

4. Ентов В. М., Ярин А. Л. Динамика свободных струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей // Итоги науки и техники ВИНТИ. МЖГ.— 1984.— Т. 18.
5. Зябицкий А. Теоретические основы формирования химических волокон.— М.: Химия, 1979.
6. Чанг Дей Хан. Реология в процессах переработки полимеров.— М.: Химия, 1979.
7. Структура волокон/Под ред. Д. В. С. Хёрла.— М.: Химия, 1968.
8. Генис А. В., Фильберт Д. В., Синдеев А. А. Баланс сил при аэродинамическом формировании нитей из расплава полипропилена // Хим. волокна.— 1978.— № 3.
9. Генис А. В., Фильберт Д. В., Синдеев А. А. Аэродинамическое формирование волокон из расплава // Хим. волокна.— 1978.— № 1.
10. Елисеев В. И., Флеер Л. А., Белозеров Б. П. Прямая и обратная сопряженные задачи теории формирования синтетических нитей // Теплообмен-VII.— Минск: ИТМО, 1984.— Т. 5, ч. 2.
11. Bourne D. E., Elliston D. G. Heat transfer through the axially symmetric boundary layer on a moving circular fibre // Intern. J. Heat Mass Transfer.— 1976.— V. 13, N 3.
12. Боровский В. Р., Шелиманов В. А. Теплообмен цилиндрических тел малых радиусов и их систем.— Киев: Наук. думка, 1985.
13. Matsui M. Air drag on a continuous filament in melt spinning // Trans. Soc. Rheol.— 1976.— V. 20, N 3.
14. Wilhelm G. Die Abkühlung eines aus der Schmelze gesponnenen polymeren Faden im Spinnschicht // Kolloid-Zeitschrift.— 1966.— Bd 208, N 2.
15. Köhler P. Berührungslose Bestimmung von Temperaturen und Durchmessern an einem aus der Schmelze gesponnenen Faden // Chemie-Ing.-Techn.— 1971.— V. 43, N 5.

Поступила 18/VIII 1987 г.

УДК 532.6.011.72

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ ПРИ ПЕРЕТЯЖКЕ СТЕКЛООБРАЗНОГО ВЕЩЕСТВА В ТОНКУЮ НИТЬ

Е. М. Дианов, С. М. Перминов, В. Н. Перминова, В. К. Сысоев  
(Москва)

Данная работа посвящена численному моделированию физических эффектов, возникающих при перетяжке стеклообразного вещества через высокотемпературное вязкопластичное состояние из заготовки в тонкую нить. Рассматриваемая задача относится к числу так называемых задач со «свободной границей», так как поверхность сильно вязкого расплавленного вещества, не соприкасающаяся с какими-либо поверхностями, меняет свою форму в соответствии с законами динамического равновесия между силами гравитации, поверхностного натяжения и пр. Характерная особенность задачи — наличие больших градиентов температуры, вязкости и скоростей жидкости в зоне перетяжки. Исследованы эффект устойчивой перетяжки заготовки в тонкую нить, а также условия, характер и причины возникающих из-за недогрева или перегрева эффектов каплеобразования и обрыва нити. Эта задача имеет большой практический интерес, поскольку освещает вопросы одной из наиболее быстро развивающихся современных прецизионных технологий — стабильности вытяжки световодов из кварцевого стекла [1—4].

Перетяжка кварцевого стекла исследовалась как осесимметричное вертикальное течение сильновязкой жидкости со свободной границей и переменной вязкостью. Вязкость однозначно зависит от температуры кварцевого стекла [5] в зоне перетяжки и меняется от  $10^4$  до  $10^{20}$  П. Условия ввода тела в заготовку считаются заданными.

Изучаются связанные полные нелинейные нестационарные уравнения теплопередачи и течения вязкой несжимаемой жидкости, неразрывности и свободной границы [2, 4, 6]:

$$(1) \quad \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{1}{\rho C_p} \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \right) k(T) \left( \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \right) T + \\ + \frac{i}{\rho C_p} k(T) \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] T;$$

$$\begin{aligned}
(2) \quad & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \eta(T) \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \right. \\
& \left. - \frac{u}{r^2} \right] + 2 \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial \eta(T)}{\partial r} + \frac{\partial \eta(T)}{\partial z} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\
& \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \eta(T) \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right] + \\
& + \xi + 2 \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial \eta(T)}{\partial z} + \frac{\partial \eta(T)}{\partial r} \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right); \\
(3) \quad & \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} = 0; \\
(4) \quad & \frac{\partial a}{\partial t} = -v \frac{\partial a}{\partial z} + u.
\end{aligned}$$

Здесь ось  $z$  направлена вдоль оси вытяжки; ось  $r$  — перпендикулярно к ней;  $v$  и  $u$  — продольная и поперечная скорости движения расплавленного кварцевого стекла;  $T$  — его температура;  $\eta = \eta(T)$  — вязкость, которая аппроксимировалась согласно [5];  $\rho$  и  $C_p$  — плотность и теплоемкость вещества;  $k(T)$  — его теплопроводность, которая с учетом теплопередачи за счет излучения зависит от температуры [2, 3];  $p$  — давление;  $t$  — время;  $g$  — ускорение свободного падения;  $a(z, t)$  — форма зоны перетяжки. На уравнение теплопередачи (1) накладываются граничные условия [7]

$$\begin{aligned}
(5) \quad & \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_N, z_N \gg z_1} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \\
& \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=a} = \frac{1}{k(T)} [h(z)(T - T_0) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4)] \frac{a(z)}{a_0} [1 + (a')^2]^{-1/2} + a' \frac{\partial T}{\partial z},
\end{aligned}$$

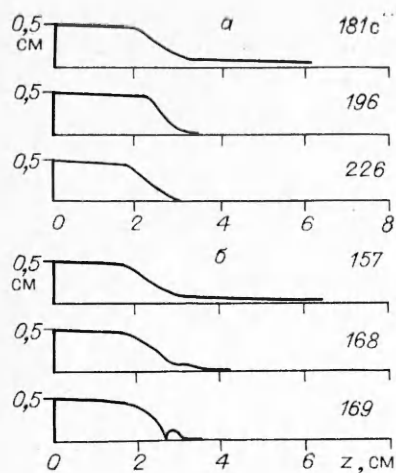
где  $T_0 = 293$  К;  $z_1 - L/2 \leq z \leq z_1 + L/2$ ;  $T_0 = T_1$ ;  $T_1$  — температура нагревателя длиной  $L$ ;  $z_1$  — координата центра зоны перетяжки,  $h(z)$  — коэффициент теплоотдачи [2, 3];  $\varepsilon$  — излучательная способность кварца;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $a_0$  — радиус заготовки;  $a' = da/dz$ .

Поскольку рассматривается течение сильновязкой жидкости, использовалось следующее приближение [2, 4, 6]: продольная скорость зависит только от  $z$ , давление  $p = -\alpha H - \eta(T) \partial v / \partial z$  ( $H$  — кривизна поверхностного натяжения [2],  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения). Граничные условия для уравнений [2, 4] ставились в виде

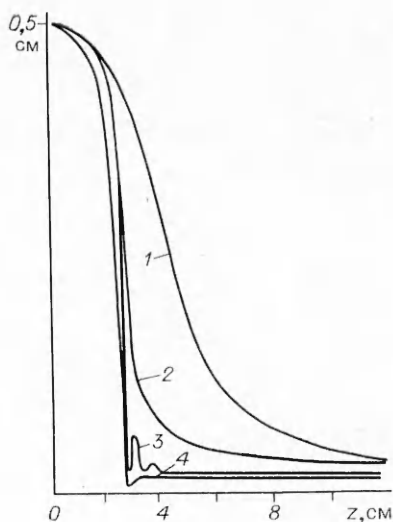
$$(6) \quad v|_{z=0} = v_{\Pi}, \quad v|_{z_N, z_N \gg z_1} = v_0, \quad u|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial a}{\partial z} \Big|_{z_N} = 0, \quad a|_{z=0} = a_c$$

( $v_{\Pi}$ ,  $v_0$  — скорости подачи заготовки и вытяжки нити). Методы численного решения задачи (1)–(6) подробно описаны в [7, 8].

Обнаружены два основных эффекта, приводящих к дестабилизации вытяжки световода. Во-первых, перегрев зоны перетяжки приводит к тому, что сила поверхностного натяжения разбивает нить на капли [4] (если вязкость кварцевого стекла сравнительно мала). Во-вторых, если кварцевое стекло недогрето, то вязкие силы сопротивления чрезвычайно сильны и мешают своевременной перетяжке новых масс вещества для стабильного образования нити. Это приводит к тому, что, когда исчерпываются все запасы достаточно горячего кварцевого стекла, а новые не успевают поступать к зоне перетяжки, световод вблизи шейки стремительно утоньшается и наступает его обрыв. На рис. 1 ( $a$  — недогрев при  $T_1 = 2100$  К,  $b$  — перегрев при  $T_1 = 2700$  К) приведены картины трансформации зоны перетяжки при  $L = 4,5$  см,  $2a_0 = 1$  см,  $v_{\Pi} = 0,002$  см/с, цифры у линий — время нагрева в секундах. На рис. 2 ( $1$  — начальные условия,  $2$  — форма зоны перетяжки при стабильной вытяжке,  $3$  — распад на капли,  $4$  — обрыв при недогреве), где масштаб сильно растянут по



Р и с. 1



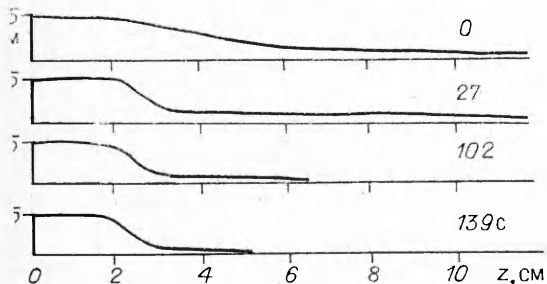
Р и с. 2

оси ординат, видно отличие форм при этих ситуациях. В реальных случаях, когда кварцевое стекло содержит разного рода дефекты, обрыв при недогреве наступает раньше, когда сила вытяжки превышает прочность нити. Тем не менее, как показал численный эксперимент, обрыв обнаружен даже в случае «идеального» кварцевого стекла, т. е. механизм разрушения световодов при недогреве зоны перетяжки заложен в самой природе процесса вытяжки, и от этого разрушения нельзя избавиться, устранив дефекты кварцевого стекла.

Заметим, что наш алгоритм позволяет вести расчет только в односвязной области. Поэтому фиксировалась ситуация, когда односвязность области не нарушается (стабильный режим) и нарушается (обрыв). После нарушения односвязности области по алгоритму дальнейший расчет прекращался.

Стабильная вытяжка световодов возможна в широкой области технологических параметров, лежащей между недогревом и перегревом. При этом кварцевое стекло способно образовывать устойчивую струю, затвердевающую с образованием световода. Процесс трансформации световода в такую струю, смоделированный в данной работе, представлен на рис. 3 ( $T_1 = 2300$  К), форма струи в стационарном режиме показана на рис. 2. Сравнение с экспериментально полученными формами зоны перетяжки в условиях, близких к модельным, демонстрирует весьма хорошее совпадение (рис. 4, эксперимент выполнен В. А. Богатыревым). Отметим, что режим вытяжки вблизи критических областей неустойчив к малым флуктуациям основных технологических параметров, например к изменению  $T_1$  на несколько градусов или  $v_0$  на несколько процентов. Следовательно, оптимальным можно считать только режим вытяжки вдали от критических областей. Действительно, режим, соответствующий рис. 3, выдерживает

без обрыва световода мгновенную флуктуацию параметра  $T_1$  на 100 К и изменение  $v_{II}$  и  $v_0$  в 5 раз.



Р и с. 3



Р и с. 4

## ЛИТЕРАТУРА

1. Jaeger R. E., Pearson A. D., Williams J. G., Presby H. M. Fiber drawing and control // Optical Fiber Telecommunications/Ed. by S. E. Miblenm, A. G. Chynoweth.— N. Y.: Acad. Press, 1980.
2. Pack H. C., Runk R. B. Physical behaviour of the neck-down region during furnace drawing of silica fiber // J. Appl. Phys.— 1978.— V. 49, N 8.
3. Homsy G. H., Walker K. Heat transfer in laser drawing of optical fibers // Glass Technology.— 1979.— V. 20, N 1.
4. Geyling F. T. Basic fluid-dynamic consideration in the drawing of optical fibers // Bell Syst. Techn. J.— 1976.— V. 55, N 8.
5. Стекланные волокна/Под ред. М. С. Аслановой.— М.: Химия, 1979.
6. Гуцин В. А., Коньшин В. Н. Численное моделирование волновых движений жидкости // Сообщения по прикладной математике.— М., 1985.
7. Кашин В. В., Перминов С. М., Перминова В. Н. и др. Численное моделирование теплофизических процессов при вытяжке кварцевых световодов.— М., 1986.— (Препринт/ИОФАН СССР; № 241).
8. Перминов С. М., Перминова В. Н., Сысоев В. К. Вытяжка кварцевых волоконных световодов как задача со «свободной границей»— численное исследование.— М., 1986.— (Препринт/ИОФАН СССР; № 269).

Поступила 27/II 1987 г.

УДК 539.3

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА НАРАЩИВАНИЯ УПРУГИХ ТЕЛ

А. Д. Дроздов

(Москва)

В работе найдена оптимальная скорость притока вещества к растущему упругому телу, обеспечивающая минимальную интенсивность напряжений или перемещений в момент окончания процесса наращивания при произвольно изменяющейся во времени внешней нагрузке. Задача в квазистатической постановке при малых деформациях.

### 1. Постановка задачи оптимизации процесса наращивания колонны.

Рассмотрим процесс непрерывного наращивания колонны из линейно-упругого материала. До деформации колонна представляет собой цилиндр длиной  $l$  круглого поперечного сечения радиусом  $a_0$ . Нижний конец колонны жестко закреплен, а верхний свободен. В момент времени  $t = 0$  на боковой поверхности колонны начинается наращивание материала, а на верхнем конце производится установка оборудования. Вследствие притока вещества извне радиус цилиндра изменяется по закону  $a = a(t)$ . Радиус растущего цилиндра равен  $a_1$  в момент окончания наращивания  $t = T$ . Функция  $a(t)$  монотонно не убывает. Обозначим через  $V(t) = 2\pi l a(t) a'(t)$  скорость наращивания цилиндра ( $a' = da/dt$ ). Функция  $V(t)$  ограничена:  $0 \leq V_1 \leq V(t) \leq V_2 < \infty$  ( $V_1, V_2$  — минимальная и максимальная скорости притока вещества). Наращивание осуществляется без натяга.

Воздействие оборудования на колонну сводится к сжимающему усилию  $P = P(t)$ , приложенному к торцу цилиндра и равному весу оборудования. Предположим, что  $P(0) = 0$ ,  $P(T) = P_0 \geq 0$ . Величина  $P(t)$  не является монотонной функцией времени, поскольку в процессе наращивания возможен подъем на верх колонны дополнительных приборов и устройств, необходимых для установки и наладки оборудования, с последующим их снятием. Максимально допустимая скорость подъема или снятия оборудования задана:  $|P'(t)| \leq U_1$ .

Под действием внешней нагрузки происходит продольная деформация колонны. Введем цилиндрическую систему координат  $(r, \vartheta, z)$ , ось  $z$  которой совпадает с продольной осью колонны. При одноосном напряженном состоянии деформация  $\varepsilon$  связана с напряжением  $\sigma$  равенством [1]

$$(1.1) \quad \sigma(t, r) = E[\varepsilon(t) - \varepsilon(\tau^*(r))],$$

где  $E$  — постоянный модуль упругости;  $\tau^*$  — момент зарождения материала колонны. Для исходного цилиндра ( $0 \leq r \leq a_0$ ) полагаем  $\tau^* = 0$ ,