

33. Пинаков В.И., Рычков В.Н., Топчиян М.Е. Возможности моделирования гиперзвуковых потоков на газодинамических установках с высоким давлением // ПМТФ. — 1982. — № 1.
34. Мещеряков А.А., Пинаков В.И., Топчиян М.Е. и др. Создание источника рабочего газа для промышленной аэродинамической трубы. Общая схема и расчет основных характеристик движения элементов конструкции: Отчет. — Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1985.
35. Шумский В.В. Использование в высокоэнтальпийных установках химического подогрева и адиабатического сжатия для расширения диапазона исследований газодинамических моделей с горением // Изв. АН СССР. Сер. техн. наук. — 1990. — № 5.
36. Мерзиевский Л.А., Титов В.М., Фадеенко Ю.И. и др. Высокоскоростное течение твердых тел // ФГВ. — 1987. — № 5.
37. Титов В.М., Швецов Г.А. Генерация электрических импульсов с помощью кумулятивного взрыва // ФГВ. — 1980. — № 5.

г. Новосибирск

Поступила 9/VII 1993 г.

УДК 533.6.011.5.519.6

В.И. Воронин, А.И. Швец

ВОЛНОЛЕТЫ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ТЕЧЕНИЯХ ЗА СКАЧКАМИ УПЛОТНЕНИЯ В ВИДЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ КОНУСОВ

В последние годы интенсивно проводятся исследования перспективных сверхзвуковых летательных аппаратов-волнолетов, у которых нет явной границы между несущими элементами и корпусом. Впервые идея построения обтекания трехмерных тел на основе двумерных скачков уплотнения одновременно была опубликована в [1] для несущих конфигураций и в [2] для тел минимального сопротивления. Построение поверхности сжатия для сверхзвуковых летательных аппаратов на основе конических скачков уплотнения было предложено в [3]. Передние кромки волнолета располагаются на скачке уплотнения, а нижняя поверхность совпадает с линиями тока сверхзвуковых течений, проходящих через эту кромку. Решая обратные задачи газодинамики для плоских и осесимметричных течений газа, можно построить широкий класс тел и рассчитать их аэродинамические характеристики [4—8]. В развитии этих работ представляют интерес аналитические [9] и численные методы, позволяющие рассчитывать течения за криволинейными скачками уплотнения без внутренних ударных волн [10, 11].

В данной работе приведен численный метод расчета параметров течения за произвольной ударной волной и определены аэродинамические характеристики волнолетов, поверхности сжатия которых построены на течениях за скачками уплотнения в виде эллиптических конусов. Верхние поверхности волнолетов представляют собой пересекающиеся под углом раскрытия Λ плоскости, параллельные вектору скорости невозмущенного потока. При вычислении аэродинамических характеристик силы трения не учитывались, а донное давление полагалось равным как давлению невозмущенного потока, так и нулю.

1. Метод расчета параметров течения. Пусть известна форма поверхности произвольной присоединенной ударной волны, уравнение которой в прямоугольной системе координат XYZ , где ось X направлена параллельно вектору скорости невозмущенного потока, ось Y — вверх, имеет вид $F(x, y, z) = 0$ (рис. 1, а, б). Записывается система уравнений газодинамики для установившегося движения идеальной жидкости: уравнение неразрывности, три уравнения движения и уравнение постоянства энтропии вдоль

© В.И. Воронин, А.И. Швец, 1994

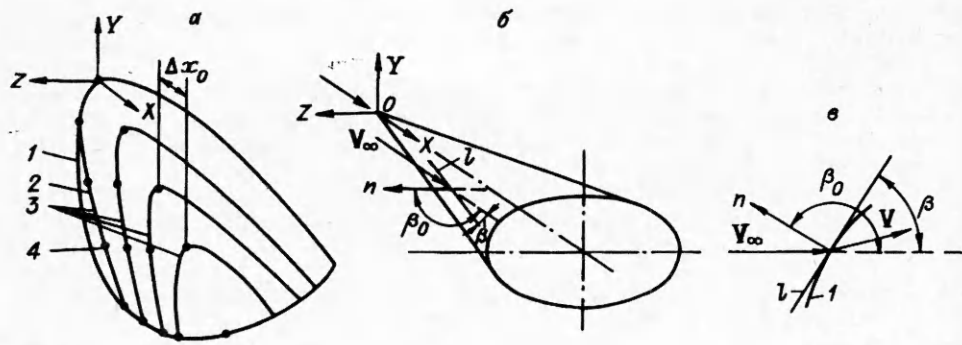


Рис. 1

линий тока. Эта система дополняется десятью уравнениями, с помощью которых вычисляются параметры течения по двум известным направлениям на заданной поверхности. Выберем за эту поверхность ударную волну, тогда получается система пятнадцати алгебраических уравнений относительно первых производных от параметров течения на ударной волне (сами параметры течения можно вычислить по углу наклона волны к оси X).

Расчетная сетка (координаты линий тока за ударной волной) выстраивается следующим образом. Задается форма ударной волны, и выбирается ее участок, начиная от носка выстраиваемого волнолета (передней точки линии пересечения его верхней поверхности с ударной волной), длиной вдоль вектора скорости невозмущенного потока, равной единице (эту длину можно выбирать произвольно). Начальные точки линий тока ($i = 1$) располагаются на нижней части ударной волны, отсекаемой верхней поверхностью волнолета от остальной ее части.

Ограничимся частью этой волны длиной вдоль оси X , равной единице. Разобьем ее N плоскостями, перпендикулярными оси X и делящими эту часть на малые равные отрезки длиной Δx_0 . Через точки их пересечения с ударной волной в плоскости симметрии проведем N поверхностей, параллельных верхней поверхности. Пронумеруем линии их пересечения с волной индексом k ($k = 1$ соответствует передней кромке), а точку пересечения этих линий с плоскостями, перпендикулярными оси X , — индексом j . Таким образом, выстроилась сетка расчетных точек на заданной ударной волне (рис. 1, а, где 1 — ударная волна, 2 — передняя кромка ($k = 1$), 3 — линии $k = \text{const}$, 4 — расчетные точки). Пронумеруем параметры течения в расчетных точках через i, j, k , где $i = 1$ отвечает расчетным точкам на поверхности ударной волны.

Выпишем первое и последнее уравнения системы пятнадцати алгебраических уравнений относительно производных от параметров течения в расчетных точках:

$$(1.1) \quad V_{xijk} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_{ijk} + \rho_{ijk} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)_{ijk} + V_{yijk} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)_{ijk} + \\ + \rho_{ijk} \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)_{ijk} + V_{zijk} \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{ijk} + \rho_{ijk} \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)_{ijk} = 0, \\ \dots \\ \cos(L_2, x)_{ijk} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_{ijk} + \cos(L_2, y)_{ijk} \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)_{ijk} + \cos(L_2, z)_{ijk} \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{ijk} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial L_2} \right)_{ijk}.$$

Производные от параметров течения g_n по направлению L_1 (соединяющему точки k по касательной к ударной волне) и L_2 (соединяющему

точки g) и направляющие косинусы этих направлений вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial g_{,i}}{\partial L_1} \right)_{ijk} &= (g_{nij+1k} - g_{nij}) / R_{ijk}, \\ R_{ijk} &= [\Delta x_0^2 + (y_{j+1k} - y_{ijk})^2 + (z_{ij+1k} - z_{ijk})^2]^{0,5}, \\ \cos(L_1, x)_{ijk} &= \Delta x_0 / R_{ijk}, \\ \cos(L_1, y)_{ijk} &= (y_{j+1k} - y_{ijk}) / R_{ijk}, \\ \cos(L_1, z)_{ijk} &= (z_{ij+1k} - z_{ijk}) / R_{ijk}, \\ \left(\frac{\partial g_{,i}}{\partial L_2} \right)_{ijk} &= (g_{nij+1} - g_{nij}) / R_{0ijk}, \\ R_{0ijk} &= [\Delta x_0^2 + (y_{ijk+1} - y_{ijk})^2 + (z_{ijk+1} - z_{ijk})^2]^{0,5}, \\ \cos(L_2, x)_{ijk} &= \Delta x_0 / R_{0ijk}, \\ \cos(L_2, y)_{ijk} &= (y_{ijk+1} - y_{ijk}) / R_{0ijk}, \\ \cos(L_2, z)_{ijk} &= (z_{ijk+1} - z_{ijk}) / R_{0ijk}. \end{aligned}$$

Решив систему уравнений (1.1) при $i = \text{const}$ для каждого значения j и k ($1 \leq j \leq N - i + 1$, $1 \leq k \leq N - i + 1$), получим первые производные от параметров течения. Для вычисления вторых производных продифференцируем каждое уравнение системы (1.1) по X, Y, Z . Тогда получим систему сорока пяти уравнений относительно тридцати вторых производных от параметров течения и первых производных от направляющих косинусов известных направлений L_1 и L_2 . Так как число первых производных от направляющих косинусов восемнадцать, то система сорока пяти уравнений дополняется вычисленными в узлах расчетной сетки тремя первыми производными по X, Y и Z от любого из направляющих косинусов. Проверка показала, что величины остальных производных от направляющих косинусов, вычисленные в расчетных точках в качестве неизвестных в системе сорока восьми алгебраических уравнений, отличались от вычисленных прямым способом менее чем на 0,2% при $N = 120$.

При $i > 1$ для вычисления производных от направляющих косинусов по любому из направлений соответствующие точки соединялись параболой по трем точкам с шагом, равным расстоянию между двумя соседними точками.

Аналогичным образом можно вычислить производные от параметров течения любого порядка. Затем по формуле Тейлора вычисляются искомые параметры течения на следующем $(i + 1)$ -м шаге по их известным значениям и значениям производных на предыдущем i -м шаге. Линии тока между двумя соседними расчетными точками (i) -й и $(i + 1)$ -й полагаются прямолинейными, а скорости между этими точками — постоянными и равными по величине скоростям, вычисленным на предыдущем i -м шаге.

Для устойчивости решения приращения вдоль оси $X(\Delta x_{ijk})$ выбирались так, чтобы конус Маха от скорости V_{ijk} в точке $(i + 1, j, k)$ касался прямолинейного отрезка, соединяющего точки $(i, j + 1, k)$ и $(i, j, k + 1)$. В том случае, если эта точка находилась вне данного отрезка, было предусмотрено, чтобы конус Маха касался ближайшей из точек $(i, j + 1, k)$ или $(i, j, k + 1)$.

Для решения поставленной задачи необходимо знать параметры течения на ударной волне по их значению в невозмущенном потоке. Сначала в произвольной точке вычислялся угол наклона скачка уплотнения к оси X (рис. 1, б, в, l — касательная к скачку уплотнения в плоскости V_∞, n, V — скорость за скачком уплотнения, β — угол между скачком и вектором

набегающего потока в плоскости вектора скорости набегающего потока и нормали к скачку). Направляющие косинусы внешней нормали n к поверхности скачка и вектора скорости невозмущенного потока имеют вид

$$l_n = (\partial F / \partial x) / E, \quad m_n = (\partial F / \partial y) / E, \quad n_n = (\partial F / \partial z) / E,$$

$$E = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \right]^{0.5},$$

$$l_v = 1, \quad m_v = 0, \quad n_v = 0.$$

Тогда угол наклона скачка (угол наклона касательной к скачку, лежащей в плоскости вектора скорости невозмущенного потока и вектора нормали, по отношению к вектору скорости невозмущенного потока)

$$\beta = \beta_0 - \frac{\pi}{2}$$

$$(\beta_0 = \arccos(l_n l_v + m_n m_v + n_n n_v)).$$

Для определения составляющих вектора скорости на скачке с направляющими косинусами l_0, m_0, n_0 ($l_0 = \cos \delta$, δ — угол отклонения потока при прохождении ударной волны — вычисляется по углу β) вводится единичный вектор, перпендикулярный плоскости, проходящей через \vec{v}_∞ и n . Его направляющие косинусы l_1, m_1, n_1 определяются из системы уравнений

$$l_1 \cdot l_n + m_1 \cdot m_n + n_1 \cdot n_n = 0,$$

$$l_1 \cdot 1 + m_1 \cdot 0 + n_1 \cdot 0 = 0, \quad l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1.$$

Тогда

$$l_0 \cdot 0 + m_0 \cdot m_1 + n_0 \cdot n_1 = \hat{v}. \quad m_0^2 + n_0^2 = 1 - l_0^2.$$

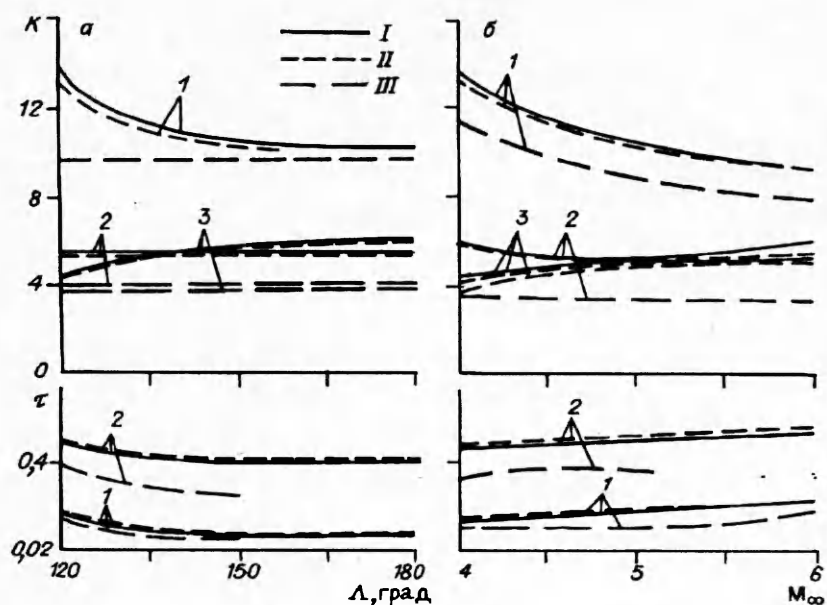
Составляющие вектора скорости на ударной волне $V_x = V l_0, V_y = V m_0, V_z = V n_0$.

2. Аэродинамические характеристики волнолетов. Проводились расчеты аэродинамических характеристик волнолетов I с поверхностями сжатия, построенными на течениях за скачками уплотнения в виде эллиптических конусов, уравнения которых следующие:

$$z^2 / A_1^2 + y^2 / B_1^2 = x^2.$$

Верхние поверхности состояли из пересекающихся под углом Λ плоскостей, направленных параллельно вектору скорости невозмущенного потока. Максимальное относительное отличие параметров течения за этими скачками уплотнения, вычисленных с точностью до производных первого порядка, при $N = 70$ составляло $\sim 9\%$ от соответствующих значений при $N = 40$, а при $N = 100$ было $\sim 3\%$ от значения при $N = 70$. При $N = 100$ параметры течения, вычисленные с точностью до производных второго порядка отличались менее чем на $2,5\%$ от соответствующих значений, вычисленных с точностью до производных первого порядка. Поэтому в дальнейшем все расчеты проводились при $N = 100$ с точностью до производных первого порядка.

На рис. 2 представлены результаты расчетов аэродинамического качества K и коэффициента объема $\tau = W / S^{3/2}$ (W — объем, S — площадь в плане) волнолетов, построенных на течениях в виде круговых конусов, в зависимости от угла раскрытия Λ (а) и от числа Маха (б) для $c_{\mu} = 0,06, \theta_s = 9,5^\circ$ и $c_{\mu} = 0,2, \theta_s = 18^\circ$ (линии 1 и 2), при этом донное давление полагалось равным давлению невозмущенного потока (случай (а) отвечает $M_\infty = 4, h/b = 0,25, \Lambda = 120^\circ$). Цифрой 3 обозначены аналогичные расчеты с донным давлением, равным нулю при $c_{\mu} = 0,06, \theta_s = 9,5^\circ, I$ — волнолет с осе-

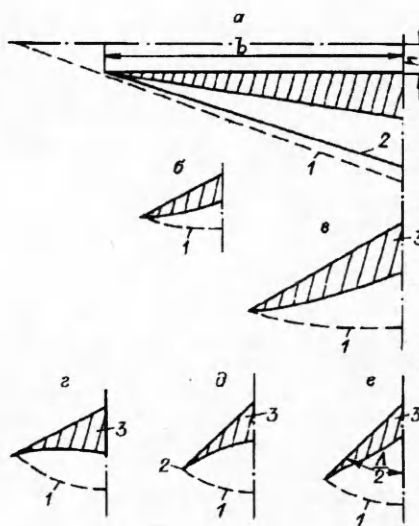


Р и с. 2

симметричным коническим скачком, II — волнолет, построенный по методу [3], III — волнолет с плоским скачком. Как следует из рисунка, характеристики волнолета I, построенного по данному методу, хорошо согласуются с аэродинамическими характеристиками, рассчитанными по точному методу [3].

На рис. 3, а—в показаны сечения волнолетов I, построенных на течении за скачком уплотнения в виде эллиптического конуса (1 — скачок уплотнения, 2 — передняя кромка, 3 — донный срез, $M_\infty = 6$, $A_1 = 0,534$, $A_1/B_1 = 1,7$, $h/b = 0,6$, $\Lambda = 120^\circ$; а — сечение плоскостью симметрии, б — центральное сечение, в — донный срез). Донные срезы волнолетов II, построенных на течении за скачками уплотнения в виде круговых конусов, представлены на рис. 3, г—е (г — $M_\infty = 6$, $\theta_s = 9,5^\circ$, $\Lambda = 120^\circ$, $h/b = 0,25$; д — $M_\infty = 4$, $\theta_s = 10^\circ$, $\Lambda = 90^\circ$, $h/b = 0,25$; е — $M_\infty = 4$, $\theta_s = 10^\circ$, $\Lambda = 90^\circ$, $h/b = 0,3$) (θ_s — полуугол раствора конуса, образующего ударную волну). Видно, что формы донных сечений волнолетов, построенных на течениях за скачками уплотнения в виде круговых конусов, существенно зависят от отношения h/b .

Зависимости аэродинамических характеристик волнолетов I и III, одинаковых по углу раскрытия Λ , отношению h/b ($\Lambda = 120^\circ$, $h/b = 0,25$), коэффициенту объема или коэффициенту подъемной силы, от M_∞ приведены на рис. 4 (донное давление полагалось равным давлению невозмущенного потока). Расчеты выполнены для трех вариантов параметров ударных волн: 1 — $A_1 = 0,314$, $B_1 = 0,449$; 2 — $0,314$; 3 — $0,44$; $0,314$. При одинаковых значениях коэффициента подъемной силы



Р и с. 3

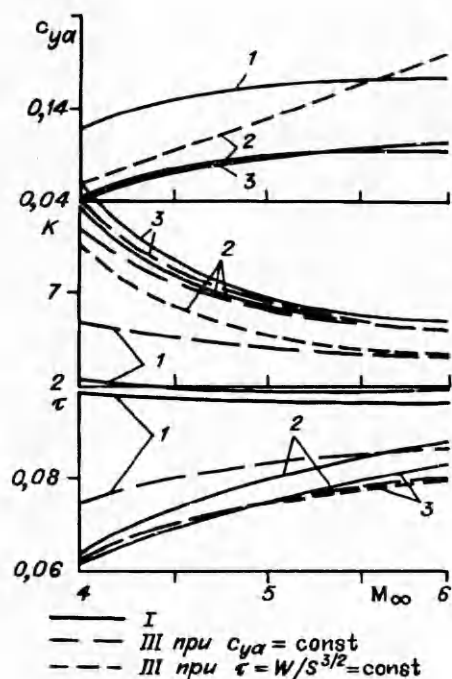


Рис. 4

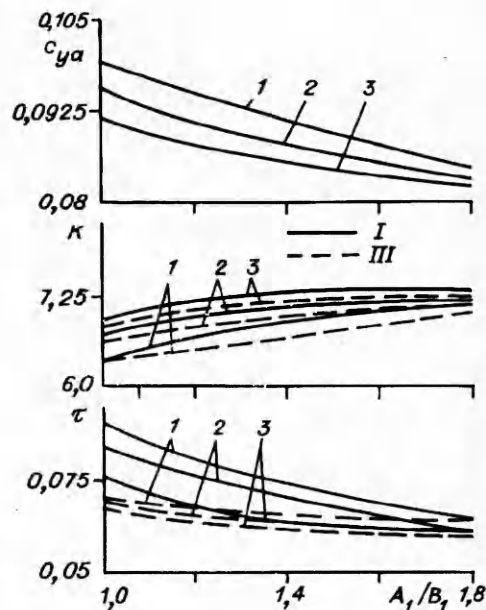


Рис. 5

или коэффициента объема аэродинамическое качество волнолетов *I*, построенных на течениях за скачками уплотнения в виде эллиптических конусов, превосходит аэродинамическое качество волнолетов *III*, поверхности сжатия которых образуют плоскую ударную волну.

На рис. 5 представлены те же аэродинамические характеристики в зависимости от отношения полуосей эллиптического скачка A_1/B_1 ($M_\infty = 5$, $\Lambda = 120^\circ$, $B_1 = 0,314$). Линии 1—3 соответствуют $h/b = 0,25; 0,5; 1,0$. Расчеты выполнены для волнолетов *I* и эквивалентных по коэффициенту подъемной силы волнолетов *III*. Видно, что аэродинамическое качество волнолетов растет с увеличением A_1/B_1 , а коэффициенты подъемной силы и объема уменьшаются.

Были также определены аэродинамические характеристики волнолетов (поверхности сжатия которых построены на течениях за скачками уплотнения в виде поверхностей с эллиптическими поперечными сечениями), имеющих вогнутые (волнолеты *IV*) и выпуклые (волнолеты *V*) образующие, изменяющиеся по степенному закону. Расчеты показали, что как при заданном значении коэффициента подъемной силы, так и коэффициента объема большим превышением аэродинамического качества относительно волнолетов *III* в классе форм волнолетов *I*, *IV* и *V* обладает волнолет *I* с прямолинейной образующей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nonweiler T.R.F. Aerodynamic problems of Manned space vehicles // J. Royal Aeronaut. Soc. — 1959. — V. 63. — P. 521—528.
2. Майкапар Г.И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел в сверхзвуковом потоке // ПММ. — 1959. — Т. 23, вып. 2. — С. 376—378.
3. Jones R.T., Woods B.A. The design of compression surfaces for high supersonic speeds using conical flow fields // London, 1963. — (Rept and Memo/Aeronaut. Res. Council; N 3539).
4. Майкапар Г.И. Тела, образованные поверхностями тока конических течений // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1966. — № 1. — С. 126—127.
5. Келдыш В.В., Майкапар Г.И. Газодинамическое конструирование гиперзвуковых самолетов // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1969. — № 3. — С. 177—180.

6. Kim B.S., Rasmussen M.L., Jischke M.C. Optimization of waverider configurations generated from axisymmetric conical flow // J. Spacecraft and Rockets. — 1983. — V. 20, N 5. — P. 461—469.
7. Anderson J.D.Jr. Several families of viscous optimized waveriders — A review of waverider research of the University of Maryland // 1st Intern. Hypersonic Waverider Sympos., Univ. Maryland, October 17—19, 1990.
8. Щепановский В.А. Газодинамическое конструирование. — Новосибирск: Наука, 1991.
9. Lin S.C., Rasmussen M.L. Cone-derived waveriders with combined transverse and longitudinal curvature. — N.Y., 1988. — (Paper/AIAA; N 88—0371).
10. Shvets A.I. A review of russian research on waveriders // 1st Intern. Hypersonic Waverider Sympos., Univ. Maryland, October 17—19, 1990.
11. Воронин В.И., Швец А.И. Аэродинамические характеристики волнолетов, построенных на течениях за осесимметричными скачками уплотнения // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1990. — № 1. — С. 183—185.

г. Москва

Поступила 26/IV 1991 г.,
в окончательном варианте — 25/IV 1993 г.

УДК 541.24:532.5

О.В. Воинов

ДИНАМИКА КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН НА ПУЗЫРЕ ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПУЛЬСАЦИЯХ В ЖИДКОСТИ МАЛОЙ ВЯЗКОСТИ

Рассматривается динамика капиллярных волн малой амплитуды на пузыре, совершающем первоначально сферически-симметричные пульсации в жидкости малой вязкости. В коротковолновом приближении исследуются характеристики роста возмущений поверхности при произвольных перепадах давления и показателях политропы. Определены асимптотические зависимости от времени среднего квадрата амплитуды возмущений. Получены приближенные формулы характеристик роста амплитуд для широкого диапазона параметров. Обнаружено существование единой универсальной зависимости от индекса волны. Найден эффект сильного влияния показателя политропы вблизи изотермы на характеристики роста волн. Установлена аналогия между ростом инерционно-капиллярных волн на поверхности нелинейно пульсирующего пузыря и на плоской поверхности при постоянном ускорении. Показано, что при пульсациях большой амплитуды приближение малой вязкости способно описывать не малые эффекты изменения характеристик роста волн. Определено влияние вязкости на динамику возмущений, отмечен эффект вязкого расслоения универсальной зависимости для показателя роста волн.

1. Асимптотическое описание нестационарных коротких волн на пульсирующем пузыре. Рассмотрим малые возмущения сферически-симметричных пульсаций газового пузыря в жидкости, покоящейся на бесконечности. Обозначим начальное давление газа p_0 , давление на бесконечности p_∞ . Динамика возмущений на пульсирующем газовом пузыре зависит от показателя политропы k и параметров отношения давлений ε и капиллярности σ :

$$\varepsilon = p_0/p_\infty, \sigma = \sigma' / p_\infty R_0', \sigma_0 = \sigma / \varepsilon$$

(σ' — коэффициент поверхностного натяжения, R_0' — начальный радиус, штрихи относятся к размерным величинам). Параметр влияния вязкости введем далее после учета инерционно-капиллярных эффектов в рамках идеальной жидкости.

© О.В. Воинов, 1994