

О ВОЗМОЖНОСТИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ПРЕДЕЛА ВОСПЛАМЕНЕНИЯ КАПЛИ

М. А. Гуревич, Г. И. Сиркунен, А. М. Степанов
(Ленинград)

Вслед за известной работой Г. А. Варшавского [1] расчетный анализ горения и воспламенения капли жидкого горючего традиционно велся в стационарном приближении. В [2—4] учитывалась, в отличие от [1], конечная скорость химического реагирования. Формулировка одного из граничных условий (полное реагирование паров горючего) не позволила авторам [2] анализировать условия воспламенения. Такой анализ был развит в работах [5—10].

Задача о воспламенении капли наталкивается, в частности, на следующие трудности: 1) необходимость учета перемешивания жидкости внутри капли (или возможность обойтись без этого); 2) расчет условий обтекания капли или возможность приближенного учета этих условий; 3) учет испарения капли за время индукции; 4) учет нестационарности полей температуры и концентраций компонент; 5) анализ применимости тех или иных приемов численного счета.

В настоящей работе делалась попытка установить необходимость учета, по крайней мере, некоторых из указанных обстоятельств. К сожалению, большей частью удалось анализировать лишь каждое из них по отдельности.

В условиях, когда температура капли T_s считается одинаковой по всему ее объему (полное перемешивание жидкости), коэффициенты переноса зависят только от локальной температуры, а $Le=1$, уравнения переноса тепла, окислителя (с весовым содержанием n_k) и паров горючего (n_n) и уравнение сплошности имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \xi \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^\gamma \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - u \frac{\partial \theta}{\partial x} + Hf, \\ \xi \frac{1}{\theta} \frac{\partial n_n}{\partial \tau} &= \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^\gamma \frac{\partial n_n}{\partial x} \right) - u \frac{\partial n_n}{\partial x} - \beta f, \\ \xi \frac{1}{\theta} \frac{\partial n_k}{\partial \tau} &= \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \theta^\gamma \frac{\partial n_k}{\partial x} \right) - u \frac{\partial n_k}{\partial x} - f, \\ \xi \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{\theta} \right) + \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} (x^2 u) &= 0 \end{aligned} \right\} a < x < b. \quad (1)$$

К системе (1) добавляются уравнение баланса массы для капли

$$\frac{da}{d\tau} = - \frac{\rho_*}{\rho_k} u_s$$

и уравнение ее разогрева

$$\frac{d\theta_s}{d\tau} = \frac{3}{a} \frac{\rho_*}{\rho_k} \left[\theta^\gamma \frac{\partial \theta}{\partial x} - Lu \right].$$

Начальные и граничные условия к системе уравнений (1):

$$\tau = 0 \begin{cases} a = 1; & \theta_s = \theta_0, \\ \theta = \theta_0; & n_n = 0; \quad n_k = n_{kv} \quad u = 0 \quad (a < x < b), \end{cases}$$

$$x = a \begin{cases} \theta = \theta_s; & n_n = n_n(\theta_s); & \theta^\gamma \frac{\partial n_k}{\partial x} = n_k u, \\ \theta^\gamma \frac{\partial n_n}{\partial x} = (n_n - 1) u, \end{cases}$$

$$x = b; \quad \theta = \theta_v; \quad n_n = 0; \quad n_k = n_{kv}.$$

Здесь

$$\theta = \frac{T}{T_*}; \quad x = \frac{r}{r_0}; \quad a = \frac{r_s}{r_0}; \quad u = \rho \frac{v r_0 c_p}{\lambda_*};$$

$$\tau = \frac{\lambda_* t}{r_0^2 c_p \rho_*}; \quad f = A \frac{n_n n_k}{\theta^2} \exp \frac{\Pi}{\theta}; \quad \Pi = - \frac{E}{RT_*};$$

$$H = \frac{q}{c_p T_*}; \quad L = \frac{e}{c_p T_*}; \quad A = \frac{k_* r_0^2 c_p \rho_*^2}{\lambda_*}; \quad b = \frac{r_v}{r_0};$$

T — температура; t — время; r — координата; r_0 — начальный радиус капли; v — скорость стефановского потока; c_p , ρ — удельная теплоемкость и плотность; λ — коэффициент теплопроводности; предполагается, что

$$\lambda = \lambda_* \left(\frac{T}{T_*} \right)^\gamma, \quad \rho T = \rho_* T_*,$$

где ρ_* , λ_* — значения ρ и λ при температуре T_* ; β — стехиометрический коэффициент; q — тепловой эффект реакции; e — теплота испарения; E — энергия активации; k_* — предэкспонент; Le — критерий Льюиса. Индексы: k — капля; o — начальный момент; s — поверхность капли; v — внешняя среда; $\xi = 1$, кроме случаев, когда нужно анализировать возможность перехода к квазистационарной постановке.

В стационарной теории считаются равными нулю все производные по времени, входящие в уравнения (1) и граничные условия, кроме $\frac{d\theta_s}{d\tau}$. Это означает, что размер капли считается постоянным, а поля температуры и концентраций безынерционно следуют за температурой капли. Квазистационарная теория, в отличие от стационарной, учитывает изменение размера капли во времени ($\frac{da}{d\tau} \neq 0$). Нестационарная теория учитывает дополнительно частные производные температуры и концентрации компонент в газовой фазе.

Стационарная и квазистационарная теории приводят к следующим важным для дальнейшего результатам. Для некоторых значений параметров задачи любой температуре капли соответствуют три стационарных поля: близкое к испарению в инертную среду (решение 1), неустойчивое (решение 2) и близкое к диффузионному горению (решение 3). Для других значений параметров решение 1 возможно лишь при некоторых (достаточно низких или достаточно высоких) значениях температуры капли. Сочетание параметров задачи, разделяющее эти две области, соответствует пределу воспламенения. Если предел воспламенения (например, по температуре среды) превзойден, режимом (моментом) воспламенения считается режим с температурой капли, при котором исчезает решение 1. В любом из этих случаев (предельное или сверхпредельное воспламенение) решения 1 и 2 сливаются.

В [8, 9] подробно анализировались указанные обстоятельства, включая случай, когда вообще возможно только одно решение (бескритическое воспламенение).

Нестационарная теория впервые развита в работах [11, 12]. Здесь важны следующие результаты и утверждения этих работ: 1) при расчете предела воспламенения нельзя пользоваться квазистационарным приближением; 2) к моменту воспламенения в предельном режиме капля полностью испаряется, и, следовательно, в этом случае непригодна диффузионная теория горения; 3) для описания воспламенения капли в потоке газа непригодна модель приведенной пленки [11]; 4) воспламенение начинается с образованием вдали от капли слабого максимума температуры [12].

Отметим, что хотя модель приведенной пленки с внешним радиусом не претендует на полное описание условий обтекания капли, ее использование не исключает применения нестационарной теории. Более того,

$$r_v = r_s \frac{\text{Nu}}{\text{Nu} - 2} \quad (2)$$

такая модель в задаче о воспламенении заведомо лучше, чем в задаче о горении капли, так как в формуле (2) используется предельное значение числа Nu при малых потоках тепла и массы.

Была проведена серия вычислений в рамках квазистационарной и нестационарной теорий при одинаковых параметрах задачи. В вычислениях параметры изменялись в следующем диапазоне: диаметр капли — $0,02 \div 0,2$ см; $T_v = 300 \div 2000^\circ\text{C}$; $n_{kv} = 0,01 \div 1$; $\text{Nu} = 2,001 \div 2,2$; $E = 20\,000 \div 40\,000$ кал/моль; $k_* = 9 \cdot 10^8 \div 7 \cdot 10^{15}$ см³/г·с. Диапазон изменения кинетических констант был выбран из условия примерного совпадения расчетного и опытного пределов воспламенения.

Вычисления в рамках квазистационарной теории велись тремя способами:

1) система уравнений записывалась как обыкновенная и интегрировалась численно на ЭВМ методом Рунге — Кутты (см., например, [8, 9]);

2) в готовую программу для интегрирования полной задачи (при $\lambda = \text{const}$, $D_0 = \text{const}$) вводилось условие $\xi = 0$, что соответствует $\pi = 0$ в [12];

3) величина ξ уменьшалась до тех пор, пока было доступно соответствующее неизменной точности вычислений уменьшение шага по времени (до $\xi = 0,01$).

Вычисления показали, что слабый максимум температур, впервые обнаруженный в [11, 12], получается и при квазистационарном расчете, но только при $\text{Nu} < 2,15$, что соответствует $\frac{r_v}{r_s} > 15$.

Таким образом, этот максимум не обязательно возникает на расстояниях в несколько десятков радиусов капли, что, по-видимому, и послужило основанием для утверждения о непригодности модели приведенной пленки. Кроме того, сказанное означает, что наличие такого максимума не позволяет наперед утверждать, что квазистационарная теория неприменима.

Оказалось, что при $\text{Nu} > 2,02$ ($\frac{r_v}{r_s} < 100$) предел воспламенения, рассчитанный в нестационарной и в квазистационарной постановках (по Рунге — Кутту), практически одинаков (см. рисунок). Для отношений $\frac{r_v}{r_s}$ этого порядка в [11, 12] нашли большое различие между нестационарным и квазистационарным пределами. Значения $\text{Nu} < 2,02$ едва ли реальны где-либо, кроме специальных экспериментов.

Действительно, как и в работах [11, 12], расчет вторым методом ($\xi = 0$) приводил к гораздо более низкому квазистационарному пределу. Например, для $\frac{r_v}{r_s} = 80$ разница в предельных значениях температу-

ры среды превышала 100° . Поскольку такой расчет отличается от расчета по первому методу только способом вычислений (и заведомо уступает ему в точности), были предприняты попытки установить источник ошибок.

Вычисления по третьему методу ($\xi < 1$) давали заметно заниженное значение квазистационарного предела, если в вычислениях сохранялся шаг по времени (как для $\xi = 1$). Если же шаг уменьшается в отношении ξ , предел практически совпадал с нестационарным.

Было обнаружено, что при вычислениях вторым методом поле температур в процессе вычислений осциллирует. Это означает, что последовательные приближения не сходились к какому-либо полю, а «через раз» давали различные поля, и эти поля были близки к решениям 1 и 2 соответствующей квазистационарной задачи.

Естественно, что при автоматических поисках предела решающую роль играло «верхнее» из полей, и предел получался заниженным. Если же следить только за «нижним» полем температур, предел практически совпадал с нестационарным (с точностью до 10°).

Таким образом, для всех практически важных значений критерия Nu квазистационарное приближение может быть использовано с достаточной точностью при вычислении предела воспламенения капли.

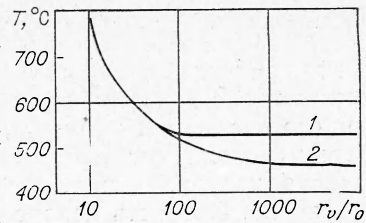
При расчете по квазистационарной теории получилось, что к моменту воспламенения капли в предельном режиме масса ее уменьшается не более, чем на 25% (размер — не более, чем на 8%). Это находится в кажущемся противоречии с одним из результатов нестационарной теории — к моменту воспламенения на пределе капля испаряется полностью [12]. Последний результат подкупает простотой и наглядностью; он был качественно предсказан в работе [13]. В действительности такой результат получается, если моментом воспламенения считать момент, когда достигается быстрый рост максимальной температуры газа. Если моментом воспламенения в предельном режиме считать момент «зарождения» максимума, то результаты квазистационарной и нестационарной теорий практически совпадают и в этом пункте.

Такое сравнение представляется естественным, так как в квазистационарной теории режим с максимумом температур всегда близок к критическому. Ниже это сопоставление проведено для одного типичного случая, где δ_0 — начальный диаметр капли, δ — диаметр в момент воспламенения, τ — время индукции, τ_m — время полного испарения капли, 1 — нестационарная теория, воспламенение — быстрый рост максимальной температуры газа; 2 — то же, воспламенение — «стабилизация» координаты максимума температуры; 3 — то же, воспламенение — «зарождение» максимума; 4 — квазистационарная теория, воспламенение — «зарождение» максимума; 5 — то же, критический режим.

	1	2	3	4	5
$(\delta/\delta_0)^3$	0,0241	0,0243	0,71	0,756	0,75
τ/τ_m	0,9627	0,9623	0,49	0,47	0,475

Видно, что числа в графах 3, 4, 5 практически совпадают. Это означает, что почти вся капля испаряется за время перемещения максимума температур из отдаленного от капли места его зарождения до положения, практически совпадающего с фронтом диффузионного горения.

В ряде практических задач (например, горение полифракционной взвеси капель) важно знать время полного испарения капли в режиме,



Зависимость предела воспламенения капли, рассчитанного по нестационарной (1) и квазистационарной (2) теориям, от положения границы внешней среды.

близком к пределу воспламенения. Конечно, в рамках упрощений, принятых в большинстве работ (в том числе и здесь), нестационарная теория дает точный ответ на этот вопрос. Напротив, по квазистационарной теории после воспламенения капли должен существовать режим, близкий (по скорости испарения) к диффузионному горению. Легко оценить сверху связанную с этим ошибку в расчете времени жизни капли вблизи предела воспламенения. Время индукции в графах 3—5 практически одинаково. Скорость испарения горячей капли углеводорода, например, в воздухе в 2—3 раза превосходит скорость испарения негорящей капли (вблизи предела). Таким образом, время жизни капли по квазистационарной теории меньше действительного не более чем на 30%. Эта оценка заведомо жестка, так как скорость испарения по нестационарной теории также возрастает по мере развития и перемещения в капле максимума температур. Едва ли позволяют претендовать на лучшую точность упрощения, содержащиеся в исходной задаче (не учтены термодиффузия, многокомпонентность газа и пр.), не говоря уже о достоверности вводимых в расчет констант переноса и скорости реакции.

В процессе предпламенного разогрева радиус капли уменьшается (а по любой теории и опыту предел воспламенения тем выше, чем меньше капля), поэтому стационарная теория должна приводить к меньшим пределам воспламенения, чем две теории, рассмотренные выше. Поскольку изменение радиуса к моменту воспламенения невелико даже в предельном режиме (в смысле, оговоренном выше), нельзя здесь ожидать больших расхождений. Разница в предельных температурах при расчете по стационарной и квазистационарной (или нестационарной) теориям была заметно больше, чем расхождение между двумя последними. Все же во всем изученном диапазоне параметров эта разница не превышала 50°.

По-видимому, при расчете предела воспламенения в первом приближении можно не интересоваться условиями перемешивания жидкости внутри капли. Во всем изученном диапазоне параметров расчетная предельная температура газа отличалась не более, чем на 10 ÷ ÷ 15 град в двух предельных случаях: полного перемешивания (одинаковая температура всей капли) и в отсутствие перемешивания.

*Поступила в редакцию
29/X 1973*

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Варшавский. Горение капли жидкого топлива (диффузионная теория). Изд. БНТ, 1945.
2. J. Logell, H. Wise, R. S. Cagg. J. Chem. Phys., 1956, 35, 2.
3. Ф. А. Агафонова, М. А. Гуревич, И. И. Палеев. ЖТФ, 1957, 27, 8.
4. Ф. А. Агафонова, М. А. Гуревич, Е. Ф. Тарасова. Третье всесоюзное совещание по теории горения, т. 2. М., изд. АН СССР, 1960.
5. Ф. А. Агафонова, М. А. Гуревич, Е. Ф. Тарасова. Тепло- и массоперенос, т. 4. Минск, «Наука и техника», 1966.
6. С. Е. Ролуменгорулоу, R. L. Peskin. Combustion and Flame, 1969, 13.
7. Г. А. Варшавский, Д. В. Федосеев, А. Д. Франк-Каменецкий. Физика аэродисперсных систем, вып. 1. Изд. КГУ, 1966.
8. М. А. Гуревич, Г. И. Сиркунен, А. М. Степанов. Физика аэродисперсных систем, вып. 6. Изд. КГУ, 1972.
9. М. А. Гуревич, Г. И. Сиркунен, А. М. Степанов. Физика аэродисперсных систем, вып. 7. Изд. КГУ, 1972.
10. М. А. Гуревич, Г. И. Сиркунен, А. М. Степанов. Тепло- и массоперенос, т. II, ч. 2. Минск, 1972.
11. В. Н.Bloshenko, А. Г. Мержанов и др. Автореф. докл. на III Всесоюзном симпозиуме по горению и взрыву. Черногоровка, 1971.
12. В. Н. Bloshenko, А. Г. Мержанов и др. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
13. Л. А. Клячко, З. В. Истратова. Третье всесоюзное совещание по теории горения, т. 2. М., 1960.