделения вблизи стенок возможно образование газодинамической волны, давление в которой может превысить максимальную величину, достигаемую при фронтальном горении. В этой связи большое практическое значение имеет вопрос об определении условий возникновения волны давления и ее интенсивности.

Рассмотрим, следуя хронологии, основные стадии процесса распространения пламени в закрытом сосуде.

Фронтальное горение. Решение задачи о фронтальном (послойном) горении в одномерной постановке представлено в монографии [2]. Показано, в частности, что выражение для скорости роста давления в сосуде имеет вид

$$\frac{dp}{dt} = v/L \cdot (\alpha + 1) (\gamma - 1) \rho_0 Q (p/p_0)^{1/\gamma} (x/L)^\alpha, \quad (1)$$

$$p(t=0) = p_0,$$

где t — время; p — текущее давление; v — нормальная скорость фронта пламени (заданная функция давления p); L — размер сосуда; α — постоянная, значения которой 0, 1 и 2 соответствуют плоскому, цилиндрическому и сферическому пламенам; γ — показатель адиабаты; ρ — плотность газа; Q — тепловой эффект реакции; индекс нуль соответствует параметрам газа в начальном состоянии; x — текущая координата фронта пламени, причем

$$x = L \left[1 - \frac{p_0 + (\gamma - 1) \rho_0 Q - p}{(\gamma - 1) \rho_0 Q} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}}. \quad (2)$$

Из (2) следует, что при послойном горении давление в сосуде не может превысить величину $p_{m1} = p_0 + (\gamma - 1) \rho_0 Q$, достигаемую в момент подхода пламени к стенке сосуда ($x = L$).

Самовоспламенение. Режим фронтального горения имеет место до тех пор, пока в пристеночной области не начнется самовоспламенение. Различные критерии самовоспламенения, основанные на сопоставлении характерных времен или (что по существу то же самое) характерных скоростей протекания процессов фронтального и объемного горения, рассмотрены в [1]. Показано, что все они приводят к качественно совпадающим, а количественно мало отличающимся результатам. Поэтому в дальнейшем будем использовать одно из простейших условий самовоспламенения. Полагаем, что процесс начинается в момент, когда локальная скорость роста давления в результате объемной химической реакции в пристеночной области сравнивается со скоростью роста давления в сосуде при фронтальном горении. Для реакции первого порядка это условие с учетом (1) имеет следующий вид:

$$\frac{v_*}{L} (\alpha + 1) \left(\frac{p_*}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{x_*}{L} \right)^\alpha = k_0 \exp \left(- \frac{E}{RT_*} \right), \quad (3)$$

$$T_* = T_0 \left(\frac{p_*}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

где k_0 — предэкспоненциальный множитель; R — универсальная газовая постоянная; E — энергия активации; T — температура газа; * — символ, отмечающий значения параметров в момент самовоспламенения.

Образование волны давления. С момента самовоспламенения начинается процесс объемного горения газа в пристеночной области. При этом интенсивное энерговыделение может привести к локальному повышению давления. Определим величину пикового давления, предположив, что скорость энерговыделения много больше скорости распространения акустических возмущений. В этом случае процесс объемного горения будет описываться уравнениями выгорания реагента

$$d_i \chi = -\chi k_0 \exp(-E/RT) \quad (4)$$

и баланса энергии

$$\begin{aligned} d_i T &= Q/c_v \cdot \chi k_0 \exp(-E/RT), \\ \rho &= \rho_*, \quad \chi(0) = 1, \quad T(0) = T_*, \end{aligned} \quad (5)$$

где χ — концентрация реагента. Система (4), (5) имеет интеграл $c_v T + \chi Q = c_v T_0 + Q$. Откуда, положив $\chi = 0$, получим максимальное значение давления в волне

$$p_{m2} = p_{m1} \left\{ 1 + (\gamma - 1) \frac{\rho_0}{p_0} Q \left[1 + (\gamma - 1) \frac{\rho_0}{p_0} Q \right]^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right\}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что эта величина существенно превышает давление p_{m1} , т. е. максимальное давление, которое достигается при фронтальном горении.

Таким образом, возникновение газодинамической волны следует ожидать в случае, когда характерное время энерговыделения при химической реакции равно или меньше акустического, т. е. времени распространения звуковой волны в слое толщиной $L - x_*$. Формально это условие может быть записано в следующей форме:

$$\frac{L - x_*}{a_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \geq \beta \frac{T_0^2 c_v^2 (\gamma - 1)}{EQ k_0 \exp(-E/RT)}, \quad (7)$$

где a_0 — скорость звука при температуре T_0 ; β — постоянный, неопределенный пока множитель. Оценка времени энерговыделения при химической реакции получена в результате интегрирования системы уравнений (4), (5).

Неравенство (7) должно выполняться одновременно с условием самовоспламенения (3). Поэтому, исключив из (7) константу скорости реакции, на основании (3) получим

$$v_* (\alpha + 1) \left(\frac{p_*}{p_0} \right)^{\frac{7-5\gamma}{2\gamma}} \left(\frac{x_*}{L} \right)^{\alpha} \frac{1 - \frac{x_*}{L}}{a_0} \geq \beta \frac{T_0^2 c_v^2 (\gamma - 1)}{EQ}. \quad (8)$$

В дальнейшем для простоты положим $v = \text{const}$, $\gamma = 1,4$. В результате (8) примет вид

$$\left(\frac{x_*}{L} \right)^{\alpha} \left(1 - \frac{x_*}{L} \right) \geq \frac{\beta T_0^2 c_v^2 (\gamma - 1)}{EQ (\alpha + 1)} \frac{a_0}{v} \equiv \psi. \quad (9)$$

Найдем условия, при которых последнее неравенство имеет место. Отметим прежде всего, что поскольку левая часть (9) имеет максимум, то значение ψ должно быть меньше этого максимума

$$\psi \leq \alpha^\alpha (1 + \alpha)^{-1-\alpha} \equiv \psi_{\max}. \quad (10)$$

Для $\psi \in (0, \psi_{\max})$ условие (9) будет выполняться на отрезке $[x_-, x_+]$, где значения x_- , x_+ определяются из уравнения (9). (В плоском случае уравнение (9) имеет лишь один корень.)

Таким образом, возникновение волны уплотнения происходит в случае, когда в момент самовоспламенения координата фронта пламени лежит в пределах отрезка $[x_-, x_+]$. Если $x_* < x_-$ или $x_* > x_+$, волна не формируется, поскольку время химической реакции больше акустического и давление в сосуде успевает выравняться. В первом случае это происходит ввиду того, что объемное горение начинается при низких температурах, а во втором — поскольку толщина области объемного горения $L - x_*$ становится слишком малой.

Очевидно, что критические условия возникновения волны давления будут обусловлены тем, что процесс начинается, когда $x_* = x_+$ или $x_* = x_-$. Эти условия позволяют определить соответственно минимальный и максимальный критический размер сосуда. Рассмотрим случай большой энергии активации химической реакции, когда значение ψ достаточно мало. При этом, как следует из (9), x_+ близко к L и $1 - x_+/L \ll 1$. Решив систему (3), (9) с учетом указанного малого параметра, получим формулу для минимального критического размера

$$L_{\text{кр}} = \frac{v(\alpha + 1) \left(\frac{T_*}{T_0} \right)^{5/2}}{(1 - \alpha\psi) k_0 \exp(-E/RT_*)}, \quad (11)$$

в которой температура воспламенения T_* определяется следующим выражением:

$$T_* = T_0 \left(\frac{p_{m1}}{p_0} \right)^{\gamma-1} - \frac{(\gamma-1)^2}{\gamma} (1 + \alpha) \psi (1 - \alpha\psi) \rho_0 Q. \quad (12)$$

Определенным аналогичным образом максимальный критический размер оказывается чрезвычайно большим¹, поэтому практического значения не имеет.

Численные расчеты. С целью проверки полученных выше результатов проведено численное исследование задачи о самовоспламенении и возникновении волны давления. Для описания процесса использована система уравнений Эйлера, дополненная уравнением выгорания реагента

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + x^{-\alpha} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho \chi + x^{-\alpha} \frac{\partial}{\partial x} (\rho \chi u) &= -\rho \chi k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho u + x^{-\alpha} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2) + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(c_v T + \frac{u^2}{2} \right) \right] + x^{-\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u \left(c_v T + \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right] &= \rho Q \chi k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \\ p &= c_v (\gamma - 1) \rho T, \end{aligned} \quad (13)$$

где u — скорость газа. При интегрировании (13) в качестве начальных значений использовали распределения параметров газа, полученные к моменту самовоспламенения на основании решения задачи о послыном горении. В качестве граничных брали условия равенства нулю массового и теплового потоков в центре и на стенках сосуда.

Систему (13) решали методом расщепления по физическим процессам [3]. Для расчета изменения параметров в результате химической реакции использовали неявный алгоритм первого порядка аппроксимации. Расчет газодинамики проводили при помощи консервативной схемы Лакса (см., например, [4]).

На рис. 1, а представлены результаты расчета изменения давления на границе сферического сосуда радиуса $L = 1$ м. Эти расчеты проведены для случаев: $k_0 = 3,56 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$, $B = E/RT = 60$ (1) и $k_0 = 1,09 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$,

¹ Для случаев, представленных на рис. 3, он составляет несколько десятков метров и выше.

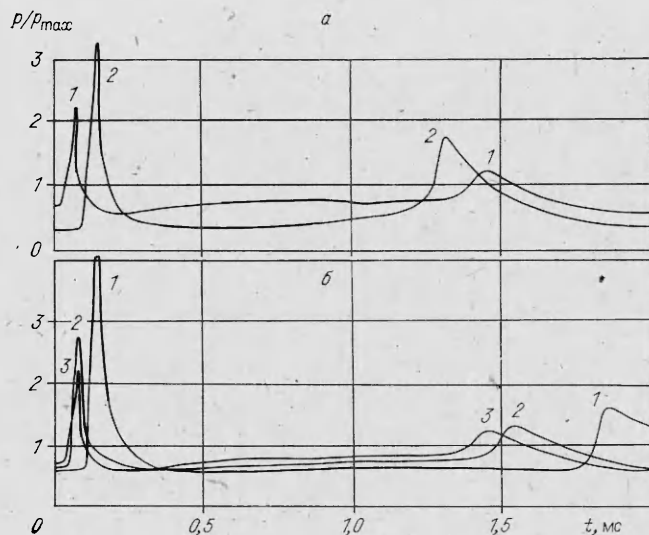


Рис. 1.

$B = 30$ (2). При этом для определения нормальной скорости пламени использовали формулу Бопдаренко [5]

$$v^2 = \frac{\lambda Q}{c_p \gamma (T_b - T)} k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_b}\right),$$

где λ — температуропроводность газа; T_b — постоянная. Полагалось, что $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $T_b/T_0 = 2$, $Q/(c_p T_0) = 8,4$, $\gamma = 1,4$, $T_0 = 300 \text{ К}$, $p_0 = 10^5 \text{ Н/м}^2$. При таком выборе параметров $v = 1 \div 2 \text{ м/с}$.

При указанных условиях, как следует из рис. 1, а, самовоспламенение приводит к возникновению ударной волны. Значения пикового давления оказываются существенно выше максимального, достигаемого при фронтальном горении газа в сосуде. Можно заключить также, что в данном случае в более легковоспламеняемой среде возникают большие скачки давления.

На рис. 1, б показано изменение давления на стенке сосудов различной геометрии при $\alpha = 0, 1$ и 2 (кривые 1—3 соответственно). Во всех случаях $k_0 = 3,56 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$, $B = 60$, значения остальных параметров прежние. Видно, что наиболее сильная волна возникает в плоском случае, а наиболее слабая — в сферическом.

Рассмотрим влияние размера сосуда на амплитуду волны уплотнения. На рис. 2 представлены расчетные зависимости максимального давления в волне в сферическом случае от радиуса сосуда. Расчеты проведены при $v = 1 \text{ м/с}$: 1 — $k_0 = 1,09 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $B = 30$; 2 — $k_0 = 1,97 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $B = 45$; 3 — $k_0 = 3,56 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$, $B = 60$; значения остальных величин прежние. Из рис. 2 следует, что с уменьшением габаритов сосуда амплитуда ударной волны снижается, и при достаточно малых L заметные газодинамические явления не наблюдаются. Это обстоятельство согласуется с полученными ранее условиями возникновения волны давления, согласно которым образование ударной волны оказывается возможным лишь тогда, когда размер сосуда превышает критический. На основании формул (11), (12) рассчитаны значения критических размеров сосуда при $\beta = 0,1$. Соответствующие критические значения L отмечены на рис. 2 стрелками. Видно, что эти значения хорошо согласуются с результатами численных расчетов.

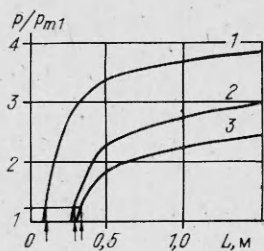


Рис. 2.

Поступила в редакцию 4/VIII 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. П. К. Сеначин, В. С. Бабкин. ФГВ, 1982, 18, 1.
2. Я. Б. Зельдович и др. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
3. В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
4. Р. Рихтмайер, А. К. Мортон. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
5. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.

ВЛИЯНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ КОНЦЕНТРАЦИЙ НА ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ПРИСТЕННОЙ СТРУИ ВОДОРОДА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

О. М. Колесников

(Москва)

В последнее время большое внимание уделяется проблеме, связанной с получением количественных данных о влиянии турбулентных пульсаций температуры и концентраций на скорости химических реакций и тепловыделения. Известно, что воспламенение тангенциальной струи горючего в сверхзвуковом потоке сопровождается повышением давления, т. е. в отличие от дозвуковых течений о скорости тепловыделения в этом случае можно судить по распределению давления, тем более, что непосредственное изменение поля температур в горячем потоке сопряжено с большими техническими трудностями. Расчетные методы, основанные на решении уравнений пограничного слоя, малопригодны для получения данных о распределении давления. В настоящей работе для исследования процесса воспламенения и горения пристенной струи водорода в сверхзвуковом потоке используются так называемые «параболизованные» уравнения Навье — Стокса, маршевый метод численного интегрирования которых предложен в работе [1] применительно к горению плоской сверхзвуковой струи водорода в сверхзвуковом спутном потоке. Этот метод после внесения в него необходимых изменений в том числе и в граничные условия (на стенке: $u = v = 0$, $T_w = \text{const}$, $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$) будет использован и в данной работе.

В системе параболизованных уравнений по сравнению с полной системой уравнений Навье — Стокса сохраняются только члены, имеющие порядок $O(1)$ по параметру $1/\sqrt{Re}$, т. е. в нее входят все члены из уравнений Эйлера и пограничного слоя. Достоинство параболизации заключается в том, что в отличие от полных уравнений Навье — Стокса полученная система относится к эволюционному типу в тех областях потока, где скорость сверхзвуковая.

В работе [1] воспламенение и горение турбулентной струи водорода рассматривались в рамках известного квазиламинарного приближения: скорость любой химической реакции вычислялась из закона действующих масс по средним значениям температуры и концентрации. Кинетика горения водорода в воздухе определялась реакциями:

- 1) $H + O_2 = OH + O$;
- 2) $O + H_2 = OH + H$;
- 3) $OH + H_2 = H_2O + H$;
- 4) $2OH = H_2O + O$;
- 5) $H_2O + M = H + OH + M$;
- 6) $H_2 + M = 2H + M$;
- 7) $OH + M = O + H + M$;
- 8) $O_2 + M = 2O + M$;