

УДК 330.522.4

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МОДЕЛИ ЕОQ И РАСШИРЕНИЕ  
ЕЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНЫМИ  
ЗАПАСАМИ ПРЕДПРИЯТИЙ В РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ****А.В. Чуваев, О.Л. Лямзин**

Новосибирский государственный технический университет

E-mail: achuvaev@inbox.ru, ruoll@fb.nstu.ru

В работе рассматриваются методы управления материальными запасами предприятий, в частности применение модели Economic Order Quantity (ЕОQ) для определения оптимального объема закупки сырья и материалов у поставщиков. Проведен краткий анализ существующих модификаций модели ЕОQ. Авторы приходят к выводу, что все представленные модификации модели предназначены для частных случаев с определенными специфическими условиями. Авторы статьи предлагают универсальный алгоритм созданий модификаций модели ЕОQ для более широкого применения. Приведены основные рекомендации и подходы по построению специфических моделей, модифицированных под потребности конкретных случаев, а также по работе с созданными моделями.

*Ключевые слова:* модификация модели ЕОQ, управление запасами предприятия.

**IMPROVEMENT OF EOQ MODEL AND EXPANDING ITS  
CAPABILITIES FOR INVENTORY MANAGEMENT  
OF ENTERPRISES IN DIFFERENT CONDITIONS****A.V. Chuvaev, O.L. Lyamzin**

Novosibirsk State Technical University

E-mail: achuvaev@inbox.ru, ruoll@fb.nstu.ru

The article deals with the methods of inventory management of enterprises, in particular the use of models Economic Order Quantity (EOQ) to determine the optimal order quantity. The authors give brief analysis of existing modifications of the model EOQ. The authors come to the conclusion that all the modifications are intended for individual cases. Authors propose the universal algorithm for creation such modifications of the model to widespread its use. The main recommendations and approaches for creation of specific models modified to the needs of specific cases are given in the article.

*Key words:* modification of EOQ model, inventory management.

Рассматривая структуру себестоимости на производственных предприятиях, можно заметить, что значительная часть затрат относится к сырью и материалам. Так, по результатам проведенного анализа на разных предприятиях доля подобных затрат может варьироваться от 20 до 80 % от общей себестоимости. Проблеме управления материальными запасами уделяют сегодня особенное внимание, так как улучшения в этом направлении дают ощутимый эффект, выраженный в форме снижения затрат и ускорении оборачиваемости материальных запасов, и серьезно влияют на общие результаты производственной работы. Главная задача планирования материальных ресурсов заключается в обеспечении бесперебойного производства

с минимальными затратами. В ходе планирования необходимо определить следующие параметры:

- объем сырья и материалов на складе, предписанный к хранению для обеспечения наличия;

- объем партии закупок сырья и материалов определенного вида;

- периодичность закупок сырья и материалов определенного вида.

Существует два основных взаимоисключающих подхода к закупкам сырья и материалов:

- закупки с фиксированной величиной партии;

- закупки с фиксированной периодичностью.

В данной статье рассматриваются закупки с фиксированной величиной партии и использование наиболее часто встречающегося метода определения оптимальной партии закупок (формула Уилсона). Эта формула имеет следующий вид [1, 2, 4]:

$$Q_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{2 \cdot Q_{\text{потр}} \cdot K}{C_{\text{хр.ед}}}}, \quad (1)$$

где  $Q_{\text{опт}}$  – оптимальный размер партии закупки сырья и материалов;  $Q_{\text{потреб}}$  – необходимый объем материальных запасов для удовлетворения потребностей предприятия в течение заданного периода;  $K$  – стоимость размещения одного заказа (затраты, связанные с размещением заказа и, возможно, доставкой сырья и материалов на предприятие, и иные затраты, которые не связаны непосредственно со стоимостью закупаемых сырья и материалов);  $C_{\text{хр.ед}}$  – стоимость хранения единицы материальных запасов в течение заданного периода [2–4].

Зная оптимальный размер партии закупки, легко определить количество партий за период и периодичность закупок:

$$N = Q_{\text{потреб}} / Q_{\text{опт}}, \quad (2)$$

где  $N$  – количество заказов за период;

$$t = T / N, \quad (3)$$

где  $t$  – период между заказами;  $T$  – анализируемый период планирования.

Необходимо отметить, что это был бы весьма эффективный метод, если бы не ряд ограничений на его использование, среди которых:

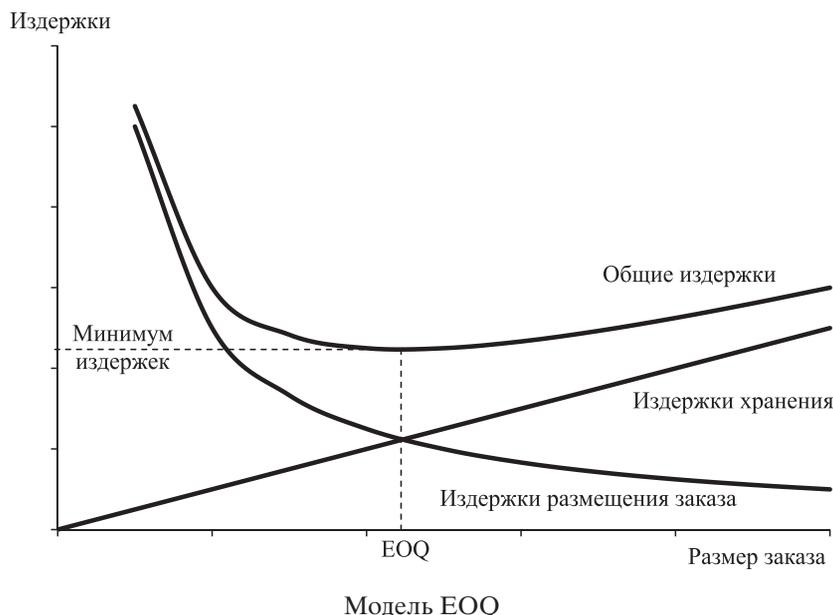
- общая потребность предприятия в материальных запасах за период является заранее известной и неизменной;

- затраты на размещение заказа не зависят от его размера;

- затраты на хранение единицы сырья и материалов известны и постоянны;

- закупочная стоимость сырья и материалов постоянна и не зависит от размера закупаемой партии [2–4].

Так, если потребность предприятия в материальных запасах может быть спланирована более-менее точно, особенно если предприятие работает под заказ, то уже затраты на хранение могут сильно зависеть от объема запасов, а выполнение остальных условий весьма редкое явление. Очень часто поставщики предлагают скидки и бонусы своим потребителям на большие



партии закупки, и чем больше партия, тем больше скидка. Затраты на осуществление заказа также чаще всего различны для разных объемов заказа.

В результате этого данный метод не может быть широко применен на практике. Чтобы усовершенствовать данную модель, необходимо понять, как она появилась. Предпосылками создания модели являются следующие положения: общий уровень затрат представляет собой сумму затрат на размещение заказов и затрат на хранение сырья и материалов, и для повышения эффективности деятельности предприятия его необходимо минимизировать (см. рисунок) [3].

На рисунке показано, что с ростом размера заказа издержки на хранение растут, так как с увеличением партии закупки следует хранить больше сырья и материалов, а издержки на размещение заказа снижаются с уменьшением количества заказов. Общие затраты при этом сначала снижаются, а потом снова возрастают, следовательно, функция общих затрат имеет минимум, который и показывает оптимальный размер партии закупки.

$$C_{\text{общ}} = C_{\text{зак}} + C_{\text{хр}} \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$C_{\text{зак}} = K \cdot \frac{Q_{\text{потреб}}}{Q_{\text{зак}}}, \quad (5)$$

$$C_{\text{хр}} = C_{\text{хр.ед}} \cdot \frac{Q_{\text{зак}}}{2}, \quad (6)$$

где  $C_{\text{общ}}$  – общий уровень затрат;  $C_{\text{зак}}$  – сумма затрат на размещение заказа;  $C_{\text{хр}}$  – затраты на хранение сырья и материалов;  $K$  – стоимость размещения одного заказа;  $Q_{\text{потреб}}$  – необходимый объем материальных запасов для удовлетворения потребностей предприятия в течение заданного периода;  $Q_{\text{зак}}$  – объем партии заказа сырья и материалов;  $C_{\text{хр.ед}}$  – стоимость хранения единицы сырья и материалов в течение заданного периода.

Однако, как было отмечено выше, на практике все гораздо сложнее, и упомянутые условия выполняются крайне редко.

Чтобы учесть зависимость стоимости запасов от объема закупок, необходимо добавить данные затраты  $C_{\text{зап}}$  в общий объем затрат:

$$C_{\text{общ}} = C_{\text{зак}} + C_{\text{хр}} + C_{\text{зап}} \rightarrow \min. \quad (7)$$

В ходе исследований обнаружено, что существует достаточно много модифицированных моделей ЕОQ, которые включают в себя дополнительные элементы, уточняющие расчеты. Авторы предлагают добавить какой-либо элемент: затраты на отвлечение средств / привлечение дополнительных заемных средств, учет естественной убыли запасов, НДС по приобретенным ценностям и т.д. Однако данные методы очень специфичны, так как разработаны для решения конкретно поставленной задачи в строго определенном случае, они представляют собой частные случаи учета тех или иных затрат, которые по сути можно было бы включить в стоимость размещения заказа или стоимость хранения. И исходя из конкретно поставленной задачи, предлагается вывод конкретной формулы, которая позволяет решить специфическую задачу [1, 3, 4].

Однако в каждом случае менеджер сталкивается с новой уникальной ситуацией и ему необходимо самостоятельно определить те затраты, которые имеют место в условиях его работы. А чтобы избежать ряда ограничений, которые присущи формуле Уилсона, необходимо ввести функциональные зависимости уровня различных затрат от объема заказа:

$K(Q)$  – функция зависимости стоимости размещения заказа от его объема;

$C_{\text{хр.ед}}(Q)$  – функция зависимости стоимости хранения единицы запасов от их объема;

$C_{\text{зап.ед}}(Q)$  – функция зависимости стоимости единицы запасов от объема закупки.

И тогда функция для оптимизации примет следующий вид:

$$C_{\text{общ}} = K(Q) \cdot \frac{Q_{\text{потреб}}}{Q_{\text{зак}}} + C_{\text{хр.ед}}(Q) \cdot \frac{Q_{\text{зак}}}{2} + C_{\text{зап.ед}}(Q) \cdot Q_{\text{потреб}} \rightarrow \min. \quad (8)$$

Если функции, описывающие зависимости, непрерывны на всем промежутке от 0 до  $Q_{\text{потреб}}$  либо на относительно небольшом количестве интервалов в рамках указанного промежутка, то для решения поставленной задачи можно воспользоваться известными математическими методами с применением дифференцирования либо возможностями общедоступных программных средств, таких как Excel. В противном случае, если интервалов достаточно много или функции дискретны, то для определения оптимальной партии закупки следует воспользоваться имитационным моделированием.

Предположим, что годовая потребность предприятия в некоем виде сырья составляет 24 000 ед. Поставщик предлагает сырье по разным ценам в зависимости от приобретаемого количества: при покупке до 1000 ед. – по цене 550 руб./ед., от 1000 до 5000 ед. – по 500 руб./ед., от 5000 ед. – по 450 руб./ед. При этом затраты на оформление заказа также варьируются в зависимости от объема заказа: при заказе объемом до 1000 ед. затраты

10 000 руб., от 1000 до 3000 ед. – 20 000 руб., от 3000 до 7000 ед. – 40 000 руб., свыше 7000 ед. – 50 000 руб. У предприятия есть склад вместимостью 1000 м<sup>2</sup>, который требует определенных постоянных затрат на содержание. Единица сырья занимает приблизительно 0,125 м<sup>2</sup>. Если предприятию понадобятся дополнительные складские площади, то стоимость аренды склада при ежемесячной аренде составит 300 руб./м<sup>2</sup>. Следует отметить, что выбрана именно ежемесячная аренда, так как дневные расценки на хранение составляют 25 руб./м<sup>2</sup>, и при среднемесячной заполняемости арендуемых площадей при ежемесячной аренде более 40 % выгоднее использовать именно ее. Если у предприятия окажутся лишние складские площади, то их можно будет сдать в аренду и получить доход в размере 200 руб./м<sup>2</sup>. Цена снижена, так как сдавать помещения в аренду не является профильной деятельностью предприятия, и поиск клиентов в этом направлении не должен отнимать значительную часть времени. Предположительная заполняемость части склада, сдаваемой в аренду, составит 80 %. Помимо этого известно, что по решению руководства страховой запас сырья должен обеспечить бесперебойную работу производства в течение полумесяца. Помимо этого можно также включить стоимость привлечения финансовых ресурсов для расчетов с поставщиками. Предположительно, их стоимость составляет 15 % в год, тогда затраты на привлечение финансовых ресурсов  $(Q_{\text{зак}} \cdot C_{\text{зап.ед}})/2 \cdot 0,15$ .

Следует отметить, что затраты на содержание склада постоянны, поэтому включать их в расчеты нет необходимости. Также объем страхового запаса постоянный и не влияет на результаты выбора оптимального варианта, однако следует учесть данную величину при расчете доступных складских площадей. Поэтому сразу следует рассчитать, что страховой запас составляет

$$Q_{\text{стр}} = \frac{Q_{\text{потреб}} / 12 \text{ мес}}{2} = 1000 \text{ ед.}$$

При этом он будет занимать  $0,125 \text{ м}^2 \cdot 1000 \text{ ед.} = 125 \text{ м}^2$ , т.е. в распоряжении предприятия остается 875 м<sup>2</sup> своего склада.

Составим функции для каждого из видов изменяющихся затрат. Для цены и затрат на заказ – это будут константы на отрезках, так как там фиксированные цены и затраты на определенных поставщиком промежутках. Для хранения же функция примет следующий вид:

– если предприятие не будет полностью использовать свои площади, то будет сдавать их в аренду и получит дополнительный доход на промежутке  $Q_{\text{зак}} = (0; 7000]$ :

$$C_{\text{хр}} = - (875 \text{ м}^2 - Q_{\text{зак}} \cdot 0,125 \text{ м}^2/\text{ед.}) \cdot 0,8 \cdot 200 \text{ руб.}/\text{м}^2 \cdot 12 \text{ мес.}$$

– если предприятию придется использовать дополнительные складские площади, то на промежутке  $Q_{\text{зак}} = (7000; 24000]$ :

$$C_{\text{хр}} = (Q_{\text{зак}} - 7000 \text{ ед.}) \cdot 0,125 \text{ м}^2/\text{ед.} \cdot 300 \text{ руб.}/\text{м}^2 \cdot 12 \text{ мес.}$$

Следует отметить, что арендная плата начисляется на максимальный объем хранимых на складе материалов, а не на среднемесячный, так как по условиям договора аренды потребитель арендует площади на весь месяц.

Получилось несколько промежутков, на которых функция общих затрат принимает разный вид (табл. 1):

Таблица 1

**Функции общих затрат в зависимости от объема заказа**

Интервал $Q_{\text{зак}}, \text{ед.}$	Функция общих затрат, руб.
(0; 1000)	$C_{\text{общ}} = 10000 \cdot \frac{24000}{Q_{\text{зак}}} - (875 - Q_{\text{зак}} \cdot 0,125) \cdot 0,8 \cdot 200 \cdot 12 + 550 \cdot Q_{\text{потреб}} + \frac{Q_{\text{зак}} \cdot 550}{2} \cdot 0,15 \rightarrow \min$
[1000; 3000]	$C_{\text{общ}} = 20000 \cdot \frac{24000}{Q_{\text{зак}}} - (875 - Q_{\text{зак}} \cdot 0,125) \cdot 0,8 \cdot 200 \cdot 12 + 500 \cdot Q_{\text{потреб}} + \frac{Q_{\text{зак}} \cdot 500}{2} \cdot 0,15 \rightarrow \min$
(3000; 5000)	$C_{\text{общ}} = 40000 \cdot \frac{24000}{Q_{\text{зак}}} - (875 - Q_{\text{зак}} \cdot 0,125) \cdot 0,8 \cdot 200 \cdot 12 + 500 \cdot Q_{\text{потреб}} + \frac{Q_{\text{зак}} \cdot 500}{2} \cdot 0,15 \rightarrow \min$
[5000; 7000]	$C_{\text{общ}} = 40000 \cdot \frac{24000}{Q_{\text{зак}}} - (875 - Q_{\text{зак}} \cdot 0,125) \cdot 0,8 \cdot 200 \cdot 12 + 450 \cdot Q_{\text{потреб}} + \frac{Q_{\text{зак}} \cdot 450}{2} \cdot 0,15 \rightarrow \min$
(7000; 24000]	$C_{\text{общ}} = 50000 \cdot \frac{24000}{Q_{\text{зак}}} + (Q_{\text{зак}} - 7000) \cdot 0,125 \cdot 300 \cdot 12 + 450 \cdot Q_{\text{потреб}} + \frac{Q_{\text{зак}} \cdot 450}{2} \cdot 0,15 \rightarrow \min$

Так как число интервалов, где функция изменяет свой вид, достаточно ограничено, а функция в рамках интервала имеет непрерывный характер, то экстремумы можно найти известными математическими методами.

Результаты вычислений представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Оптимальный объем заказа на каждом из интервалов**

Интервал $Q_{\text{зак}}, \text{ед.}$	$Q_{\text{зак.опт}}, \text{ед.}$	Общие затраты, руб.
(0; 1000)	924	12 039 615
[1000; 3000]	1315	11 049 932
(3000; 5000)	3001	11 472 671
[5000; 7000]	5000	10 680 750
(7000; 24000]	7001	11 208 138

По данным табл. 2 видно, что наименьшие затраты достигаются при объеме заказа 5000 ед. сырья и составляют 10 680 750 руб. Следует отметить, что выбор неправильного интервала в лучшем случае приведет к увеличению затрат на сырье почти на 3,5 %, что в среднем снизит прибыль на 5–10 %.

Таким образом, каждый менеджер, применяя данную схему, в состоянии самостоятельно оптимизировать часть процесса управления материальными запасами предприятия, повысив эффективность предприятия. Предложенная модель применима даже в условиях различной стоимости хранения сырья и материалов в зависимости от объема хранимых материальных запасов, разной стоимости сырья и материалов для разных объемов партии

закупки, разной стоимости размещения заказов в зависимости от размера партии закупки, а также при возникновении дополнительных затрат, таких как стоимость привлечения дополнительных источников финансирования.

### Литература

1. *Фатеева Н.И.* Модифицированные модели расчета оптимального размера заказа в цепях поставок: автореф. дис. ... канд. экон. наук. СПб.: СПбГИЭУ, 2011. 19 с.
2. Задачи по исследованию операций: учеб. пособие // Математический портал. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.allmath.ru/appliedmath/operations/problems-tgru/zadachi11.htm> (дата обращения: 31.10.2013).
3. *Разгуляев В.* Оптимальный период между поставками // Портал «Управление запасами». [Электронный ресурс]. URL: <http://upravlenie-zapasami.ru/statii/optimalniy-period-mejdu-postavkami/> (дата обращения: 31.10.2013).
4. *Федоров С.С.* Расширенные возможности модели ЕОQ // Интернет-проект «Корпоративный менеджмент», 14.01.2003. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.cfin.ru/management/manufact/eoq.shtml> (дата обращения: 31.10.2013).

### Bibliography

1. *Fateeva N.I.* Modificirovannye modeli rascheta optimal'nogo razmera zakaza v cepjah postavok: avtoref. dis. ... kand. jekon. nauk. SPb.: SPbGIJeU, 2011. 19 p.
2. Zadachi po issledovaniju operacij: ucheb. posobie // Matematicheskij portal. [Jelektronnyj resurs]. URL: <http://www.allmath.ru/appliedmath/operations/problems-tgru/zadachi11.htm> (data obrashhenija: 31.10.2013).
3. *Razguljaev V.* Optimal'nyj period mezhdu postavkami // Portal «Upravlenie zapasami». [Jelektronnyj resurs]. URL: <http://upravlenie-zapasami.ru/statii/optimalniy-period-mejdu-postavkami/> (data obrashhenija: 31.10.2013).
4. *Fjodorov S.S.* Rasshirennye vozmozhnosti modeli EOQ // Internet-proekt «Korporativnyj menedzhment», 14.01.2003. [Jelektronnyj resurs]. URL: <http://www.cfin.ru/management/manufact/eoq.shtml> (data obrashhenija: 31.10.2013).