

Рис. 3.

пель легко понять почему в области $We^* < We < We_1^*$ нестационарное горение не возбуждается. Дробление капель в указанном диапазоне чисел Вебера носит хаотический характер. В результате разрушения капель образуются крупные вторичные частицы, не образующие реакционноспособные очаги горючей смеси за фронтом волны. При $We > We_1^*$ картина дробления меняется качественно, так как с капель срываются мельчайшие частицы жидкости, образующие позади лидирующего фронта ударной волны очаги горючей смеси, воспламенение которых приводит к появлению вторичных волн давления. При сохранении неизменной интенсивности возмущения и при увеличении начального давления возрастает плотность газа за ударным фронтом. Вместе с увеличением плотности наблюдается утоньшение спектра распыления исходных капель, что способствует все более быстрому воспламенению облака вторичных капель. Этим обстоятельством и объясняется факт увеличения скорости нарастания давления в волне сжатия при увеличении уровня начального давления в системе. Сокращение времени запаздывания появления вторичных волн определяется уменьшением интервала времени от момента пересечения капли ударной волной до начала ее разрушения.

Таким образом, все основные особенности появления нестационарных режимов горения при повышенном давлении объясняются теми изменениями процесса дробления капель, которые вызваны увеличением плотности газа.

Институт химической физики
АН СССР, Москва

Поступила в редакцию
24/II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Борисов, Б. Е. Гельфанд и др. Докл. АН СССР, 1970, 190, 3, 621.
2. А. А. Борисов, Б. Е. Гельфанд и др. ПМТФ, 1970, 1, 168.
3. Б. Е. Гельфанд, С. А. Губин и др. В сб.; Горение и взрыв. М., «Наука», 1973.

УДК 533.6.011.72

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ УДАРНЫХ ВОЛН

А. С. Плешанов

Устойчивость ударных волн по отношению к периодическим возмущениям вдоль поверхности разрыва была впервые рассмотрена в [1], где в зависимости от величины параметра $\varphi = j^2 (\partial V / \partial p)_n$ были получены области абсолютной неустойчивости, в которых возмущения экспоненциально растут со временем, убывая экспоненциально же с удале-

нием от поверхности разрыва; область абсолютной устойчивости, в которой возмущения убывают и со временем, и с удалением от разрыва; область так называемой возможности спонтанного излучения звука, в которой амплитуды возмущений постоянны (j — плотность потока массы, p — давление, V — удельный объем; индекс H означает, что производная берется вдоль адиабаты Гюгонио). В [2, 3] левая граница области спонтанного излучения звука была исправлена. Наконец, в [4] было показано, что между областями абсолютной устойчивости и спонтанного излучения звука при некоторых условиях возможна область, где, по мнению автора [4], решение отсутствует. Здесь будет показано, что трактовка [4] не точна, и, кроме того, будут уточнены границы областей.

Характеристическое уравнение в форме [1] имеет вид

$$2\omega(v/v_0)[k^2 + (\omega^2/v^2)] = [k^2 + (\omega^2/vv_0)](\omega - vl_2)(1 + \varphi), \quad (1)$$

где ω — частота; k и l_2 — волновые векторы вдоль и поперек разрыва, v_0 и v — скорости газа до и после разрыва. Дисперсионное уравнение для l_2

$$(\omega - vl_2)^2 = c^2(k^2 + l_2^2), \quad (2)$$

где c — скорость звука. Введя безразмерные величины

$$z = -i\omega/(kv), \quad \omega = il_2/k,$$

преобразуем (1), (2) к виду

$$2z(1 - z^2) = (\lambda - z^2)(z + \omega)(1 + \varphi); \quad (3)$$

$$M^2(z + \omega)^2 = \omega^2 - 1, \quad (4)$$

где $\lambda = v_0/v > 1$ и $M = v/c < 1$ — число Маха.

Система двух квадратных алгебраических уравнений (3), (4) относительно комплексных неизвестных z и ω при параметрах M , λ и φ должна быть решена при условии $\text{Re}(z) = 0$, что соответствует нейтральным кривым устойчивости, и $\text{Re}(\omega) \leq 0$, что означает выбор возмущений, не возрастающих с удалением от разрыва.

Представляя

$$z = x + iy, \quad \omega = u + iv,$$

получим из (3), (4) уравнения для действительных величин при $x = 0$

$$(\lambda + y^2)u(1 + \varphi) = 0; \quad (5)$$

$$2y(1 + y^2) = (\lambda + y^2)(y + v)(1 + \varphi); \quad (6)$$

$$M^2[u^2 - (y + v)^2] = u^2 - v^2 - 1; \quad (7)$$

$$M^2u(y + v) = uv. \quad (8)$$

Из (5) следует, что возможны две ситуации: 1) $1 + \varphi = 0$, 2) $u = 0$. При $1 + \varphi = 0$ из (6) имеем $y = 0$, т. е. вообще $\omega = 0$, а из (7), (8) $u = -(1 - M^2)^{-1/2} < 0$, $v = 0$. Ситуация $1 + \varphi = 0$ соответствует левой границе области абсолютной устойчивости, найденной в [1].

В ситуации $u = 0$ введем параметры $\mu = v/y$ и $\nu = (1 + \varphi)(1 + \mu)$. Тогда из (6), (7) следует

$$y_2 = (\lambda\nu - 2)/(2 - \nu) = 1/(1 - M^2)(\mu - \mu_-)(\mu_+ - \mu) > 0,$$

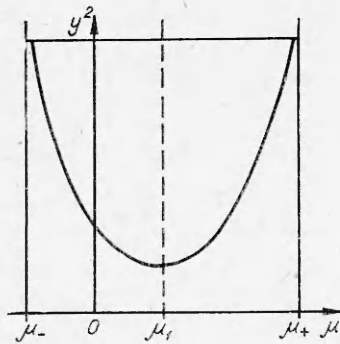


Рис. 1.

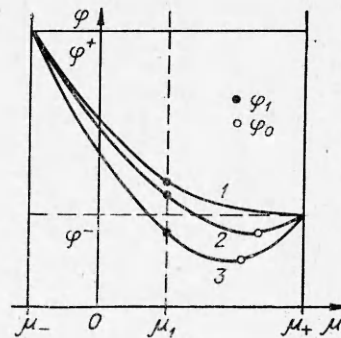


Рис. 2.

где $\mu_{\mp} = +M/(1 \pm M)$. Отсюда $\mu_- < \mu < \mu_+$ и $v_1 < v < 2$, где

$$v_1 = 2[1 + (\lambda - 1)M^2]^{-1}$$

соответствует $y_{\min}^2 = M^{-2} - 1$, достигаемому при

$$\mu_1 = 1/2(\mu_- + \mu_+) = 1/(M^{-2} - 1).$$

Из определения v получим соответствующее значение φ

$$\varphi_1 = [1 - (\lambda + 1)M^2] / [1 + (\lambda - 1)M^2].$$

Значениям $\mu = \mu_{\pm}$ соответствует величина $v = 2$, т.е. согласно определению v значения

$$\varphi_{\pm} = \varphi(\mu_{\pm}) = 1 \mp 2M.$$

Очевидно, $\varphi_- < \varphi_+$ и $\varphi_1 < \varphi_+$, но соотношение величин φ_1 и φ_- неопределенно, точнее:

$$\varphi_- \leq \varphi_1 \text{ при } \lambda \leq \lambda_1 = (1 + M)/M.$$

На рис. 1 изображена зависимость y^2 от μ . Зависимость φ от μ в интервале $\mu_- < \mu < \mu_+$ монотонно убывающая при $1 < \lambda < \lambda_0 = \lambda_1/2$ и имеет единственный экстремум (минимум) при $\lambda > \lambda_0$ (рис. 2, $1 - 1 < \lambda < \lambda_0$, $2 - \lambda_0 < \lambda < \lambda_1$, $3 - \lambda_1 < \lambda$). Этот минимум достигается при значении $\varphi = \varphi_0$, определяемом соотношением

$$(1 - M^2)/(1 + \varphi_0) = \lambda - \sqrt{\lambda(\lambda - 1)(1 - M^2)}.$$

Из рис. 2 следует, что при $1 < \lambda < \lambda_0$ решение единственно; при $\lambda > \lambda_0$ решение единственно, если $\varphi_- < \varphi < \varphi_+$, и двужанно если $\varphi_0 < \varphi < \varphi_-$.

Ветви y^2 на рис. 1 имеют разный физический смысл: левая ветвь соответствует звуковым волнам, излучаемым разрывом; правая — волнам, падающим на разрыв со стороны сжатой среды. Это следует из формул перехода в собственную систему отсчета

$$\omega = ck(1 + M \cos v) / \sin v, \quad l_2 = k \operatorname{ctg} v,$$

использованных в [1]. Здесь v — угол между волновым вектором (k, l_2) и нормалью к разрыву. Левая ветвь представляет область спонтанного излучения звука, которая в согласии с [2, 3] определяется неравенствами

$$\varphi_1 < \varphi < \varphi_+. \quad (9)$$

Правая ветвь, как справедливо отмечалось в [1], не имеет отношения к проблеме устойчивости. В [1] утверждалось, что «задача в этом

случае сводится к нахождению такой связи частоты и волнового вектора звуковой волны, падающей извне, при выполнении которой отсутствует отраженная звуковая волна». На самом деле задача о взаимодействии «внутренней» звуковой волны с ударным разрывом без отражения, по существу, эквивалентна рассматриваемой задаче на устойчивость ударной волны, так что искомая связь, о которой идет речь в [1], тоже изображается характеристическим уравнением (1). В результате область, где звуковые волны, падая на ударный разрыв со стороны сжатой среды, дают при отражении только энтропийно-вихревые возмущения, тоже имеет физический смысл и свидетельствует о некотором безразличном состоянии ударной волны по отношению к возмущениям его формы.

Границы области безразличного состояния, как это следует из рис. 2, таковы:

$$\begin{aligned} \varphi_- < \varphi < \varphi_1 & \quad (1 < \lambda < \lambda_0), \\ \varphi_0 < \varphi < \varphi_1 & \quad (\lambda_0 < \lambda). \end{aligned} \quad (10)$$

В результате область абсолютной устойчивости определяется неравенствами

$$\begin{aligned} -1 < \varphi < \varphi_- & \quad (1 < \lambda < \lambda_0), \\ -1 < \varphi < \varphi_0 & \quad (\lambda_0 < \lambda). \end{aligned} \quad (11)$$

Область абсолютной неустойчивости имеет место при

$$\varphi < -1 \text{ и } \varphi > \varphi_+. \quad (12)$$

Границы (12) определены правильно во всех предыдущих работах границы (9) — в [2, 3], границы (11) — в [4]; в данной работе определены границы (10).

Идеальный газ, для которого $\varphi = -M_0^{-2}$, удовлетворяет условиям $\lambda_0 < \lambda$ и $\varphi_0 < \varphi < \varphi_1$, следовательно, он находится в области безразличного состояния. В качестве примера также была рассмотрена устойчивость ударных волн в воздухе в интервале температур $12000 < T < 20000 \text{ К}$ и давлений после скачка $10^{-3} < p < 10^3 \text{ атм}$ [5], где $18 \leq M_0 \leq 60$. Оказалось, что во всем указанном плато $p - T$ воздух находится в области безразличного состояния. Правдоподобно предположение, что подавляющее большинство идеальных (т.е. подчиняющихся уравнению Клапейрона) произвольно реагирующих газов также находится в этой области. Во всяком случае в [6] было показано, что как правило, $\varphi < \varphi_1$. Поскольку, с другой стороны, выход за левую границу области безразличного состояния ($\varphi < \varphi_0$) приводит в область абсолютной устойчивости, надо полагать правдоподобным предположение [7] о том, что неустойчивость ударных волн, как правило, не осуществляется в природе.

Энергетический институт
им. Г. М. Кржижановского,
Москва

Поступила в редакцию
13/1 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Дьяков. ЖЭТФ, 1954, 27, 288.
2. С. В. Иорданский. ПММ, 1957, 21, 4, 465.
3. В. М. Конторович. ЖЭТФ, 1957, 33, 6, 1525.
4. С. К. Асланов. Докл. АН СССР, 1966, 169, 2, 303.
5. А. С. Предводителев и др. Таблицы термодинамических функций воздуха для температур от 12000 до 20000 К и давлений от 10^{-3} до 10^3 атм . ИАН, 1959.
6. А. С. Плешанов. ФГВ, 1968, 4, 1, 95.
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.